18/08 Lógica Proposicional

1) a) 8 es par y 6 es impar
V ∧ F
F

b) 8 es par o 6 es impar
V ∨ F
V

c) 4 es par y 2 no divide a 5
V ∧ V
V

d) $x < 2$ No es una proposición

e) Si 8 es par y 6 es impar, o bien 4 es par o 2 divide a 6

$(V \wedge F) \vee (V \vee V)$

f) Hace frío No es una proposición

g) 10 es múltiplo de 5 pero no de 3.
V ∧ V

2) $\sim p \rightarrow (q \vee \sim p)$

p	q	~p	q ∨ ~p	~p → (q ∨ ~p)
V	V	F	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Tautología

b) $((p \wedge q) \rightarrow p) \rightarrow q$

p	q	p ∧ q	(p ∧ q) → p	((p ∧ q) → p) → q
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	V
F	F	F	V	F

Contingencia

c) $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow p)$

p	q	$\neg p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow p$	$(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow p)$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	F	V
F	F	F	V	V

Tautologia

d) $[(p \wedge q) \vee (r \wedge \neg q)] \leftrightarrow [(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge q)]$

p	q	r	$p \wedge q$	$r \wedge \neg q$	$(p \wedge q) \vee (r \wedge \neg q)$	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg r \wedge q$	$(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge q)$	$\leftrightarrow$
V	V	V	V	F	V	F	F	F	F
V	V	F	V	F	V	F	F	F	F
V	F	V	F	V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	F	F	F	F	F	F	F	V
F	F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	F	F	V	F	V	F

Contingenza

e) $\forall x, \in \mathbb{N} \quad x+y=16 \vee x \cdot y = 9 \quad x \geq 5 \wedge y = 5$

i) $\neg[(p \wedge q) \wedge \neg q] \rightarrow p$

$\neg[p \wedge (q \wedge \neg q)] \rightarrow p$

$\neg[p \wedge F] \rightarrow p$

$\neg[F] \rightarrow p \leftrightarrow V \rightarrow p$

$\neg F \vee p \leftrightarrow V$

b) $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$

$(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

$(\neg p \vee (\neg p \wedge q)) \wedge (\neg q \vee (\neg p \wedge q))$

$\neg p \wedge (\neg q \vee \neg p)$

$\neg p$ (A)

c) $[\neg(p \vee q) \vee (p \wedge q)] \rightarrow p$

$(\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)] \rightarrow p$

$[\quad [V]] \rightarrow p$

$[\quad \vee \quad] \rightarrow p$

$\quad \vee p \leftrightarrow$ (P)

d) $\neg[(\neg q \vee p) \wedge \neg[\neg(\neg p \wedge (q \wedge r)) \wedge (p \vee r)]]$

$[(q \wedge \neg p) \vee [(p \vee (\neg q \vee r)) \vee (\neg p \wedge \neg r)]]$

$[(q \wedge \neg p) \quad (p \vee \neg q) \vee r \vee (\neg p \wedge \neg r$

$[(q \wedge \neg p) \quad [\quad p \vee \neg q \vee r \vee \neg p \quad]$

$[(q \wedge \neg p) \quad \neg q \vee r \vee (p \vee \neg p)$

$[(q \wedge \neg p) \quad [\neg q \vee r \vee \quad \vee]$

$(q \wedge \neg p) \vee \quad \vee$

(V)

5) a) $\exists x / P(x) \vee -Q(x)$

$\forall x / -P(x) \wedge Q(x)$

b) $\forall x : P(x) \Rightarrow Q(x)$

$\exists x : -(P(x) \longrightarrow Q(x)) \equiv -A \vee -B$

6) $p \rightarrow (q \wedge r) \equiv F$ (under q: F, under r: V) $[(p \vee q) \rightarrow (r \wedge p)] \equiv V$ (below: V F, V; V V, V; $\equiv$ V)

$p \equiv V$

$q \equiv F$

$r \equiv V$

7) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \equiv (p \leftrightarrow q)$

p	→	q	∧	q	→	p	p	↔	q
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	V	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F	F	F	V
F	V	F	V	F	V	F	F	V	F

$(p \rightarrow q) \equiv (-p \vee q)$

p	→	q	-p	∨	q
V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F

$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

p	∧	q	∧	r	p	∧	q	∧	r
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	V	F	F	V	F	V	F	F
V	F	F	F	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	F	V	F	F	F	F
F	F	V	F	V	F	F	V	V	V
F	F	V	F	F	F	F	V	F	F
F	F	F	F	V	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	F	F	F

$-(p \rightarrow q) \equiv p \wedge -q$

-	p	→	q		p	∧	-q
F	V	V	V	≡	V	F	F
V	V	F	F		V	V	V
F	F	V	V		F	F	F
F	F	V	F		F	F	V

8). a). $(\neg p \to q) \vee (r \to \neg s) \equiv F$

$V \quad F \qquad V \quad F$

F

$p \leftrightarrow F \qquad r \leftrightarrow V$

$q \leftrightarrow F \qquad s \leftrightarrow V$

i) $(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q$

$V \quad V \quad V$

$V \quad V \quad V$

V

ii) $(\neg r \vee q) \to [(\neg q \vee r) \wedge s]$

$F \quad F \qquad V \quad V \quad V$

$F \to V$

V

iii) $(p \to q) \to [(p \vee q) \wedge \neg q]$

$F \quad F \qquad F \quad F$

$V \to \qquad F \qquad F \quad V$

$V \to$

F

9) b) El valor de $P(4)$ es V $\quad 4 > 3 \equiv V$

y de $P(2)$ es F $\quad 2 > 3 \equiv F$

b) $Q(1,2)$ es F ya que $1 \neq 2 + 3$

$Q(3,0)$ es V ya que $3 = 0 + 3$

$Q(2,1)$ es F ya que $2 \neq 1 + 3$

c) $B(1,2,3)$ es V ya que $1 + 2 = 3$

$B(0,0,0)$ es V ya que $0 + 0 = 0$

10) a) $\equiv ((\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) \vee (p \wedge q) \equiv p$

$\equiv ((\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)) \wedge (p \vee q) \equiv p$

$\equiv (\neg p \vee (q \wedge \neg q)) \wedge (p \vee q) \equiv p$

$\equiv (\neg p \vee F) \wedge (p \vee q) \equiv p$

$p \wedge (p \vee q)$

$p \equiv p$

$p \vee$

b) $(p \wedge (p \leftrightarrow q)) \rightarrow q \equiv \top$

$\neg(p \wedge ((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p))) \vee q \equiv F$

$\neg(p \vee ((\neg p \wedge q) \vee (\neg q \wedge p))) \vee q \equiv F$

$\neg(p \vee (\vee)) \vee q \equiv \neg(\vee) \vee q \equiv F$

$F \equiv F$

c) $\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee (\neg p \vee q)) \equiv (\neg p \vee q)$

$\neg(p \wedge q)) \vee (\neg p \vee (\neg p \vee q)) \equiv (\neg p \vee q)$

$\neg(\neg(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge (\neg p \wedge q)) \equiv (\neg p \wedge q)$

$(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge q) \equiv (\neg p \wedge q)$

$\neg p \wedge (p \vee q) \wedge q \equiv (\neg p \wedge q)$

$(\neg p \wedge q) \equiv (\neg p \wedge q)$

d) $(\neg p \rightarrow (\neg p \rightarrow (\neg p \wedge q))) \equiv p \vee q$

$(\neg\neg p) \vee (\neg(\neg p) \vee (\neg p \wedge q))) \equiv p \vee q$

$(\neg\neg p) \wedge (\neg(\neg p) \wedge (\neg p \vee q))) \equiv p \wedge q$

$p \wedge (p \wedge (\neg p \vee q)) \equiv p \wedge q$

$p \wedge (p \wedge q) \equiv p \wedge q$

$p \wedge q \equiv p \wedge q$