



Universidade de Brasília

IE- Departamento de Estatística

Métodos Estatísticos 2

Juliana Magalhães Rosa

## **Comparação entre Duas Populações**

Amostra dos Resultados do Saeb

Brasília

2020

## Sumário

<b>1 Introdução .....</b>	<b>2</b>
<b>2 Associação entre Notas em Matemática e Localização da Escola .....</b>	<b>3</b>
2.1 Amostra de Tamanho 30 .....	3
2.2 Amostra de Tamanho 100 .....	5
<b>3 Associação entre Notas em Português e Dependência Administrativa da Escola.....</b>	<b>7</b>
3.1 Amostra de Tamanho 30 .....	7
3.2 Amostra de Tamanho 100 .....	9
<b>4 Comparação entre Notas em Português e Notas em Matemática.....</b>	<b>11</b>
<b>5 Considerações Finais .....</b>	<b>13</b>

## 1 Introdução

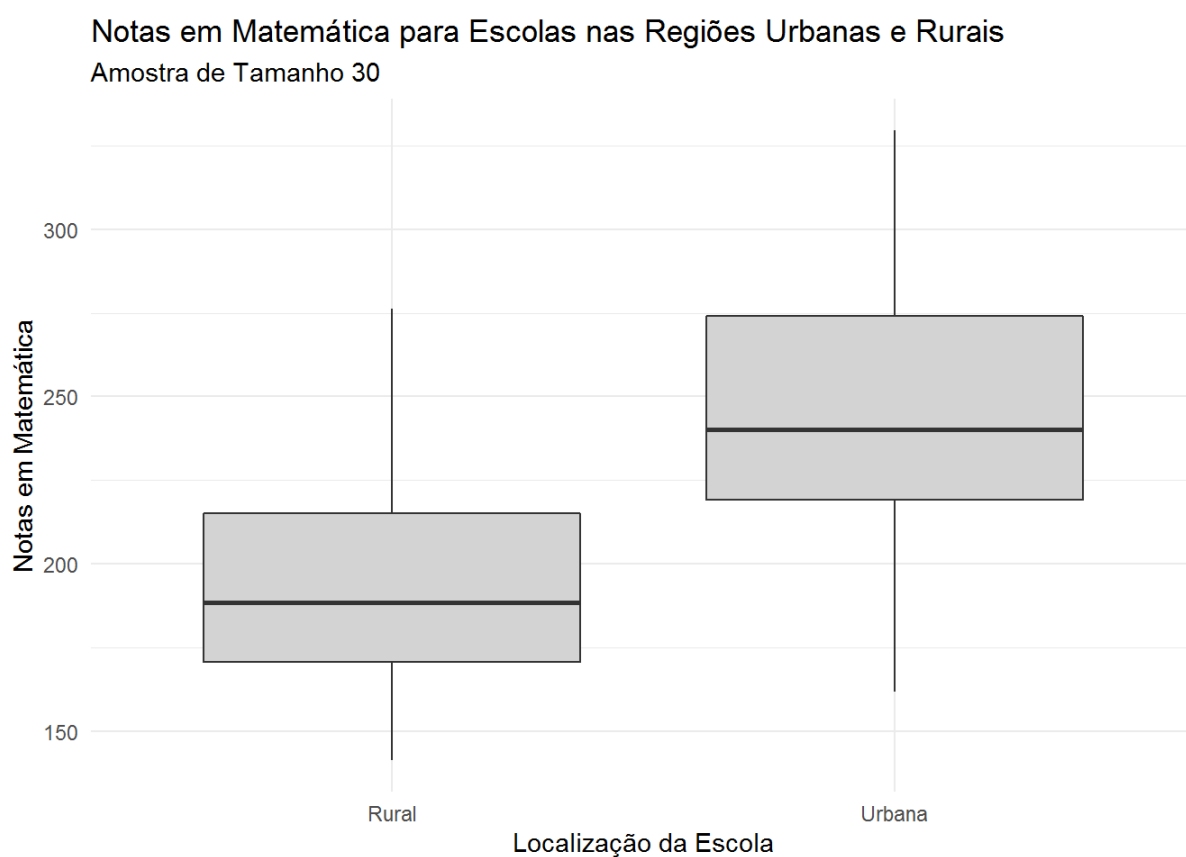
Existem diferentes testes com o objetivo de comparar características entre duas populações. A escolha dos testes a serem usados em cada situação depende de vários fatores. Dois dos mais importantes são a normalidade populacional e a dependência entre amostras.

O propósito deste trabalho é comparar as notas de diferentes grupos de estudantes na prova Saeb 2017. Para isso será utilizada uma amostra de tamanho 30 e uma de tamanho 100 e diversos testes de hipóteses serão realizados.

Será comparada a distribuição das notas em matemática para escolas em regiões urbanas e rurais. Também serão analisadas as notas em língua portuguesa para escolas com dependência administrativa estadual e municipal. Por último, será feito o contraste entre notas de português e notas de matemática.

## 2 Associação entre Notas em Matemática e Localização da Escola

### 2.1 Amostra de Tamanho 30



**Tabela 1-** Medidas Descritivas das Notas em Matemática para Escolas em Regiões Rurais e Urbanas na Amostra de Tamanho 30 da Prova Saeb. Brasil, 2017.

Medidas/ Localização	Rural	Urbana
Média	198	241
Primeiro Quartil	171	219
Mediana	189	240
Terceiro Quartil	215	274

Quarto Quartil	276	329
Amplitude	135	167
Intervalo Interquartil	44.6	54.8
Variância	2622	1822
Desvio Padrão	51.2	42.7
Coeficiente de Variação	0.258	0.177

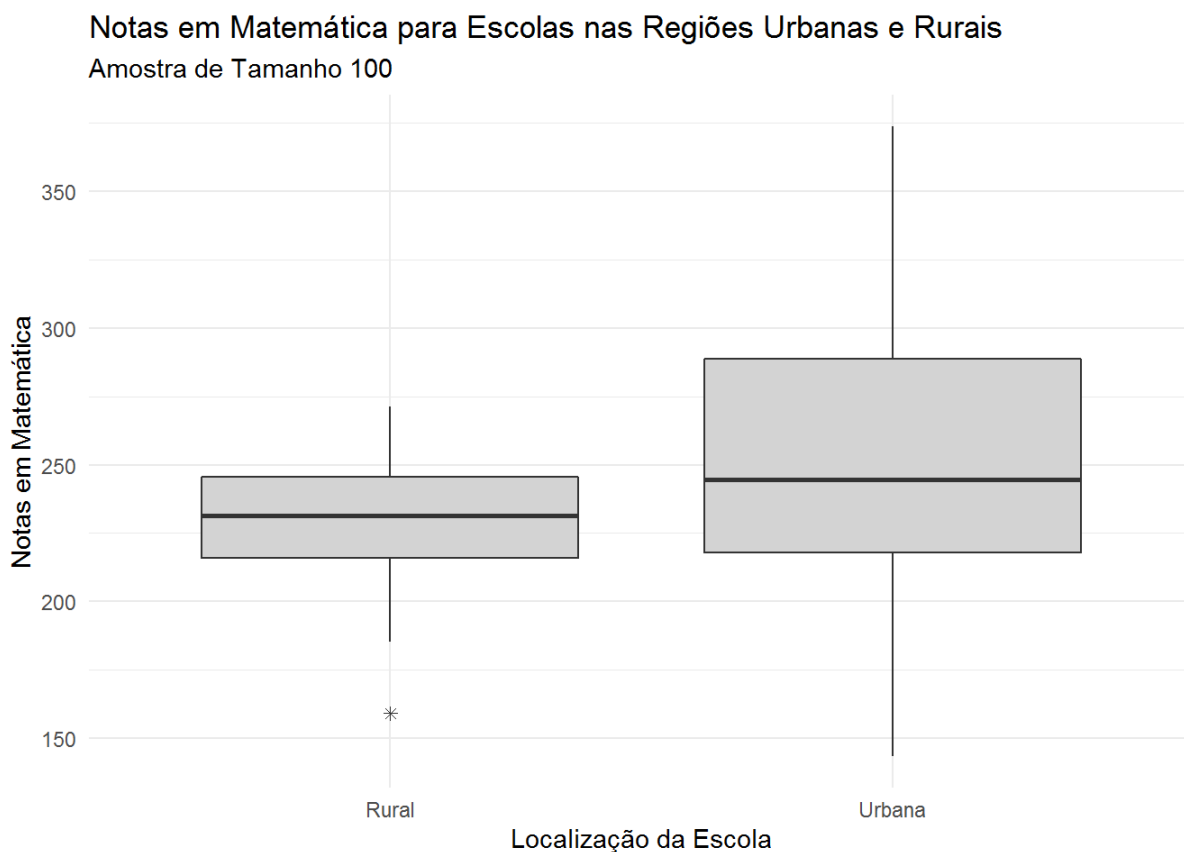
Fonte: <http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb>

Pelo gráfico acima, fica visível a diferença na distribuição de notas para escolas em áreas rurais e urbanas. As escolas urbanas parecem ter um desempenho melhor em matemática, pelo menos nessa amostra. A tabela de medidas descritivas mostra uma diferença de 43 pontos na média de um grupo para o outro. Há também uma diferença de 51 pontos entre as medianas. Diferente das medidas de centro, o coeficiente de variação é menor para a zona urbana, indicando que as notas são menos variáveis nessa categoria.

Para tirar conclusões mais concretas em relação a essas diferenças, foram realizados alguns testes para duas populações. Para realizar o teste T de Student, é necessária a suposição de normalidade. Essa hipótese já foi avaliada no trabalho anterior de [Testes de Aderência](#) e aceita como plausível. Além disso, foi necessário o teste de homocedasticidade. Como a estatística F resultou em 1,44 com um p-valor de 0,5, foi aceita a igualdade das variâncias. Daí, o teste T unilateral à esquerda apresentou uma estatística de -1,96 com um p-valor de 0,03. Então, a hipótese de igualdade entre médias foi rejeitada a um nível de significância de 0,05. Ou seja, as escolas em zonas urbanas realmente obtiveram notas mais altas.

Foi, ainda, realizado o teste U de Mann-Whitney (unilateral). Com uma estatística de teste de 32 e seu p-valor de 0,048, a hipótese nula foi rejeitada mais uma vez. O teste unilateral de Komogorov-Smirnov para duas amostras também apresentou um p-valor pequeno de 0,049 para  $T=0,6$ . Logo, os três testes resultaram na mesma conclusão: a zona urbana apresenta notas mais altas em matemática.

## 2.2 Amostra de Tamanho 100



**Tabela 2-** Medidas Descritivas das Notas em Matemática para Escolas em Regiões Rurais e Urbanas na Amostra de Tamanho 100 da Prova Saeb. Brasil, 2017.

Medidas/ Localização	Rural	Urbana
Média	226	251
Primeiro Quartil	216	218
Mediana	231	245
Terceiro Quartil	245	289
Quarto Quartil	271	374
Amplitude	112	231
Intervalo Interquartil	29.5	71.1

Variância	950	2630
Desvio Padrão	30.8	51.3
Coeficiente de Variação	0.136	0.204

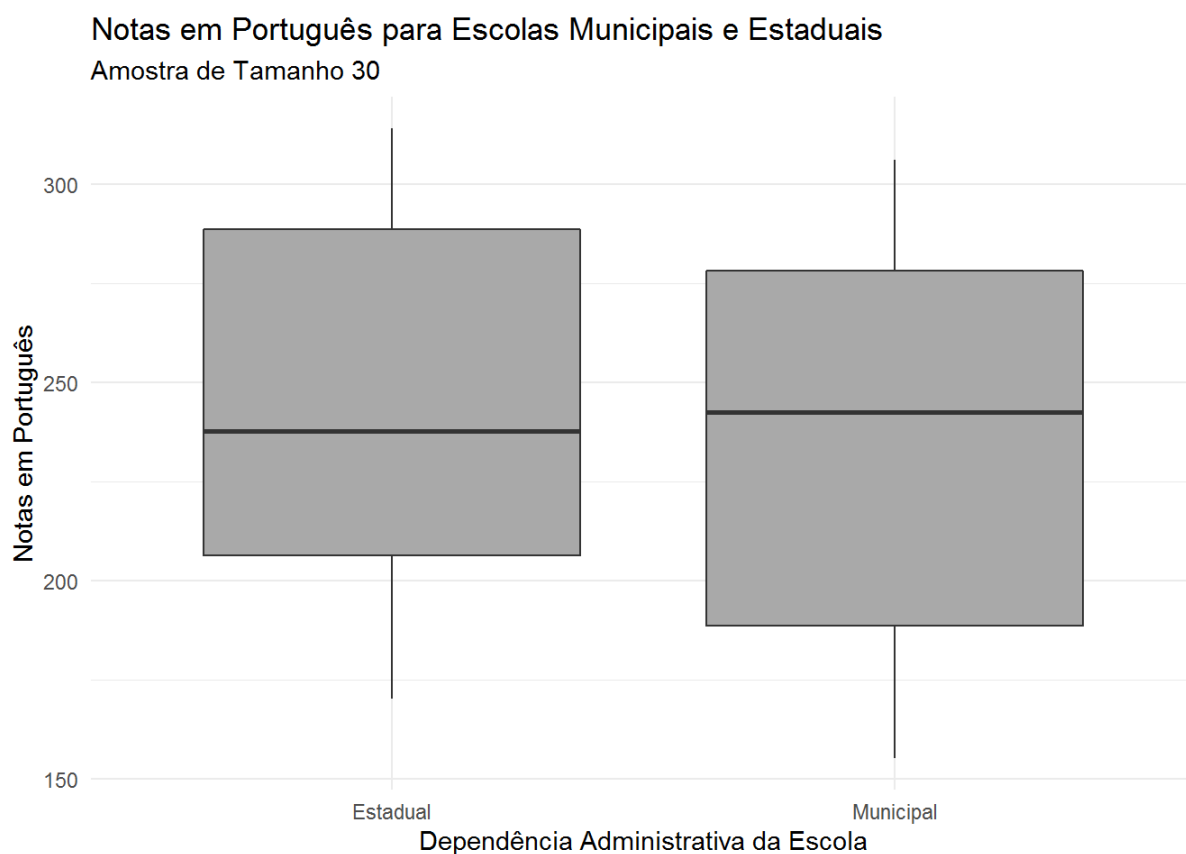
Fonte: <http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb>

A amostra de tamanho 100 parece possuir uma distribuição de notas de matemática bem diferente da vista para a amostra de tamanho 30. Dessa vez os boxplots indicam distribuições com centros relativamente próximos, a diferença que realmente chama atenção entre as categorias é a variabilidade. Pela tabela acima, vemos que as medidas de posição ainda são numericamente superiores na zona urbana, mas em uma escala bem menor do que para a mostra anterior. E, em contraste com o que foi observado para a amostra menor, vê-se um coeficiente de variação menor para a área rural, ratificando a diferença de variabilidade apontada no gráfico.

Os mesmos testes foram realizados para essa amostra maior. O teste de igualdade das variâncias resultou em homocedasticidade com  $F=0,36$  e  $p\text{-valor}=0,07$ . A estatística T de Student foi de  $-1,64$  e não permitiu a rejeição da hipótese de igualdade das médias (o  $p\text{-valor}$  foi de  $0,052$ ). O teste de Wilcoxon para duas amostras apresentou um W igual a 380 e um  $p\text{-valor}$  de  $0,059$ , aceitando a hipótese nula novamente. A estatística do teste de Kolmogorov-Smirnov foi de  $0,34$  com  $p\text{-valor}$  de  $0,09$ . Logo, todos os testes concordaram na aceitação da igualdade das médias, mas todos com  $p\text{-valores}$  próximos ao nível descritivo ( $0,05$ ), ou seja, não rejeitando a hipótese nula por pouco.

### 3 Associação entre Notas em Português e Dependência Administrativa da Escola

#### 3.1 Amostra de Tamanho 30



**Tabela 3-** Medidas Descritivas das Notas em Português para Escolas com Dependência Administrativa Estadual e Municipal na Amostra de Tamanho 30 da Prova Saeb. Brasil, 2017.

Medidas/ Dependência Administrativa	Estadual	Municipal
--	----------	-----------



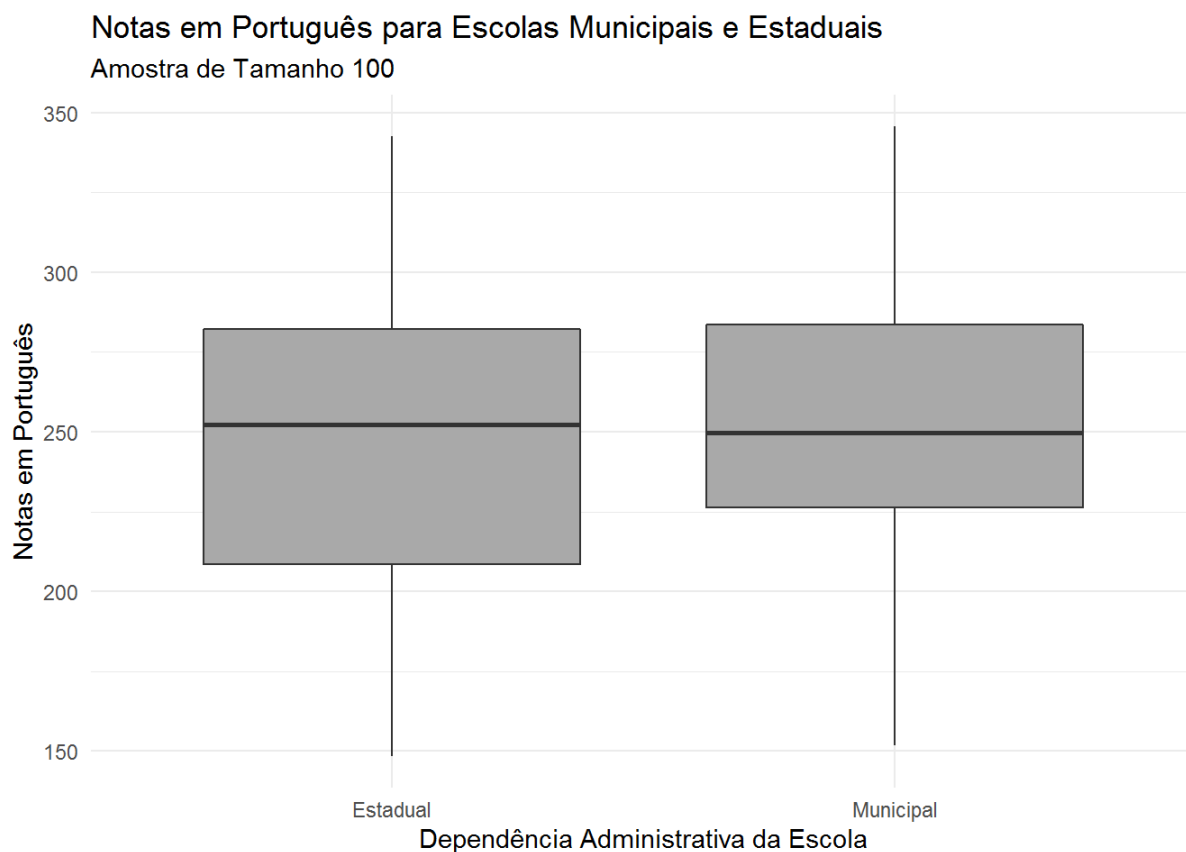
Média	241	235
Primeiro Quartil	206	189
Mediana	238	242
Terceiro Quartil	289	278
Quarto Quartil	314	306
Amplitude	144	251
Intervalo Interquartil	82.4	89.6
Variância	2127	2861
Desvio Padrão	46.1	53.5
Coeficiente de Variação	0.191	0.228

Fonte: <http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb>

Pelo gráfico, a distribuição de notas de português para escolas estaduais parece estar um pouco deslocada para cima, apesar de sua mediana estar abaixo da mediana das escolas municipais. Pela tabela percebe-se que, de fato, a média e os quartis são superiores para as escolas estaduais. Já a variabilidade é maior para as municipais, como indica o coeficiente de variação de 0,228 em comparação com o de 0,191.

As notas de português também foram comprovadas como tendo distribuição próxima da normal no mesmo trabalho mencionado anteriormente. O teste das variâncias resultou em um p-valor elevado de 0,58, indicando homocedasticidade para as notas dos dois grupos. O teste T de Student bilateral apresentou estatística igual a 0,36 e p-valor de 0,72, concluindo igualdade de médias. O teste de Wilcoxon para duas amostras teve estatística W de 120 e seu p-valor foi de 0,76, repetindo a conclusão anterior. No teste de Kolmogorov-Smirnov foi achada uma estatística de 0,125 e um p-valor de 0,79. Logo, essa amostra não apresentou suficiente evidência para comprovar alguma diferença entre as notas de português dos dois tipos de escolas.

### 3.2 Amostra de Tamanho 100



**Tabela 4-** Medidas Descritivas das Notas em Português para Escolas com Dependência Administrativa Estadual e Municipal na Amostra de Tamanho 100 da Prova Saeb. Brasil, 2017.

Medidas/ Dependência Administrativa	Estadual	Municipal
Média	246	253
Primeiro Quartil	208	226
Mediana	252	250
Terceiro Quartil	282	284
Quarto Quartil	343	346
Amplitude	194	194
Intervalo Interquartil	73.7	57.4

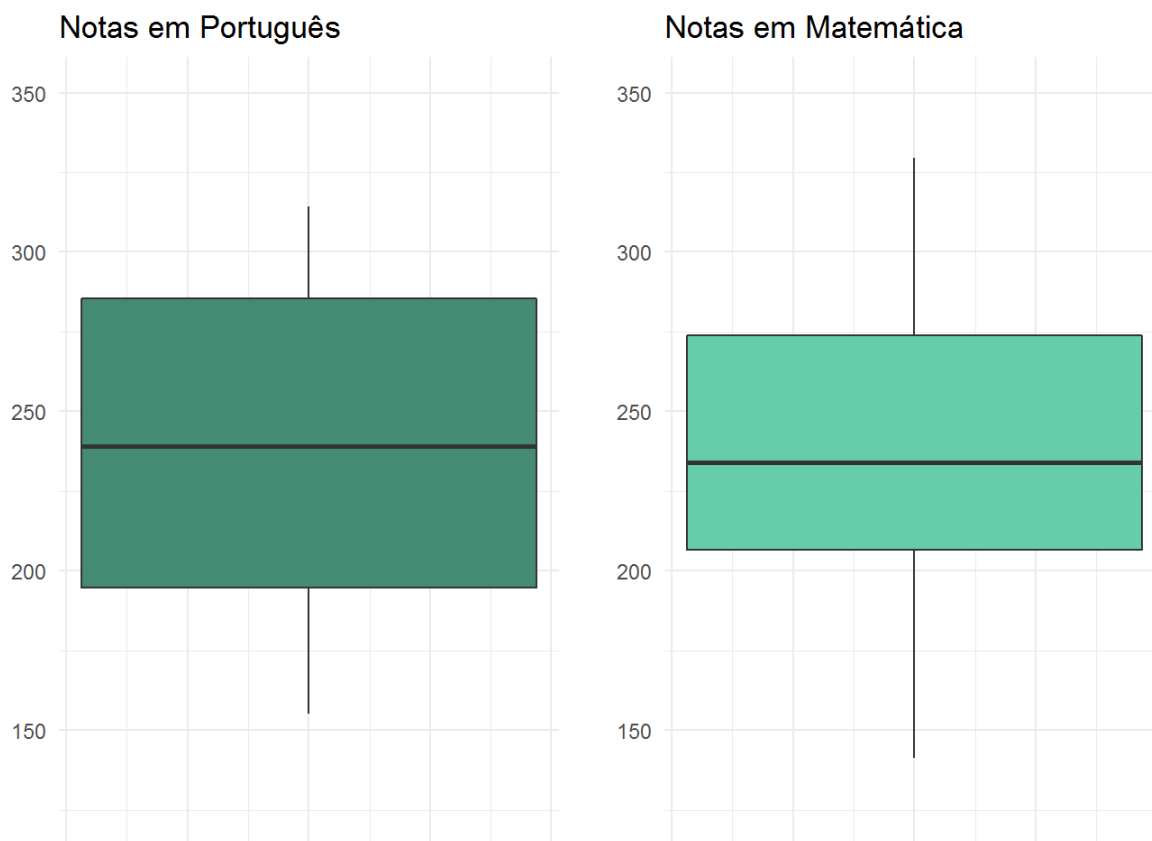
Variância	2338	2155
Desvio Padrão	48.4	46.4
Coeficiente de Variação	0.196	0.184

Fonte: <http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb>

Dessa vez o gráfico mostra distribuições com centros parecidos. A distinção maior é em relação à variabilidade dos dois grupos. A tabela apresenta medidas descritivas que são muito similares para as duas categorias, principalmente a mediana e os dois quartis superiores. A diferença mais acentuada está no primeiro quartil (208 e 226). O coeficiente de variação é um pouco maior para as escolas estaduais, corroborando a distinção de variabilidade observada no gráfico.

Apesar disso, o teste de homocedasticidade resultou em  $F=1,08$  com seu p-valor de 0,78, indicando igualdade de variâncias. O teste T de Student apresentou estatística de -0,66 com p-valor de 0,51, aceitando a hipótese nula. O teste de Mann-Whitney resultou na mesma conclusão com  $W=1162$  e p-valor=0,57. Por fim, o teste de Kolmogorov-Smirnov teve estatística do teste valendo 0,13 (p-valor de 0,45), aceitando, novamente, a igualdade das distribuições. Portanto, não há evidências de que as notas em português difiram entre os dois grupos de escolas.

## 4 Comparação entre Notas em Português e Notas em Matemática



As notas em matemática parecem ter uma consistência maior no centro da distribuição, mas uma dispersão maior nos extremos, ao contrário das notas de língua portuguesa. As medianas das duas distribuições parecem próximas, sendo a de matemática levemente menor. O alcance das notas de matemática é maior, indicando que existem tanto alunos muito proficientes em matemática como alunos com bastante dificuldade nessa área.

Considerando os dados das notas nas duas matérias como sendo duas amostras pareadas, foram realizados três testes para comparar essas distribuições. Primeiro, o teste T de Student para amostras correlacionadas teve estatística de 0,45 e p-valor de 0,66, indicando similaridade das médias. Já o teste dos sinais apresentou um p-valor bem menor de 0,09 (com  $S=20$ ), mas que ainda não permitiu

a rejeição da hipótese nula. Por fim, o teste dos postos sinalizados de Wilcoxon resultou em uma estatística de teste de 260 e um p-valor de 0,58. Logo, em todos os testes a conclusão foi de que não há grande diferença entre a distribuição das notas de matemática e a distribuição das notas de português.

## 5 Considerações Finais

Os resultados da análise sobre as notas em matemática divergiram muito entre as duas amostras. Na amostra de tamanho 30 a igualdade das distribuições foi unanimemente rejeitada. Já na amostra de tamanho 100, houve aceitação dessa mesma hipótese em todos os testes. Mesmo assim, os p-valores da segunda leva de testes foram relativamente baixos, estando todos próximos de 0,05. Então vale a suspeita de que as notas em matemática sejam maiores nas escolas das regiões urbanas. Talvez os resultados se devam a uma peculiaridade da amostra. Seria interessante testar várias amostras de diferentes tamanhos (inclusive tamanhos maiores) para ter uma certeza maior sobre o assunto.

Para as notas em português, tanto os testes realizados na amostra de tamanho 30 como os realizados na amostra de tamanho 100 resultaram na aceitação da hipótese nula. Então é seguro dizer que não há diferença significativa entre o desempenho em língua portuguesa para estudantes de escolas estaduais e municipais.

Por fim, testes para amostras pareadas indicaram que as distribuições das notas em português e em matemática são similares. Isso difere do que foi observado quando foi feito o estudo dos resultados de 2000 estudantes no trabalho de [Análise Exploratória](#). Porém, as observações feitas na época foram baseadas em gráficos e tabelas, sem a realização de testes para concretizar as conclusões.