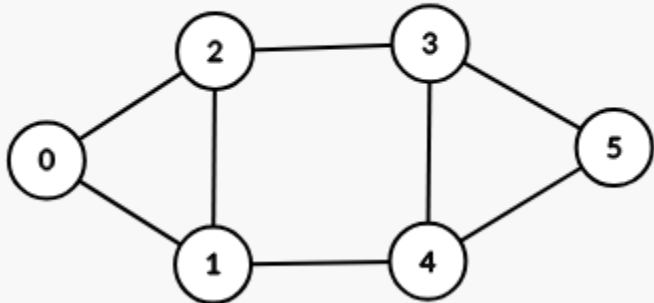


Czym jest spectral clustering?

Spectral clustering to algorytm dzielenia danych (np. wierzchołków grafu) na grupy (klastry) za pomocą analizy spektralnej macierzy.

- Działa na podstawie struktury grafu.
- Używa **macierzy Laplace’a** i jej **wektorów własnych**, aby znaleźć naturalne podziały.

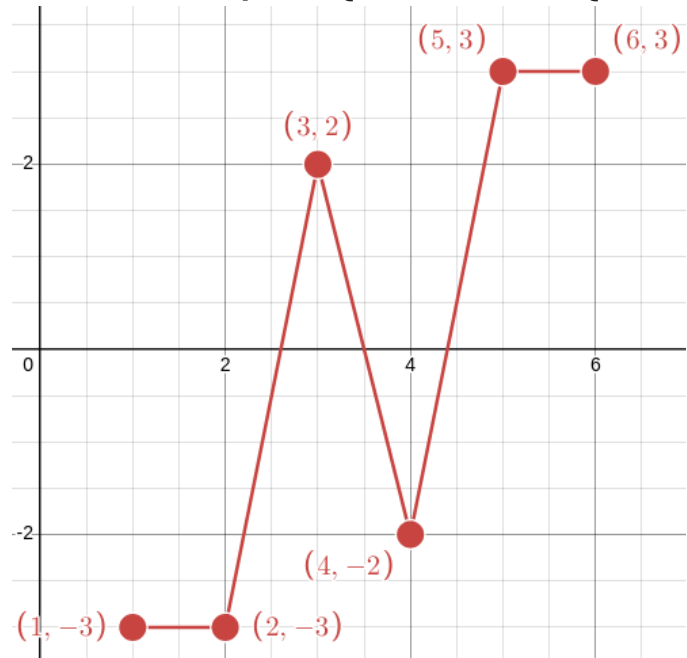
Wszystkie przykłady będą pokazywane na podstawie tego grafu:



Dlaczego spectral clustering działa?

Spectral clustering używa macierzy Laplace'a aby pokazać różnicę pomiędzy sąsiadującymi wierzchołkami. Jest to bardzo podobne do działania operatora Laplace'a.

Wartość połączeń z sąsiadami w macierzy Laplace'a dla każdego wierzchołka:



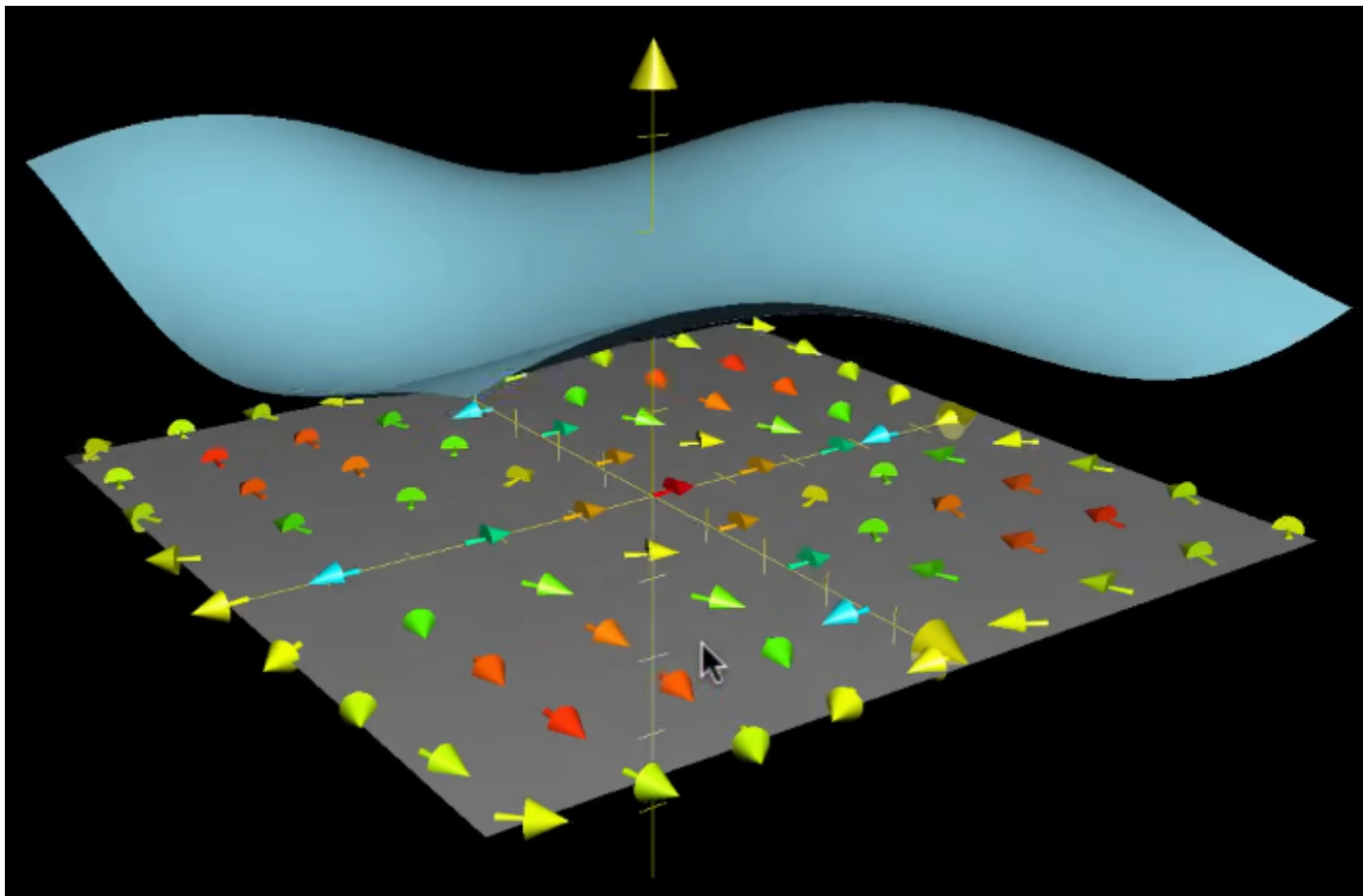
Tutaj widzimy że najlepiej jest podzielić graf pomiędzy wierzchołkami 3 i 4 czyli wierzchołki (1, 2, 3) to klaster 1 a (4, 5, 6) to klaster 2.

Policzone ze wzoru: Lx

Gdzie L to macierz Laplace'a a x to wektor z wierzchołkami np.:

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Operator Laplace'a na funkcji ciągłej:



Podobieństwa

Macierz Laplace'a i jej wektory własne są bardzo podobne do tego jak przy całkowaniu możemy przejść z współrzędnych kartezjańskich na biegunowe. Po przejściu na spektrum macierzy (przestrzeń wektorów własnych) łatwiej jest nam podzielić graf na klastry ponieważ wierzchołki dobrze połączone są blisko siebie w przestrzeni wektorowej.

Przedstawienie wierzchołków grafu w przestrzeni wektora własnego:



Działanie krok po kroku

1. macierz sąsiedztwa

- wizualizacja grafu skierowanego i jego symetryzacji
- Wzór na to
- dlaczego symetryzujemy graf (bo graf symetryczny ma wektory własne orthogonalne)

2. Macierz Laplace'a

Jak do niej przechodzimy, jak po tym przejściu jest przedstawiany graf (z kolorami)

3. Liczenie wektorów własnych

Przedstawienie grafu z kolorami i wektorami własnymi

Przedstawienie jego przekształcenia macierzą wektorową

Jak liczymy wektory własne

Kilka słów o metodzie shiftedInversePowerMethod i wizualizacja

Kilka słów o metodzie gausa siedla i wizualizacja + wzór

4. Dzielenie grafu

Pokazuje jak dzieli graf metodą k-means

5. Wynik końcowy

wizualizacja podzielonego grafu

Źródła

- [Spectral Clustering \(wikipedia\)](#)
- [Macierz Laplace'a \(wikipedia\)](#)
- [Spektrum Macierzy \(wikipedia\)](#)
- [Operator Laplace'a \(youtube\)](#)