

## TRABALHO PRÁTICO 01

### ENUMERAÇÃO DE SOLUÇÕES DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

#### Questão 01.

Considere um problema de programação linear, escrito na forma padrão, com  $n$  variáveis e  $m$  restrições (não levando em consideração as restrições de não-negatividade), sendo  $m < n$ .

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ &\text{sujeito a: } \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \\ &\mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

onde:  $\mathbf{x}$  é um vetor  $1 \times n$  de variáveis de decisão;  $\mathbf{c}$  é um vetor  $1 \times n$  de coeficientes das variáveis de decisão na função objetivo;  $\mathbf{A}$  é uma matriz  $m \times n$  de coeficientes das variáveis nas restrições;  $\mathbf{b}$  é um vetor  $1 \times m$  de termos independentes das restrições, com todo elemento  $b_i \geq 0$ ; e  $\mathbf{0}$  é um vetor  $1 \times n$  de zeros.

Se igualarmos  $n - m$  variáveis a zero, e o sistema resultante tiver uma única solução, essa solução é denominada **solução básica** e corresponde a um ponto extremo (viável ou inviável) da região de soluções. Isso significa que o número máximo de pontos extremos (viáveis e inviáveis) é:

$$C_m^n = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Se a solução do sistema tiver alguma variável com valor negativo, então essa solução é inviável, pois viola as restrições de não-negatividade ( $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ ). Caso a solução tenha todas as variáveis maiores ou iguais a zero, então a solução é viável.

Diante do exposto acima, escreva um programa que receba como argumento de entrada o caminho de um arquivo de texto que contém a descrição de um problema de programação linear (na forma padrão) e apresente todas as soluções básicas (viáveis ou inviáveis). Para cada solução calculada, devem ser apresentadas as seguintes informações:

- Valor das variáveis;
- Valor da função objetivo;
- Indicar se a solução é viável ou não;
- Indicar se a solução é ótima caso ela seja.

A tabela abaixo apresenta exemplos de arquivos de entrada e as saídas esperadas.

Arquivo de entrada	Saída esperada
5 3	Solução: $\mathbf{x}=(0, 0, 4, 2, 3)$ , $z=0$ , viável
-1 -2 0 0 0	Solução: $\mathbf{x}=(0, 4, 0, 2, -1)$ , $z=-8$ , inviável
1 1 1 0 0	Solução: $\mathbf{x}=(0, 3, 1, 2, 0)$ , $z=-6$ , viável
1 0 0 1 0	Solução: $\mathbf{x}=(4, 0, 0, -2, 3)$ , $z=-4$ , inviável
0 1 0 0 1	Solução: $\mathbf{x}=(2, 0, 2, 0, 3)$ , $z=-2$ , viável
4 2 3	Solução: $\mathbf{x}=(2, 2, 0, 0, 1)$ , $z=-6$ , viável
	Solução: $\mathbf{x}=(1, 3, 0, 1, 0)$ , $z=-7$ , viável ==> ótima
	Solução: $\mathbf{x}=(2, 3, -1, 0, 0)$ , $z=-8$ , inviável
	Soluções básicas viáveis: 5
	Soluções básicas inviáveis: 3

#### Descrição do arquivo de entrada

A primeira linha do arquivo de entrada contém dois valores: o número de variáveis de decisão  $n$  e o número de restrições  $m$ . A linha seguinte contém  $n$  valores que indicam os coeficientes das variáveis na função objetivo. As  $m$  linhas seguintes contém os coeficientes das variáveis nas restrições (cada linha contém  $n$  valores). Por fim, a última linha contém  $m$  valores que são os termos independentes das restrições.

**Descrição da saída esperada**

Para cada solução básica (viável ou inviável) encontrada, primeiro é apresentado o valor das variáveis de decisão seguindo o padrão  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , seguido pelo valor da função objetivo no formato  $z=?$  e, por fim, a indicação se a solução é viável ou não, onde deve ser apresentado o texto `viável` para soluções viáveis e o texto `inviável` para soluções inviáveis. Para a solução ótima, deve ser apresentado ainda o texto `texto ==> ótima`. Após a apresentação das soluções básicas encontradas, deve ser apresentado o número de soluções básicas viáveis e o número de soluções básicas inviáveis.

**Importante:**

- Note que após igualar  $n - m$  variáveis a zero, o sistema resultante pode ser impossível, ou seja, não tem solução e, portanto, não é uma solução básica (e nem corresponde a um ponto extremo). Nesses casos, nada deverá ser apresentado.
- A ordem em que as soluções são apresentadas não segue nenhuma regra específica, podendo ser apresentada em uma sequência diferente da apresentada no exemplo.
- O programa deve receber o nome do arquivo como um argumento de linha de comando.