

2D Vision and Deep Learning: Ex. Sheet 1

Due on Monday, 22th October 2018 at 10:00

Julian Brummer

Task 1

4/4

- 1.) $x^T y = 59$ ✓
- 2.) $xy^T = \begin{pmatrix} 24 & 28 \\ 30 & 35 \end{pmatrix}$ ✓
- 3.) $xy^T z = \begin{pmatrix} 24 & 28 \\ 30 & 35 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 444 \\ 555 \end{pmatrix}$ ✓
- 4.) $rk(xy^T) = 1$, da $det(xy^T) = 0$ und $xy^T \neq 0^{2 \times 2}$ ✓

Task 2

4/4

- 1.) $det(R_1) = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$, $det(R_2) = -\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = -1$ ✓
- 2.) Ja. $R_1 R_1^T = I = R_2 R_2^T$ ✓
- 3.) Ja. $R_1^{-1} = R_1^T$, $R_2^{-1} = R_2^T$ ✓
- 4.) R_1 ist eine Drehmatrix und R_2 eine Spiegelungsmatrix. ✓

Task 3

4/4

zz.: $rk(u_{\times}) = 2$

Bew.: $ker(u_{\times}) = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid u_{\times} v = u \times v = 0\} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v = \lambda u, \lambda \in \mathbb{R}\}$
 $\Rightarrow dim(ker(u_{\times})) = 1$
 $\Rightarrow rk(u_{\times}) = 2$ ✓

Task 4

4/4

Das Zeichnen in Latex war mir zuviel Aufwand deshalb nur beschrieben:

- 1.) $\{(0, y) \mid y \in \mathbb{R}\} \cup \{(x, 0) \mid x \in \mathbb{R}\}$ (die beiden Koordinatenachsen) ✓
- 2.) Ein um 45° gedrehtes, zentriertes Quadrat mit Seitenlänge $\sqrt{2}$ ✓
- 3.) Einheitskreis ✓
- 4.) Einheitsquadrat (Seitenlänge 2) ✓

Task 5

6/6

- 1.) $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{1 + e^{-x}} \right) = \frac{e^x}{(e^x + 1)^2}$ ✓
- 2.) $\frac{d}{dx} |x| = \frac{x}{|x|}$ ✓
- 3.) $\frac{\partial}{\partial x} w^T x = w$ ✓
- 4.) $\frac{\partial}{\partial w} w^T x = x$ ✓
- 5.) $\frac{\partial}{\partial x} Mx = J_{f_m}(x)$ mit $f_m : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m : x \mapsto Mx$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} M_1 x \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial x} M_m x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_1 \\ \vdots \\ M_m \end{pmatrix} = M, \text{ wobei } M_i \text{ der } i\text{-te Zeilenvektor von } M. \quad \checkmark$$
- 6.) $\frac{dy_i}{dm_{ij}} = \frac{d}{dm_{ij}} M_i x = \frac{d}{dm_{ij}} \left(\sum_{k=1}^n m_{ik} x_k \right) = x_j$ ✓

Task 6

5/5

- 1.) $\mu = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ✓
- 2.) $\sigma^2 = \frac{1}{6} \left(4 \left(1 - \frac{2}{3} \right) + 2 \left(0 - \frac{2}{3} \right)^2 \right) = \frac{2}{9}$ ✓
- 3.) $P(S) = \left(\frac{1}{2} \right)^6 = \frac{1}{64}$ (mit Reihenfolge) ✓
 $P(S) = \binom{6}{4} \left(\frac{1}{2} \right)^6 = \frac{15}{64}$ (ohne Reihenfolge) ✓
- 4.) $P(S) = \left(\frac{3}{5} \right)^4 \left(\frac{2}{5} \right)^2 = \frac{324}{5^6} = 0.020763$ (mit Reihenfolge) ✓
 $P(S) = \binom{6}{4} \left(\frac{3}{5} \right)^4 \left(\frac{2}{5} \right)^2 = \frac{972}{3125} = 0.31104$ (ohne Reihenfolge) ✓
- 5.) $p(x=1) = \frac{2}{3}$ ✓

Task 7

3/3

- 1.) $P(y = T, x = b) = 0.1$ ✓
- 2.) $P(y = T | x = b) = \frac{P(y = T, x = b)}{P(x = b)} = \frac{0.1}{0.3} = \frac{1}{3}$ ✓
- 3.) $P(y = T) = 0.5$ ✓