

Modelo sistema solar

Cortes Julian, Garcia David
 $u\{1803147, 1803346\}@unimilitar.edu.co$
Profesor: Castellanos Alejandro

Resumen—La fuerza de gravitación es uno de los temas de mayor investigación en el campo de la astronomía. En esta interactúan fuerzas que inicialmente fueron estudiadas por Isaac Newton, diciendo que hay una relación directa entre las masas y el inverso del cuadrado de la distancia. Esta fuerza genera aceleración e interacción entre masas lo que mantiene el sistema solar que conocemos funcionando.

Palabras clave—Fuerza, Newton, masa, trayectoria, Python, velocidad, energía, entorno Tk.

hay una proporcionalidad entre la aceleración de un cuerpo y su masa.

$$F = ma \quad (4)$$

La constante de proporcionalidad es la masa, este hallazgo fue gracias a la ley de gravitación universal.

I. INTRODUCCIÓN

EL sistema solar ha sido estudiado desde hace siglos atrás, maravillando al ser humano con su funcionamiento. Isaac Newton en ese entonces desarrollo el calculo diferencial para hallar de una forma maravillosa una ecuación muy aproximada para ese entonces de la realidad de el comportamiento entre las masas. Físicos por años han estudiado este comportamiento planetario, y aunque actualmente hay modelos relativistas mas acertados, aun es usado el modelo de gravitación universal para entender que la orbita planetaria es elíptica.

II. MARCO TEÓRICO

II-A. Ley gravitación universal

La ley de gravitación universal fue hallada por Newton, que al crear diversas técnicas novedosas a su época logro demostrar la relación entre masas, lo que no logró fue hallar la constante G , solo se sabia que era muy pequeña. Para ese entonces la ecuación se conocía mas en su forma vectorial:

$$F = -G \frac{m_1 m_2}{\|r_2 - r_1\|^3} (r_2 - r_1) \quad (1)$$

Donde $(r_2 - r_1)$ es la distancia de los cuerpos en sus centros de masa. Esa ecuación fue aceptada mucho tiempo hasta que tiempo después llegó la relatividad restringida.

Hoy en día es mas conocida la ecuación (1) en su forma modulo:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (2)$$

Poco tiempo atrás, con técnicas modernas y experimentos como el de Cavendish se llevo a la medición de G , que es igual a

$$G = 6,67384 \times 10^{-11} \quad (3)$$

En consecuencia a esta ley de gravitación universal(LGU), Newton acepto que a su vez estas masas generaban un concepto nuevo, llamado gravedad. de esta forma se hallo que

El presente documento corresponde a un informe de proyecto de Dinámica aplicada presentado en la Universidad Militar Nueva Granada durante el periodo 2020-1.

II-B. Sistema solar

El sistema solar es un sistema planetario, este está conformado por una estrella de gran masa conocida como sol, al rededor de la cual orbitan planetas, meteoros, meteoritos, asteroides y cometas, en el caso especifico de los planetas son nueve los cuales en relación a la distancia a la que se encuentran del sol son: Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Neptuno y plantón, este ultimo desestimado varias veces de su designación de planeta, sin embargo el pasado 25 de octubre de 2019, el director de la nasa Jim Bridenstine afirmó que si es un planeta. Estos planetas orbitan al sol de forma elíptica, este comportamiento puede ser modelado con la anterior nombrada ley de gravitación universal sin tener en consideración la orbita de Mercurio, ya que este experimenta un movimiento de precesión muy lento.

III. PROCEDIMIENTO

Al estudiar varios modelos computacionales usados en la actualidad, se hizo notorio que personas han usado datos para generar el modelo[1] matemático de la ley de gravitación universal con mayor precisión. Programadores en la red han realizado simulaciones de par de masas interactuando entre si haciendo uso de LGU. Para realizar de este modelo, se elaboro una interfaz gráfica en el software spyder con el lenguaje de programación de python, en esta interfaz se creó un 'canvas' es decir, un universo en el cual se referencia un centro de gravedad único (sol), cerca de este 9 objetos con propiedades de posición y velocidad en forma vectorial bidimensional.[2] Luego se definieron unas condiciones iniciales del sistema, se opto por colocar los 9 planetas alineados en una linea horizontal con el sol, estos espaciados uniformemente con una velocidad inicial en Y de $V_{y0} = 0,12 \text{ u/s}$. Dentro de este programa no se tiene en cuenta la fuerza de atracción entre os mismos planetas, ni su hipotética colisión.

IV. RESULTADOS

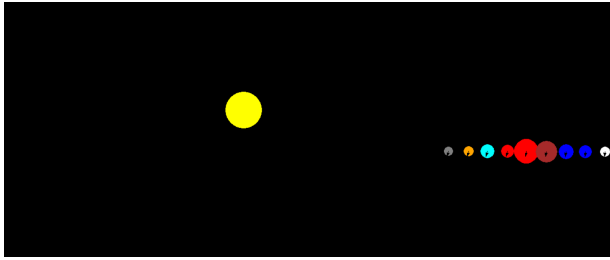


Figura 1. Sistema pasado 0.3s

A los 0.3s de ejecución del programa, se observa que los vectores que se dibujan sobre cada planeta empiezan a doblar hacia la izquierda al ser atraídos por el sol.

Al transcurrir un tiempo sin interrupciones se contempla como las orbitas planetarias empiezan a tomar forma, haciendo notoria su trayectoria elíptica y como esta varia poco a poco.[3]

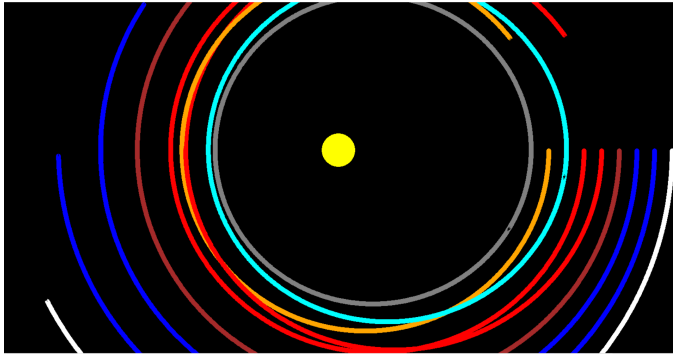


Figura 2. Orbitas dibujadas pasado un tiempo

Las orbitas son elípticas, debido que la primera ley de movimiento planetario de Kepler nos lo indica, la excentricidad de la orbita terrestre es de 0,0167 siendo casi circular, esta orbita de la misma forma sigue la segunda ley de movimiento planetario de Kepler que indica que el cuerpo se moverá mas rápido cuando pase cerca al sol, siendo esto verídico, se puede decir que si la velocidad es mayor cuando sale de las cercanías del sol esta en algún momento perderá energía cinética y la potencial hará que vuelva al sol, siendo esto cíclico hará que se realice este movimiento. En la pantalla desaparecen unos planetas, debido a que su orbita crece de manera cuantiosa y el 'canvas' creado no es suficiente para mostrarlo, ya que se da un mayor enfoque a la tierra y así mirar de forma más cercana el comportamiento de esta.

Tras el transcurrir del tiempo, se ve como la velocidad de los planetas es mayor en algunos puntos que en otros durante su orbita al rededor del sol. Al analizar la magnitud de la velocidad de la tierra en el tiempo de algunas iteraciones del programa, se obtiene el siguiente comportamiento.

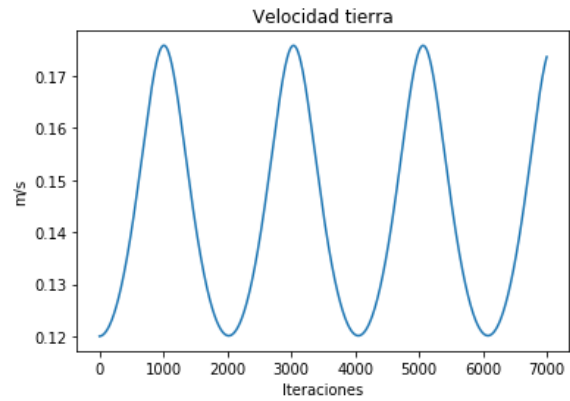


Figura 3. Magnitud de la velocidad de la tierra

Se distingue claramente un comportamiento periódico, en donde en un punto del movimiento la velocidad se hace máxima y en otro mínima. Por el escalamiento del sistema y demás factores de experimentación, los datos no coinciden, pero en la vida real la tierra va en su valor máximo a 30,75 km/s y mínimo 28,76 km/s.

El impacto de perdida de energías por las cercanías de los planetas en su mayoría se compensan, haciendo que sus orbitas sean estables y no crezcan de forma desmesurada haciendo que se salgan de el sistema solar los planetas, en ocasiones estos cambios de posición entre ellos es de forma constante por lo que cambian de forma muy ligera la orbita del planeta, y es algo inevitable pero siempre mantienen sus orbitas estables.

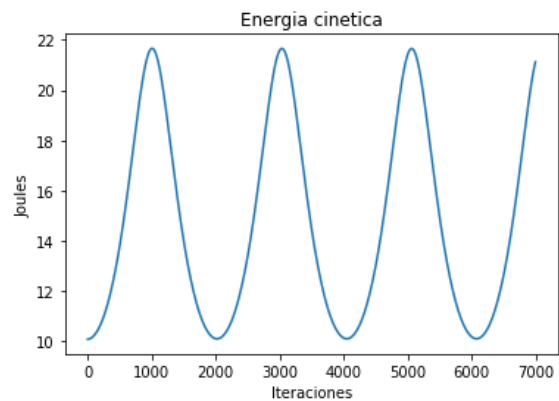


Figura 4. Magnitud de la energía cinética de la tierra

Al analizar la figura 4 que hace referencia a la energía cinética de la tierra se observa que al igual que en la velocidad la energía se comporta de forma periódica tomando esta puntos máximos y mínimos, lo mismo sucede con la energía cinética, solo que esta posee una magnitud diferente, donde sus máximo es: $2,67 \times 10^{33} J$.

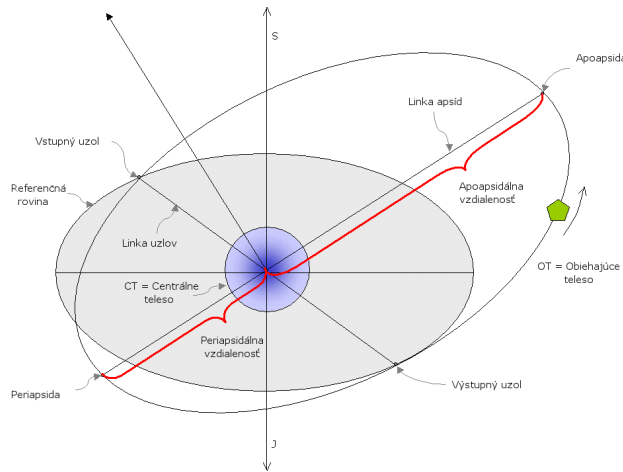


Figura 5. Forma en orbitas planetarias

Como se aprecia en la figura anterior, el centro de la elipse no es el punto de gravedad mayor, normalmente esta en uno de sus bordes. La energía potencial es conocida como $E_p = mgh$ en casos donde la fuerza de gravedad es despreciable, en el caso de la energía potencial planetaria es:

$$E_p = -G \frac{m_1 m_2}{r} \quad (5)$$

Donde esta ecuación depende directamente de la LGU, el comportamiento de este es logarítmico, siendo la gráfica correspondiente a la tierra:

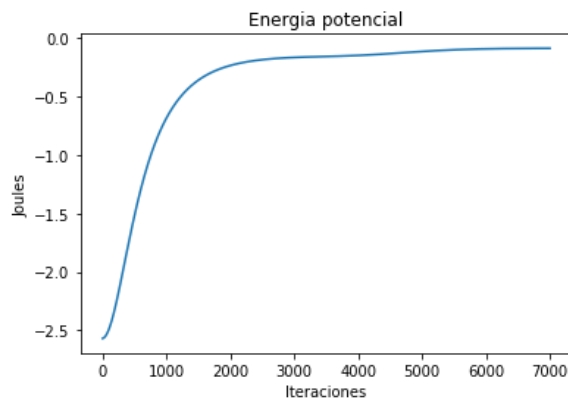


Figura 6. Energía potencial en la tierra

En el caso de la tierra esos puntos extremos de la trayectoria elíptica se llaman *perihelio* siendo esta la mas cercana al sol(mayor velocidad) y el *afelio* la mas lejana de este(menor velocidad). Si se eliminan variables como perdida de energía por calor o radiación sobre la misma, energía de rotación y demás. La ecuación del movimiento traslacional es

$$U_T = U_k + E_p - C_0 \quad (6)$$

Si se toma que las perdidas de energía C_0 son nulas. El análisis de energía de movimiento planetario se puede deducir viendo la figura (7):

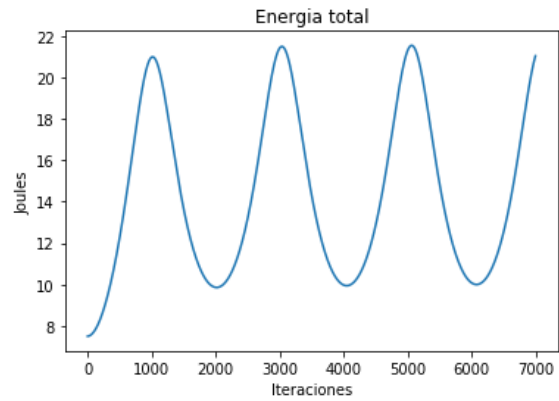


Figura 7. Energía total en la tierra

Donde en sus puntos de mínima velocidad la energía potencial será mayor que en sus puntos de máxima velocidad, así mismo la energía cinética tendrá mayor valor en sus puntos de mayor velocidad.

V. DISCUSIÓN

El programa realizado presenta un comportamiento planetario acorde a la teoría clásica. Este pese a no ser la representación fiel al sistema en el que vivimos, vemos en las diferentes pruebas que las gráficas de energías y velocidad son coherentes con la realidad. El programa posee una forma de ver las orbitas planetarias que al ser el sol un foco de las orbitas de cada planeta, trazan una elipse de una excentricidad muy baja, acorde a las de verdad. La energía es oscilante dependiendo de la posición en la que se encuentre, afelio o perihelio.

REFERENCIAS

- [1] N. Giamblanco y P. Siddavaatam. "Keyword and Keyphrase Extraction using Newton's Law of Universal Gravitation". En: *2017 IEEE 30th Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE)*. 2017, págs. 1-4. DOI: 10.1109/CCECE.2017.7946724.
- [2] J. Yu, Z. Chen, A. Xu, J. Gao e Y. Fan. "Fault location of measurement and control area based on universal gravitation search algorithm". En: *2019 Chinese Automation Congress (CAC)*. 2019, págs. 839-842. DOI: 10.1109/CAC48633.2019.8996987.
- [3] Ching-Chuan Su. "A local-ether wave equation unifying quantum mechanics, electromagnetics, and gravitation". En: *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. Digest. Held in conjunction with: USNC/CNC/URSI North American Radio Sci. Meeting (Cat. No.03CH37450)*. Vol. 3. 2003, 470-473 vol.3. DOI: 10.1109/APS.2003.1219887.