



```
private int randomMove(int x, double PROB_MOVEUP) {
    // by PROB_MOVEUP probability, x increases, otherwise x decreases.
    // If x is smaller than 0, reset x to 0
    final int STEP_SIZE = 1;
    return Math.random() < PROB_MOVEUP ? x+STEP_SIZE: Math.max(0,x-STEP_SIZE);
}

@Test
public void testRandomMove() {
    final double PROB_MOVEUP = 0.4;
    final int RETRY = 40;
    final int START_VALUE = 0;
    int value = START_VALUE;
    for (int i = 0 ;i < RETRY; i++) {
        value = randomMove(value, PROB_MOVEUP);
        System.out.print(value + ", ");
    }
    // What's the average expectation of value after infinite number of RETRY?
}
```

An example sequence

```
0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 2, 1, 0, 0, 0, 0,
1, 0, 0, 0, 1, 2, 1, 0, 1, 2, 3, 4, 4
```

```
0 =====
1 =====
2 =====
3 ===
...
```

已知二阶递推公式, 以及边界条件

$$p_{n,k+1} = Pp_{n-1,k} + (1 - P)p_{n+1,k}$$

$$p_{0,k+1} = Pp_{0,k} + (1 - P)p_{1,k}$$

其中 P 是已知的增加的概率, 是常量。假设能够稳定状态存在, 那么

$$p_n = Pp_{n-1} + (1 - P)p_{n+1}$$

构造以下一阶递推公式

$$p_n = Kp_{n-1}$$

其中 K 是常数。那么

$$p_n = Pp_n/K + (1 - P)Kp_n$$

得到

$$K = P/(1 - P)$$

进一步验证边界条件也符合，所以得到表达式，是指数函数

$$p_n = (P/(1 - P))^n p_0$$

因为总体概率为1，所以

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n = \sum_{n=0}^{\infty} K^n p_0 = 1$$

因此得到

$$p_0 = (1 - 2P)/(1 - P)$$

我们想求平均有多少库存

$$E = \sum_{n=0}^{\infty} np_n = \sum_{n=0}^{\infty} nK^n p_0$$

用错项相消的方式求解

$$E/K = \sum_{n=0}^{\infty} nK^{n-1} p_0 = \sum_{n=1}^{\infty} nK^{n-1} p_0 = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)K^n p_0$$

$$E/K - E = \sum_{n=0}^{\infty} K^n p_0 = 1$$

$$E = K/(1 - K) = P/(1 - 2P)$$

可见， $P < 0.5$

比方说， P 是0.49的时候， E 是24.50。 P 是0.45的时候， E 是4.50