Dadas dos series, $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ y $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$, defina su producto como la serie $\sum_{k=1}^{\infty} c_k$ donde $c_n = a_1 b_n + a_2 b_{n-1} + \dots + a_n b_1 = \sum_{l=1}^{n} a_l b_{n+1-l}$.

Tome la serie $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{\sqrt{k}}$, con coeficientes $a_k = \frac{(-1)^{k+1}}{\sqrt{k}}$. El producto de esta serie consigo misma tiene los coeficientes

$$c_n = \sum_{l=1}^{n} a_l b_{n+1-l} = \sum_{l=1}^{n} \frac{(-1)^{l+1}}{\sqrt{l}} \frac{(-1)^{n+1-l+1}}{\sqrt{n+1-l}} = (-1)^{n+1} \sum_{l=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{l(n+1-l)}}$$

Con lo que la serie producto es

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sum_{l=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{l(n+1-l)}}$$

$$c_1 = 1$$

$$c_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \simeq -1{,}41$$

$$c_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}} \simeq 1{,}65$$

Claramente, $|c_n|$ es creciente y de modo que

$$\lim_{n\to\infty} c_n > 0,$$

por lo que la serie diverge.