Варіант 7
1. Партія виробів приймається, якщо дисперсія розміру, що контролюється, істотно не перевищує 0,2. Вибіркова дисперсія, знайдена за вибіркою об'єму $n = 121$, виявилася рівною $\sigma_{\xi}^2 = 0{,}3$. Чи можна прийняти партію при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$?
2. За вибіркою об'єму $n = 16$, витягнутої з нормальної генеральної сукупності, знайдені вибіркова середня x = $\bar{x} = 118{,}2$ і виправлене середньоквадратичне відхилення $s = 3{,}6$. Перевірити при рівні значущості 0,05 нульову гіпотезу $H_0 : a = a_0 = 120$ проти альтернативної $H_1 : a < a_0 = 120$.

Рішення

1.1) Складемо нуль гіпотезу

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2,\ H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2 .$$

1.2) Обчислимо виправлену дисперсію

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_X^*$$

s^2 = 121 / 120 * 0.3 = 0.3025
1.3) Обчислимо спостережуване значення критерію

$$\chi^2_{спост.} = (n-1)s^2 / \sigma_0^2 .$$

$\chi^2_{спост.}$ = 120 * 0.3025 / 0.2 = 181.49
1.4) Оскільки кількість ступенів вільності більша за 30, вирахуємо $\chi^2_{крит}$ за співвідношенням Уїлсона-Гілферті.

$$\chi^2_{кр.}(\alpha; k) = k \cdot \left(1 - \frac{2}{9k} + z_\alpha \sqrt{\frac{2}{9k}}\right)^3 ,$$

```
def chi_sqr(k: int, z: float) -> float:
    form = (1 - 2 / (9 * k) + z * math.sqrt(2 / (9 * k))) ** 3
    return k * form
```

$\Phi(z) = 1 – 2\alpha / 2 = 0.45 \Rightarrow z_a = 1.65$
k = 120
$\chi^2_{крит}$ = 146.56
Висновок: оскільки $\chi^2_{крит} < \chi^2_{спост}$ то нуль гіпотеза відхиляється. Партію прийняти не можна.

2.1) Нуль гіпотеза дана: $H_0 : a = a_0 = 120$ **проти альтернативної** $H_1 : a < a_0 = 120$**.**
2.2) Знаючи вибіркове середнє та виправлене середньо-квадратичне відхилення, знайдемо спостережуване значення критерію

$$T_{спост.} = \frac{(\bar{x} - a_0)\sqrt{n}}{s} .$$

```
def t_measurement(x_avg: float, a_0: number, n: int, s: float) -> float:
    nominator = (x_avg - a_0) * math.sqrt(n)
    return nominator / s
```

Отримане значення: -1.99
2.3) За таблицею критичних точок розподілу Стьюдента, за заданим рівнем значущості α, вміщеним у верхньому рядку таблиці, і кількістю ступенів вільності k = n - 1 знайдемо критичну точку.
$T_{крит}$ = 2.131
Оскільки $T_{спост} > -T_{крит}$ то підстав відхиляти нульову гіпотезу немає.