Redes de Petri

Júlia Llorente
Universidade do Estado de Santa Catarina
Joinville, Brasil
julia.llorente@edu.udesc.br

Ana Paula Carneiro Athayde
Universidade do Estado de Santa Catarina
Joinville, Brasil
ana.pca@edu.udesc.br

Abstract

This article offers a detailed investigation into Petri Nets, a mathematical tool for modeling and analyzing dynamic systems with concurrent components. The paper delves into the historical context of Petri Nets, highlighting their emergence in 1962 and subsequent adoption in various fields. The discussion of related works includes Miryam Barad's emphasis on the effectiveness of Petri Nets in modeling asynchronous systems, Jörg Desel and Gabriel Juhás' exploration of variants of Petri Nets, and Michael K. Molloy's insights into their equivalence with processes of Markov. In the concluding sections, the paper explores future trends in Petri Net research, emphasizing their sustained relevance in modeling complex systems. The conclusion summarizes findings, the enduring significance of Petri Nets as a formal modeling framework with applications across various domains, and insights into potential directions for future research.

Keywords: Petri Nets, Systems Modeling, Dynamic Systems, Concurrent Computing, Formal Analysis

1 Introdução

As Redes de Petri, idealizadas por Carl Adam Petri em sua tese de doutorado em 1962, representam uma modelagem e análise de sistemas dinâmicos com componentes que operam de maneira concorrente. Desde sua introdução, essas redes têm desempenhado um papel crucial em diversas áreas, oferecendo uma representação formal para sistemas complexos e suas interações. Este artigo busca explorar a evolução histórica, os tipos, a.s aplicações das Redes de Petri e no fim discutir sobre suas tendencias futuras. A compreensão dessas redes não apenas como uma ferramenta matemática, mas como um framework conceitual para descrever a comunicação e interação entre elementos em sistemas complexos, revela a relevância contínua desse modelo ao longo do tempo.

2 Contextualização Histórica

As Redes de Petri emergiram em 1962 pela visão inovadora de Carl Adam Petri através de sua tese de doutorado "Kommunikation mit Automaten" (Comunicação com Autômatos) [17], que as concebeu com a finalidade de representar e analisar sistemas com componentes que operam de maneira concorrente [9]. Esta abordagem se mostrou particularmente eficaz na modelagem de interações complexas e foi prontamente adotada em diversas áreas.

A motivação de Petri era criar uma representação matemática para descrever a comunicação entre autômatos, ou seja, sistemas que processam informações de forma concorrente e distribuída. O modelo proposto por Petri era inovador por oferecer uma representação formal para componentes que operam simultaneamente, algo que não era adequadamente endereçado pelos modelos computacionais da época, como as máquinas de estado finito.

Nos anos subsequentes à sua introdução, as Redes de Petri ganharam reconhecimento como uma ferramenta poderosa para a modelagem de sistemas concorrentes e distribuídos [13] [16] [18]. Na década de 1970, o modelo foi adotado em diversas áreas da ciência da computação, incluindo o design de hardware, sistemas operacionais e linguagens de programação. A capacidade das Redes de Petri de representar e analisar a concorrência e a sincronização de processos as tornou particularmente atraentes para a modelagem de sistemas complexos.

Com o advento da internet e o aumento da complexidade dos sistemas de software, as Redes de Petri provaram ser uma ferramenta valiosa para a análise de protocolos de comunicação e redes de computadores [4]. Elas ofereceram uma maneira de visualizar e verificar propriedades críticas de sistemas, como a ausência de deadlocks e a conservação de recursos.

A história das Redes de Petri é, portanto, uma narrativa de inovação contínua e adaptação, refletindo a evolução das necessidades em modelagem de sistemas e análise de processos. A capacidade das Redes de Petri de se adaptar e permanecer relevante, mesmo após várias décadas, atesta sua robustez e flexibilidade como uma ferramenta de modelagem formal.

3 Artigos relacionados

O trabalho [2] de Miryam Barad destaca a eficácia das Redes de Petri como uma estrutura para modelar e analisar sistemas assíncronos com atividades concorrentes e paralelas. As PNs são ferramentas gráficas e analíticas que se concentram em dois conceitos básicos: eventos e condições. Revisa várias aplicações práticas das PNs, incluindo a estimativa da utilização esperada de recursos em redes de filas abertas, verificação de simulações computadorizadas e planejamento de lotes na indústria têxtil. A autora destaca a versatilidade

Seminário MFO, Novembro 2023, Joinville
2023. ACM ISBN …$
https://doi.org/

das PNs como uma estrutura de modelagem, abordando diferentes contextos e mostrando como as TPNs podem ser usadas para avaliar o desempenho do sistema ao longo do tempo.

Já artigo [7] de Jörg Desel e Gabriel Juhás aborda a crescente diversidade de variantes de redes de Petri e questiona se o termo "Petri net" é mais do que um nome comum para conceitos muito diferentes. Os autores buscam identificar aspectos comuns a todas ou pelo menos à maioria das redes de Petri, concentrando-se nas características que as diferenciam significativamente de outras linguagens de modelagem. Eles exploram diferentes técnicas sob o título "análise" com relação ao objetivo da análise. Além disso, discutem o papel das redes de Petri no desenvolvimento de sistemas distribuídos.

Enfim, o estudo [12] de Michael K. Molloy apresenta uma equivalência entre o comportamento de redes de Petri com taxas de transição exponencialmente distribuídas e processos de Markov. Especificamente, redes de Petri k-limitadas são isomórficas a processos de Markov finitos e podem ser resolvidas por técnicas padrão se k não for muito grande. O autor demonstra a aplicabilidade prática dessa abordagem resolvendo o atraso médio e o throughput em estado estacionário em um link de comunicação ao usar o protocolo de bits alternados para recuperação de erros.

Em conjunto, esses artigos fornecem uma base sólida para contextualizar e entender as Redes de Petri, desde aplicações práticas até considerações teóricas e matemáticas. Essa ampla gama de abordagens fortalece a discussão sobre a relevância das Redes de Petri como uma ferramenta de modelagem formal.

4 Estrutura de uma Rede de Petri

A representação gráfica de uma rede de Petri básica é formada por: círculos (lugares), retângulos (transições) e setas (arcos) representados na Figura 1. Segundo o próprio Petri: As formas retangulares simbolizam as transições, que correspondem a ações ou eventos do sistema, tais como processos de transporte ou etapas de montagem e desmontagem.

Os círculos, por sua vez, representam os lugares, que funcionam como pontos de acúmulo ou reserva temporária de recursos. As flechas, conhecidas como arcos, definem as relações de fluxo ou influência entre lugares e transições, indicando a ordem e a possibilidade de ocorrência das atividades. É essencial entender que os arcos não são condutos físicos pelos quais os marcadores se movem; eles são abstrações que indicam a passagem de estado ou a transferência de controle dentro da rede. É importante destacar, que usualmente em alguns modelos, os estados são representados por círculos e as ações por barras ou quadrados.

Na notação das Redes de Petri, uma bolinha preta pequena dentro de um círculo maior, que representa um lugar (place), é chamada de "token" ou "marca". Tokens são usados para representar a existência de uma certa condição ou a disponibilidade de recursos dentro do sistema modelado pela Rede de Petri [13].

Os elementos estruturais são utilizados para criar o modelo, no qual arcos orientados conectam lugares a transições e transições a lugares. Estes arcos podem ser rotulados com um valor inteiro positivo, indicando seu peso. Um arco de peso k pode ser interpretado como k arcos paralelos [20].

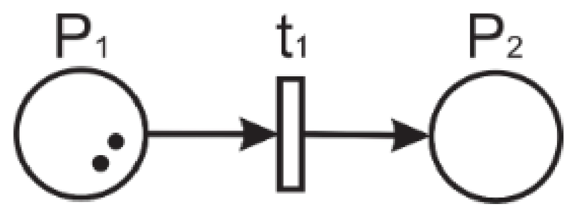

Figure 1. Grafo e seus elementos básicos [10].

Uma Rede de Petri (RdP) é estruturada por elementos fundamentais que delineiam sua estrutura e funcionalidade: os lugares, que representam as condições ou capacidades passivas do sistema, atuando como as variáveis de estado [10]; as transições, que correspondem aos elementos ativos capazes de alterar o estado do sistema; e os arcos, que definem as regras de transição, especificando o processo pelo qual um estado é transformado em outro em resposta às atividades executadas no sistema.

Definimos uma rede de Petri como RdP $= (P, T, F, W, M_0)$, um vetor de 5 elementos em que:

- $P = \{p_1, p_2, \ldots, p_m\}$ é um conjunto finito de lugares;
- $T = \{t_1, t_2, \ldots, t_n\}$ é um conjunto finito de transições;
- $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ é um conjunto de arcos;
- $W : F \longrightarrow \{1, 2, 3, \ldots\}$ é a função peso;
- $M_0 : P \longrightarrow \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ é a marcação inicial;
- $P \cap T = \emptyset$ e $P \cup T \neq \emptyset$

A função peso W é uma função nos inteiros positivos que determina quantas fichas são necessárias para que uma transição seja ativada (arcos lugar-transição) ou quantas fichas serão adicionadas a um lugar após o disparo de uma transição (arcos transição-lugar) [13].

A dinâmica da rede é dada pelos estados que podem ser alcançados, levando a rede de um estado para outro pelo disparo de transições [13]. Em Redes de Petri, o conceito de "disparo de transição" refere-se à execução de um evento dentro do sistema modelado.

Para que uma transição ocorra, ela deve estar "habilitada", o que depende de condições específicas relacionadas à configuração atual de "tokens" ou "marcas" nos lugares que precedem a transição. A lógica que governa este mecanismo é conhecida como a regra de habilitação e disparo, e pode ser detalhada da seguinte forma: Uma transição é considerada habilitada quando cada um dos seus lugares de entrada contém um número de tokens que é pelo menos igual ao peso do arco que conecta o lugar à transição. O peso do arco representa a quantidade de tokens necessária para que a transição seja habilitada e é uma característica definidora da relação entre o lugar e a transição.

Uma vez habilitada, a transição pode ou não disparar. O disparo é análogo à ocorrência do evento que a transição representa. Se o evento representado pela transição ocorre, então a transição dispara.

Quando uma transição dispara, ela consome tokens dos seus lugares de entrada, subtraindo de cada um o número de tokens igual ao peso do arco correspondente. Simultaneamente, a transição produz tokens nos seus lugares de saída, adicionando a cada um um número de tokens igual ao peso do arco de saída. Este processo reflete a mudança de estado no sistema modelado pela Rede de Petri, onde o disparo de transições altera a distribuição de tokens e, consequentemente, a marcação da rede.

Essa dinâmica de habilitação e disparo é fundamental para o funcionamento das Redes de Petri, permitindo que elas simulem a evolução de sistemas complexos que envolvem processos concorrentes e interdependentes.

A ilustração 2 demonstra um modelo de Rede de Petri que simula o processo de montagem de um item utilizando duas unidades da "peça 1" e uma unidade da "peça 2". Neste modelo, os lugares denominados "peça 1" e "peça 2" quantificam a disponibilidade das peças de tipo "1" e tipo "2", respectivamente, enquanto o lugar "peça montada" reflete a quantidade de itens já montados. A transição, marcada como "t", simboliza a ação de montagem das peças.

Este modelo é exibido em duas condições operacionais distintas: a primeira ilustra a condição inicial, onde estão disponíveis duas unidades de "peça 1" e duas de "peça 2", mas ainda não há nenhuma "peça montada"; a segunda mostra a condição subsequente à execução da montagem de um item, evidenciando a ativação da transição "t" e a consequente alteração do estado inicial.

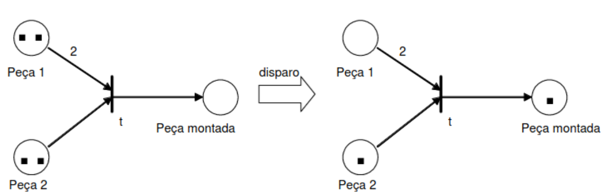

Figure 2. Exemplo de Rede de Petri [1].

5 Tipos de Redes de Petri

As Redes de Petri podem ser classificadas em diversas categorias, com base em suas características e aplicações. Esta seção explora os principais tipos de Redes de Petri e discute suas propriedades distintas.

5.1 Redes de Petri Ordinárias ou Clássicas

A estrutura de uma Rede de Petri Clássica é composta por três componentes principais: lugares (places), transições (transitions) e arcos (arcs), já conceituadas anteriormente na seção Fundamentos e Terminologia das Redes de Petri.

A simplicidade das Redes de Petri Clássicas as torna particularmente úteis para introduzir os conceitos fundamentais de modelagem de sistemas com concorrência e sincronização [8]. Elas fornecem uma ferramenta visual e matemática para representar processos que ocorrem em paralelo e para analisar propriedades como alcance, segurança e vivacidade. Através de sua capacidade de representar explicitamente estados e transições, as Redes de Petri Clássicas permitem aos pesquisadores e engenheiros visualizar e verificar o comportamento de sistemas complexos de uma maneira intuitiva e formal.

5.2 Redes de Petri Coloridas (Coloured Petri Nets - CPN)

Contemplados nas redes de petri de alto nível o principal objetivo das Redes de Petri Coloridas (RdPC) ilustrada na imagem 3, é a redução do tamanho do modelo, permitindo que fichas individualizadas (coloridas) representem diferentes processos ou recursos em uma mesma sub-rede [6].

Ela é composta por três partes: estrutura, inscrições e declarações. A estrutura é um grafo direcionado, com dois tipos de nós (lugares e transições), com arcos interconectando nós de tipos diferentes [11]. As inscrições são associadas aos lugares, transições e arcos. As declarações são tipos, funções, operações e variáveis. Quando a expressão do arco é avaliada, ela gera um multi-conjunto de fichas coloridos. Expressões podem conter constantes, variáveis, funções e operações definidas nas declarações, e não produzem efeito colateral.

Formalmente, uma RPC é definida como uma tupla CPN = $(\Sigma, P, T, A, N, C, G, E, I)$ que satisfaz as seguintes propriedades:

- Σ é um conjunto finito não vazio de tipos, chamado de conjunto de cores;
- P é um conjunto finito de lugares;
- T é um conjunto finito de transições, tal que $P \cap T = \emptyset$;
- A é um conjunto finito de arcos, tal que $P \cap A = T \cap A = \emptyset$;
- N é uma função de nós, tal que $N : A \longrightarrow P \times T \cup T \times P$;
- C é uma função de coloração, tal que $C : P \longrightarrow \Sigma$;
- G é uma função de guarda que associa a cada $t \in T$ uma expressão do tipo booleana;
- E é uma função de anotações de arcos que associa a cada $a \in A$ uma expressão do tipo do lugar relacionado; e
- I é uma função de inicialização que associa a cada $p \in P$ uma expressão do tipo $C(p)$.

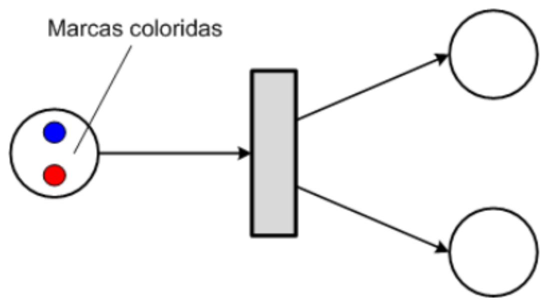

Figure 3. Rede de Petri Colorida [21].

Table 1. Descrição dos Tempos Associados às Transições da imagem 4

Tempo	Descrição
d_1	Tempo em que não necessita do recurso
d_2	Tempo de aquisição do recurso
d_3	Tempo de utilização do recurso

5.3 Redes de Petri Temporizadas (Timed Petri Nets)

As Redes de Petri Temporais (RPTs) introduzem a dimensão temporal ao modelo clássico de Redes de Petri, incorporando informações temporais nas transições, lugares ou marcas. Neste tipo de rede, a temporalidade é expressa através de intervalos de tempo, conferindo às RPTs uma maior capacidade para representar e analisar os requisitos temporais inerentes a sistemas reais. Esta característica torna as Redes de Petri Temporais particularmente eficazes na modelagem de processos onde o fator tempo é um aspecto crítico.

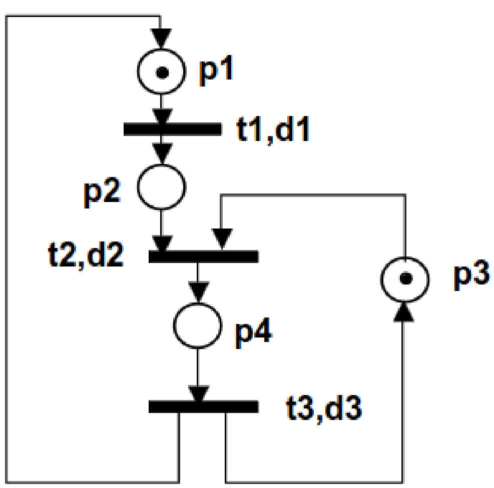

Figure 4. Rede de Petri Temporal [5].

Neste exemplo da imagem 4, consideramos uma Rede de Petri onde a presença de uma marca no lugar p_3 indica a disponibilidade de um recurso específico. Por outro lado, uma marca no lugar p_1 sinaliza que a unidade de processamento atual não requer esse recurso.

A marcação inicial $M_0 = \{1, 0, 1, 0\}$ habilita exclusivamente a transição t_1. O atraso associado a t_1, denotado por d_1, representa o intervalo de tempo durante o qual o processo não necessita do recurso em questão.

Além disso, o atraso d_2 é interpretado como o tempo necessário para adquirir a posse do recurso. Da mesma forma, d_3 representa o período em que o processo mantém o recurso alocado, antes de liberá-lo para uso subsequente.

5.4 Redes de Petri Estocásticas (Stochastic Petri Nets - SPN)

Elementos de natureza estocástica são associados a comportamentos cujas dinâmicas não permitem uma previsão exata de seus estados futuros, dadas as condições conhecidas presentes [15].

As Redes de Petri Temporais (RPTs) introduzem a dimensão temporal ao modelo clássico de Redes de Petri, incorporando informações temporais nas transições, lugares ou marcas. Neste tipo de rede, a temporalidade é expressa através de intervalos de tempo, conferindo às RPTs uma maior capacidade para representar e analisar os requisitos temporais inerentes a sistemas reais [3]. Esta característica torna as Redes de Petri Temporais particularmente eficazes na modelagem de processos onde o fator tempo é um aspecto crítico.

Nas Redes de Petri Estocásticas (SPNs), as expressões de guarda são expressões booleanas que controlam o disparo de uma transição, estabelecendo condições relacionadas à marcação da rede. Se a expressão de guarda de uma transição resultar em um valor verdadeiro, a transição está habilitada a disparar; caso contrário, ela é desabilitada.

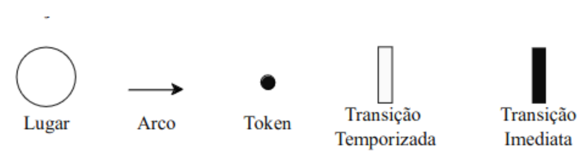

Figure 5. Rede de Petri Temporal [5].

Conforme ilustrado na figura 5, para Redes de Petri Estocásticas (SPNs), os lugares representam condições ou estados do sistema, podendo conter tokens que indicam a presença dessas condições ou a disponibilidade de recursos. Os tokens são essenciais para definir a configuração atual do sistema. As transições temporizadas, diferentemente das imediatas, possuem um atraso associado, modelado por uma distribuição de probabilidade, que determina o tempo de espera antes de sua ativação, sendo cruciais para simular processos com variáveis temporais significativas. Por outro lado, as transições imediatas disparam instantaneamente assim que habilitadas, sem atraso, e geralmente têm prioridade sobre as temporizadas, representando eventos que ocorrem de forma imediata assim que suas condições são satisfeitas.

6 Aplicações

A característica central da teoria das Redes de Petri é que elas conseguem lidar com a complexidade de sistemas grandes [7]. Muitos artigos enfatizam as seguintes características do modelo: são uma noção gráfica e, ao mesmo tempo, uma noção matemática precisa. Por isso, foram projetadas e são usadas principalmente para modelagem. Muitos sistemas, especialmente aqueles com componentes independentes, podem ser modelados por uma rede de Petri, como por exemplo, hardware de computadores, software de computadores, sistemas físicos esistemas sociais. Em particular, podem modelar o fluxo de informação ou outros recursos dentro de um sistema.

6.1 Modelagem de Hardware

O hardware pode ser dividido em vários níveis e as redes de Petri podem modelar cada um desses níveis:

- em um nível, computadores são construídos de memórias e portas;
- em um nível mais alto, os principais componentes são unidades funcionais e registradores;
- em um nível ainda mais alto, os componentes de uma rede podem ser sistemas computacionais inteiros.

Máquinas de estados finitos são comumente representadas por diagrama de estados, em que os estados são representados por círculos (nós do grafo) e as transições por arcos.

6.2 Protocolos de Comunicação

Uma das áreas mais interessantes para aplicação de modelagem (especialmente redes de Petri) é a área da representação de protocolos de comunicação. Em protocolos, geralmente, as transições são bem nítidas (por exemplo, a transmissão ou recepção de uma mensagem). Muitas situações que são mutuamente exclusivas se fazem presentes (como a escolha entre um receptor dentre vários).

O modelo é interessante para representar um protocolo que trabalhe de maneira aleatória. Entretanto, nem sempre é interessante se valer dessa situação (a eventualidade). Para os casos em que se deseja estipular o destino que o token deve seguir, ou seja, trabalhar de forma determinística, foram propostas algumas extensões às redes de Petri originais. Essas extensões são discutidas na próxima seção.

6.3 Computação Dataflow

As Redes de Petri são comumente usadas para modelar o fluxo de controle, mas também são aplicáveis à modelagem de fluxo de dados, conhecido como dataflow. Em modelos dataflow, não há um fluxo de controle sequencial como nos sistemas de computação convencional. Unidades funcionais podem executar suas tarefas assim que os operandos estão disponíveis, permitindo um alto grau de paralelismo em máquinas dataflow [14].

6.4 Sistema Pipeline

O paralelismo através de pipeline explora os aspectos temporais, onde cada processador manipula dados fornecidos à sua entrada e os passa transformados para o próximo processador (estágio). Um sistema pipeline é composto por vários estágios que podem operar simultaneamente, e a comunicação entre processadores é restrita a estágios vizinhos [14].

6.5 Jantar dos Filósofos

Aborda a modelagem do problema clássico do "Jantar dos Filósofos" proposto por Dijkstra, utilizando Redes de Petri. O problema descreve uma situação onde os filósofos podem estar comendo, pensando ou com fome. Cada filósofo está sentado em volta de uma mesa e possui um garfo à direita e outro à esquerda. Para que um filósofo possa comer, é necessário que ele tenha ambos os garfos, ou seja, o seu e o do seu vizinho. O desafio é evitar que todos os filósofos peguem o garfo à direita simultaneamente, o que levaria a um deadlock [14].

7 Tendências Futuras

No livro [19] de Wolfgang Reisig temos especulações e questões levantadas por Carl Adam Petri sobre o futuro das redes de Petri, especialmente em relação à teoria da informação e sua base na física.

Destaca a possibilidade de utilizar efeitos atômicos ou biológicos pouco conhecidos em futuros cálculos, indicando uma tendência de explorar novos paradigmas baseados em princípios físicos fundamentais. Além disso, ressalta a importância de termos na ciência da transformação da informação em sistemas dinâmicos que não trocam informações com o ambiente, sugerindo que as redes de Petri, com sua dinâmica reversível, podem contribuir para a formulação desses termos.

A discussão sobre a reversibilidade em processos dinâmicos indica que as redes de Petri podem desempenhar um papel crucial na formulação de lógicas reversíveis e na compreensão mais profunda da invariança em processos dinâmicos. A ênfase na independência parcial de componentes na estruturação de sistemas sugere uma tendência para reconhecer a objetividade intrínseca da ordem causal parcial de eventos, influenciando abordagens de modelagem baseadas nessa independência.

Por fim, conclui mencionando a necessidade de estar preparado para surpresas no futuro. Isso sugere uma tendência de abertura para abordagens inovadoras e a capacidade de se adaptar a descobertas imprevistas no campo das redes de Petri.

As tendências futuras das redes de Petri podem envolver a exploração de novos princípios físicos, a formulação de conceitos de conservação de informação, o desenvolvimento de lógicas reversíveis e a ênfase na independência parcial de componentes em sistemas dinâmicos. Essas direções indicam um campo em constante evolução e aberto a surpresas e descobertas.

8 Conclusão

Este artigo explorou a evolução histórica, os tipos e as aplicações das Redes de Petri, uma ferramenta matemática e gráfica, para modelagem e análise de sistemas dinâmicos com componentes concorrentes. Desde a sua concepção por Carl Adam Petri em 1962, essas redes desempenharam um papel significativo em diversas áreas, evoluindo para abordar desafios em hardware, protocolos de comunicação, sistemas temporais, estocásticos e paralelismo.

A aplicação das Redes de Petri na modelagem de hardware permitiu uma representação de sistemas computacionais em diferentes níveis, desde memórias e portas até sistemas computacionais inteiros. Em protocolos de comunicação, as redes destacam-se na modelagem de situações mutuamente exclusivas e na representação de eventos determinísticos ou aleatórios.

Quanto ao futuro das Redes de Petri, as especulações de Petri sobre a teoria da informação e a dinâmica reversível indicam uma trajetória promissora. A busca por novos paradigmas baseados em princípios físicos fundamentais sugere que essas redes podem desempenhar um participação fundamental em futuros cálculos, explorando efeitos atômicos ou biológicos pouco conhecidos.

Em suma, as Redes de Petri não apenas oferecem uma compreensão de sistemas complexos, mas também apontam para o horizonte de possibilidades na matemática, ciência da computação e teoria da informação.

References

[1] [n. d.]. Redes de Petri. Material Online. https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/1881413/mod_resource/content/0/Aula_Redes%20de%20Petri.pdf Acesso em: 01 de novembro de 2023..

[2] Miryam Barad. 2016. Petri Nets—A Versatile Modeling Structure. *Applied Mathematics* 7, 9 (2016), 829–839. https://doi.org/10.4236/am.2016.79074 Received 22 March 2016; accepted 23 May 2016; published 26 May 2016.

[3] Guy Barroso and Virgilio Almeida. 1990. Modelagem de sistemas de software com redes de petri estocásticas. In *Anais do IV Simpósio Brasileiro de Engenharia de Software*. SBC, 110–123.

[4] Jonathan Billington, Soren Christensen, Kees M van Hee, Ekkart Kindler, Olaf Kummer, Laure Petrucci, Rudolf Post, Christian Stehno, and Michael Weber. 1996. Understanding Petri Nets: Modeling Techniques, Analysis Methods, Case Studies. In *Proceedings of the 17th International Conference on Application and Theory of Petri Nets*. Springer-Verlag, 1–24.

[5] Graça BRESSAN. 2002. Modelagem e simulação de sistemas computacionais: abordagem sistemática de modelagem e análise de desempenho de sistemas. *São Paulo: Larc–PCS/Epusp* (2002).

[6] Maria de Fátima Costa de Souza, Danielo G Gomes, Giovanni Cordeiro Barroso, Cidcley Teixeira de Souza, José Aires de Castro Filho, Mauro Cavalcante Pequeno, and Rossana MC Andrade. 2007. LOCPN: redes de Petri coloridas na produção de objetos de aprendizagem. *Revista Brasileira de Informática na Educação* 15, 3 (2007).

[7] Jörg Desel and Gabriel Juhás. 2001. What Is a Petri Net? Informal Answers for the Informed Reader. In *Unifying Petri Nets (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2128)*, H. Ehrig et al. (Eds.). Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1–25.

[8] Michel Diaz. 2009. *Petri Nets: Fundamental Models, Verification and Applications*. Wiley-ISTE.

[9] Carlos A Heuser. 1991. *Modelagem conceitual de sistemas: redes de Petri*. Escola Brasileiro-Argentina de Informatica.

[10] Leandro Fritzen Klem and Fabricia Roos Frantz. 2016. CARACTERÍSTICAS E TIPOS DE REDES DE PETRI. *Salão do Conhecimento* (2016).

[11] Paulo RM Maciel, Rafael D Lins, and Paulo RF Cunha. 1996. *Introdução às redes de Petri e aplicações*. UNICAMP-Instituto de Computacao Sao Paulo, Brazil.

[12] Molloy. 1982. Performance Analysis Using Stochastic Petri Nets. *IEEE Trans. Comput.* C-31, 9 (1982), 913–917. https://doi.org/10.1109/TC.1982.1676110

[13] Tadao Murata. 1989. Petri nets: Properties, analysis and applications. *Proc. IEEE* 77, 4 (1989), 541–580.

[14] Silmara Aparecida Nonato. 1999. *Utilização de Redes de Petri para Avaliação de Sistemas Computacionais*. Ph. D. Dissertation. Universidade de São Paulo, São Carlos.

[15] Ítalo Romani de Oliveira. 2007. *Análise de risco da operação de espaçamento temporal aerotransportado por meio de um modelo em rede de Petri estocástica e dinamicamente colorida*. Ph. D. Dissertation. Universidade de São Paulo.

[16] James L. Peterson. 1981. *Petri Net Theory and the Modeling of Systems*. Prentice-Hall.

[17] Carl Adam Petri. 1962. Kommunikation mit automaten. (1962).

[18] C. Ramchandani. 1974. Analysis of asynchronous concurrent systems by timed Petri nets. In *Project MAC Conference on Concurrent Systems and Parallel Computation*. ACM, 83–84.

[19] Wolfgang Reisig. 2012. *Understanding Petri Nets: Modeling Techniques, Analysis Methods, Case Studies*. Springer.

[20] João Borsoi Soares. 2001. *Editor de modelos de sistemas de eventos discretos, baseado em redes de Petri interpretadas*. Ph. D. Dissertation. Universidade de São Paulo.

[21] Eduardo Takeo Ueda. 2012. *Análise de políticas de controle de acesso baseado em papéis com rede de Petri colorida*. Ph. D. Dissertation. Universidade de São Paulo.