## Análise Multivariada 1 - 02/2023 Prof. Coorgo von Borrios

## Prof. George von Borries



## Lista de Exercícios 6 - Distribuição Normal Multivariada

1. Assuma  $\mathbf{Y} \sim N_p(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ . Descreva e implemente um algoritmo em R para obter  $\mathbf{X} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$  tal que

$$\mu = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$
  $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & -1.5 \\ -1.5 & 4 \end{bmatrix}$ 

Utilize um dos procedimentos vistos em aula para gerar 1000 observações de  $\mathbf{Y}$  e aplique seu algoritmo para obter valores de  $\mathbf{X}$ . Avalie o processo de obtenção de  $\mathbf{X}$  através de elipses de contorno, gráfico Quantil-Quantil (Q-Q Plot), vetor de médias e a matriz de variância-covariância de  $\mathbf{X}$ .

2. Seja  $\mathbf{X} \sim \mathrm{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$  tal que

$$\mu = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$
  $\Sigma = \begin{bmatrix} 2 & a \\ a & 2 \end{bmatrix}$ 

Represente a elipse para a = 0; -1/2; 1/2 e 1.

3. Considere  $\mathbf{X} \sim \mathrm{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$  tal que

$$oldsymbol{\mu} = \left[ egin{array}{c} 2 \\ 2 \end{array} 
ight] \qquad oldsymbol{\Sigma} = \left[ egin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} 
ight]$$

e os vetores  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$  e  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$ . Mostre que  $\mathbf{A}\mathbf{X}$  é independente de  $\mathbf{B}\mathbf{X}$ .

4. Seja 
$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \sim N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}), \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix}.$$

Prove que  $\Sigma_{12} = 0$  se, e somente se  $X_1$  é independente de  $X_2$ .

- 5. Johnson e Wichern Exercício 4.1.
- 6. Johnson e Wichern Exercício 4.2.
- 7. Johnson e Wichern Exercício 4.3.
- 8. Johnson e Wichern Exercício 4.4.
- 9. Johnson e Wichern Exercício 4.5.
- 10. Johnson e Wichern Exercício 4.6.
- 11. Johnson e Wichern Exercício 4.21.
- 12. Johnson e Wichern Exercício 4.35.
- 13. Rencher e Christensen Problema 4.1

## Análise Multivariada 1 - 02/2023 Prof. George von Borries Lista de Exercícios 6 - Distribuição Normal Multivariada



- 14. Rencher e Christensen Problema 4.2
- 15. Rencher e Christensen Problema 4.10
- 16. Rencher e Christensen Problema 4.11
- 17. Rencher e Christensen Problema 4.12
- 18. Rencher e Christensen Problema 4.13
- 19. Rencher e Christensen Problema 4.14
- 20. Rencher e Christensen Problema 4.17