2D-Vision Blatt 7

Aufgabe 2

$p_1 = (1,1)$	$K(p_1) = 0$	$p_2 = (1,3)$	$K(p_2) = 0$
$p_3 = (1,5)$	$K(p_3) = 1$	$p_4 = (3,1)$	$K(p_4) = 0$
$p_5 = (5,1)$	$K(p_5) = 1$	$p_6 = (5,5)$	$K(p_6) = 1$

Wobei $K(x)$ die Klasse von x ist.

a) $p_7 = (3,3)$

Sei $A(p) = \left\|p - p_7\right\|_2 = \sqrt{(p * x - p_7 * x)^2 + (p * y - p_7 * y)^2}$

$A(p_1) = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} \approx 2{,}83$ $\quad$ $A(p_2) = \sqrt{4+0} \approx \sqrt{4} = 2$

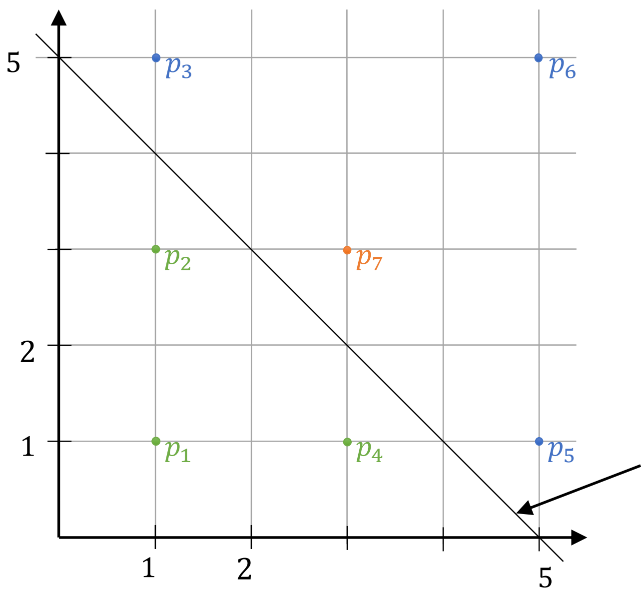
$A(p_3) = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} \approx 2{,}83$ $\quad$ $A(p_4) = \sqrt{0+4} \approx \sqrt{4} = 2$

$A(p_5) = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} \approx 2{,}83$ $\quad$ $A(p_6) = \sqrt{4+4} \approx \sqrt{8} = 2{,}83$

⇨ Nächste Nachbarn sind p_1 und p_4

$$K(p_2) = K(p_4) = 0 \Rightarrow K(p_7) = 0$$

b) (1) ohne p_7



Offensichtlich linear separierbar

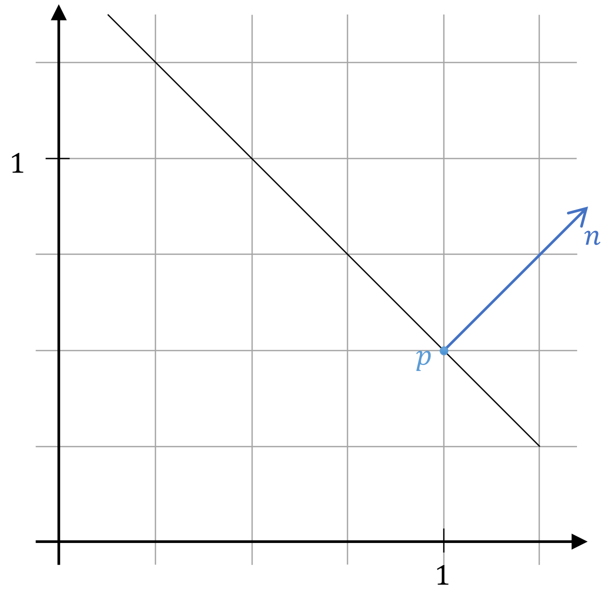
(2) mit p_7: NICHT linear separierbar

p_2, p_7 und p_5 liegen auf eines Geraden. Würde man z.B. zwischen p_2 und p_7 separieren, so wäre p_5 auf der Seite von p_7. Widerspruch

Aufgabe 3

1. $y = (w_0 \quad w_1) * x + b = (-1 \quad -2)\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} + 1 = 1$
2. $n = \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}w_0\\w_1\end{pmatrix} \qquad p = \begin{pmatrix}1\\0{,}5\end{pmatrix} \qquad w_2 = n^T p = -1{,}5$

   $w_0 = 1, \qquad w_1 = 1, \qquad w_2 = -1{,}5\,, \qquad b = 1$



Aufgabe 4

$$f(n) = \frac{1}{1 + e^{\lambda n}} \quad , \lambda \in (0, \infty)$$

$$g(n) = \frac{e^{\lambda n} - e^{-\lambda n}}{e^{\lambda n} + e^{-\lambda n}} \quad , \lambda \in (0, \infty)$$

Zu zeigen: $g(n) = 2f(2n) - 1$

Beweis:

$$2f(2n) - 1 = \frac{2}{1 + e^{-2\lambda n}} - 1 = \frac{2 - \left(1 + e^{-\lambda n}\right)}{1 + e^{-2\lambda n}} = \frac{1 - e^{-2\lambda n}}{1 + e^{-2\lambda n}} = \frac{e^{\lambda n} - e^{-\lambda n}}{e^{\lambda n} + e^{-\lambda n}} = g(n)$$

Multipliziert man jedes Gewicht des MLP mit Aktivierungsfunktion f mit 2 und fügt nach dem 1. Layer ein Bias $b = -1$ für alle folgenden Layer ein, so erhält man ein MLP, das Äquivalent zu einem MLP mit den ursprünglichen Gewichten und Aktivierungsfunktion g ist.