

15.1 - 20) Calcule div F e rot F.

$$F(x, y, z) = e^{xy} i - \cos y j + \sin^2 z k$$

$$\text{div } f = \left( \frac{\partial f_1}{\partial x}, \frac{\partial f_2}{\partial y}, \frac{\partial f_3}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} = e^{xy}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial y} = -\cos y$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial z} = \sin^2 z$$

$$\text{rot } f = \begin{pmatrix} 0 & 1 & k \\ y e^x & \sin y & 2 \sin z \cos z \\ e^{xy} & -\cos y & \sin^2 z \\ \sin y \sin^2 z & 2 \sin(z) \cos(z) \cdot e^{xy} & y e^x - \cos y k \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\text{div } f = (y \cdot e^{xy}) i + \sin(y) j + 2 \cdot \sin(z) \cos(z) k} \quad \boxed{\text{rot } f = -x e^{xy} k}$$

$$\text{Div } f = \left( y \cdot e^{xy} \right) i + \sin(y) j + z \cdot \sin(z) \cos(z) k \quad \text{rot } f = -x$$

(25) Calcula  $\nabla \cdot (\nabla \times F)$ .

$$F(x, y, z) = \sin x i + \cos(x-y) j + zk$$

$$(\nabla \times F) = \begin{pmatrix} D_h - D_g \\ D_y - D_z \end{pmatrix} \cdot i + \begin{pmatrix} D_f - D_h \\ D_z - D_x \end{pmatrix} j + \begin{pmatrix} D_g - D_f \\ D_x - D_y \end{pmatrix} k$$

$$(0 - 0) \cdot i + (0 - 0) j + (-\sin(x-y) \ 0) k$$

$$(\nabla \times F) = -\sin(x-y) \cdot k$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times F) = \frac{Df x^0}{Dx} + \frac{Df^0}{Dy} + \frac{Df \sin(x-y)^0}{Dz} = [0]$$

15.2-⑬ Em cada parte, calcule a integral

$$\int_C (3x + 2y) dx + (2x - y) dy$$

(a) O segmento de reta de  $(0,0)$  até  $(1,1)$   $0 \leq t \leq 1$

$$\int_C (3x(t) + 2y(t)) dt + (2x(t) - y(t)) dt$$

$$\int_0^1 (5x(t) + y(t)) dt = \int_0^1 6t dt = \frac{6t^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{6 \cdot 1^2 - 6 \cdot 0^2}{2} = \boxed{3}$$

(b) Camino parabólico  $y = x^2$  de  $(0,0)$  al  $(1,1)$ .

$$dx = dt \quad y = t^2$$

$$dy = 2t dt \quad x = t$$

$$\int_0^1 (3 \cdot x(t) + 2y(t)) dt + (2x(t) - y(t)) 2t dt$$

$$\int_0^1 (3t + 2t^2) dt + (2t - t^2) 2t dt$$

$$(3t + 6t^2 - 2t^3) dt$$

$$\left[ \frac{3t^2}{2} + \frac{6t^3}{3} - \frac{2t^4}{4} \right]_0^1 = \left( \frac{3}{2} + \frac{6}{3} - \frac{2}{4} - 0 \right) = 3$$

(c) A curva  $y = \sin(\pi x/2)$  do  $(0,0)$  até  $(1,1)$ .

$$dx = dt$$

$$dy = \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) dt$$

$$\int_0^1 \left( 3t + 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + 2t - \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \right) \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) dt$$

$$\left[ \frac{3t^2}{2} + 2t \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \frac{1}{4} \cos(\pi t) \right]_0^1 = \frac{3}{2} + 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{4} \cos(\pi) = \boxed{3}$$

(d) A curva  $y = x^3$  do  $(0,0)$  até  $(1,1)$ .

$$dx = dt$$

$$\int_0^1 (3t + 2t^3) dt + \int_0^1 (2t - t^3) 3t^2 dt \quad dy = 3t^2 dt$$

$$0 \leq t \leq 1$$

$$\int_0^1 (3t + 2t^3 + 6t^3 - 3t^5) dt$$

$$\left[ \frac{3t^2}{2} + \frac{2t^4}{4} + \frac{6t^4}{4} - \frac{3t^6}{6} \right]_0^1 = \frac{3}{2} + \frac{2}{4} + \frac{6}{4} - \frac{3}{6} = \boxed{3}$$

data • •  
S T Q Q S S D

- 18 Se uma curva lisa orientada  $C$  do plano  $xy$  for uma curva de nível de uma função diferenciável  $f(x, y)$ , então
- $$\int_C \nabla f \cdot dx = 0$$

27. Calcule a integral da linha ao longo do curva C

$$\int_C (x^2 + y^2) dx - x dy \quad C: x^2 + y^2 = 1, \text{ no sentido anti-horário de } (1,0) \text{ até } (0,1)$$

$$dx = -\operatorname{sen} t dt$$

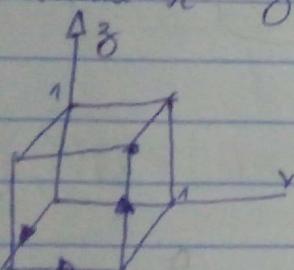
$$r(t) = \cos t \mathbf{i} + \operatorname{sen} t \mathbf{j} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \quad dy = \cos t dt$$

$$\int_C (-\operatorname{sen} t)^2 + (\cos t)^2 \cdot (-\operatorname{sen} t dt) + \operatorname{sen} t \cos t dt$$

$$\int_C (\operatorname{sen}^2 t + \cos^2 t) \cdot -\operatorname{sen} t dt + \operatorname{sen} t \cdot \cos t dt$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (-\operatorname{sen} t - \cos^2 t) dt = \left[ \cos t - \frac{t}{2} - \frac{\operatorname{sen}(2t)}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \boxed{-1 - \frac{\pi}{4}}$$

35. Calcule  $\int_C (x^2 z \, dx) - y x^2 \, dy + 3 \, dz$  ao longo da curva  $C$ .



$C_1: r_1(t) = t\mathbf{i}, \quad 0 \leq t \leq 1 \quad C_1: dx = dt, \quad dy = 0, \quad dz = 0$

$C_2: r_2(t) = t\mathbf{i} + \mathbf{j}, \quad 0 \leq t \leq 1 \quad C_2: dx = 0, \quad dy = dt, \quad dz = 0$

$C_3: r_3(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}, \quad " \quad C_3: dr = 0, \quad dy = 0, \quad dz = dt$

$$\int_{C_1} x^2 z \, dt + \int_{C_2} -y x^2 \, dy + \int_{C_3} 3 \, dt =$$

$$\int_{C_2} -t \, dt + \left[ 3dt \right]_0^1 = -\frac{t^2}{2} \Big|_0^1 + 3 = \boxed{\frac{-1}{2} + 3}$$

(46)

$$F(x, y) = (x^2 + xy)i + (y - x^2y)j$$

$$C: x = t, \quad y = 1/t \quad (1 \leq t \leq 3) \quad r(t) = t i + \frac{1}{t} j$$

$$\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{1}{t^2} \quad W = \int_C f \cdot dr = \int_C \left( t^2 + \left( t \cdot \frac{1}{t} \right) \right) dt + \left( \frac{1}{t} - \left( t^2 \cdot \frac{1}{t} \right) \right) dt$$

$$\int_1^3 \left( t^2 + 1 \right) + \left( \frac{1}{t} - t^2 \cdot \frac{1}{t} \right) \cdot -\frac{1}{t^2} dt = \int_1^3 \left( t^2 + 1 + \frac{1}{t} - \frac{1}{t^3} \right) dt$$

$$W = \frac{t^3}{3} + t + \ln t + \frac{1}{2t^2} \Big|_1^3 = 9 + 3 + \ln 3 + \frac{1}{18} - \frac{1}{3} - 1 - \ln 1 + \frac{1}{2} = \frac{92}{3} + \frac{\ln 3}{3}$$

15.3 ⑤ Determine se  $f$  é um campo vetorial conservativo, se for encontre

3 2+<sup>2</sup> J<sub>1</sub>  
 15.3 ⑤ Determine se  $\mathbf{f}$  é um campo vetorial conservativo, se for encontre uma função potencial do campo.

$$\mathbf{F}(x, y) = (\cos y + y \cos x) \mathbf{i} + (\sin x - x \sin y) \mathbf{j}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(\cos y + y \cos x) = -\sin y + \cos x \quad (1) \quad (1) = 2$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\sin x - x \sin y) = -\sin y + \cos x \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \sin x - x \sin y$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \cos y + y \cos(x)$$

$$\int \frac{\partial u}{\partial y} dy = \int (\sin x - x \sin y) dy$$

$$u = \int (\cos y + y \cos(x)) dy$$

$$u = \cos(y)x + y \sin(x) + C(y)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -x \sin(y) + y \sin(x) + \frac{\partial u}{\partial y} a(y)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \sin(x) - x \sin(y)$$

⑧ a) Mostre que a integral de linha  $\int_C y \sin x dx - \cos x dy$  é independente da curvatura.

b) Calcule a integral da parte (a) ao longo de reta de  $(0,1)$  até  $(\pi, -1)$ .

c) Calcule a integral  $\int_{(0,1)}^{(\pi, -1)} y \sin x dx - \cos x dy$  usando o teorema 15.39 e confirme que o valor é o mesmo que o obtido na parte (b).

②  $f(x,y) = y \sin x dx - \cos x dy$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} y \sin x = \sin(x) \quad \text{||}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial y} - \cos x = \sin(x) \quad \text{||}$$

b)  $x = \pi t \quad dx = \pi dt$   
 $y = 1 - 2t \quad dy = -2dt \quad 0 \leq t \leq 1$

$$\int_0^1 ((1-2t) \sin(\pi t)) \pi dt - \cos(\pi t)(-2) dt$$

$$\int_0^1 \pi \sin(\pi t) - 2\pi t \sin(\pi t) + 2\cos(\pi t) dt = 0$$

c)  $\frac{\partial \phi}{\partial x} = y \sin x \quad \phi(x,y) = -y \cos x + f(y)$

$$\phi(x,y) = 0 + g(x)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = -\cos x$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}$$

$$\int_{(0,1)}^{(\pi, -1)} y \sin x dx - \cos x dy = \phi(\pi, -1) - \phi(0, 1)$$

$$= -(-1) \cos(\pi) - (-1) \cos(0)$$

$$= -1 + 1 = 0$$

(13) Mostre que a integral é independente do caminho e use o teorema 15.3.1 para determinar seu valor.

$$\frac{D\phi}{Dx} = 2xy^3 \quad \int 2xy^2 = x^2y^3$$

(-1, 0)

$$\frac{D\phi}{Dy} = 3y^2x^2 = y^3x^2$$

$$\int_{(2, -2)}^{(-1, 0)} 2xy^3 dx + 3y^2x^2 dy$$

$$\frac{Df}{Dy} 2xy^3 = 2 \cdot 3xy^2 = 6xy^2$$

$$= \phi(-1, 0) - \phi(2, -2)$$

$$= -1^2 \cdot 0^3 - (-8)^3 \cdot 2^2 = 32$$

$$\frac{Dx}{Dx} 3y^2x^2 = 3 \cdot 2xy^2 = 6xy^2$$

$$(17) F(x,y) = ye^{xy} i + xe^{xy} j ; P(-1,1), Q(2,0)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = e^{xy}(xy+1) = \frac{Dg}{Dy}$$

$$\phi(x,y) = e^{xy} + f(y)$$

$$\phi(x,y) =$$

$$\int ye^{xy} dx = y \int e^{yx} = e^{yx} + C$$

$$W = \phi(2,0) - \phi(-1,1)$$

$$W = e^{2 \cdot 0} - e^{-1 \cdot 1} = e^0 - e^{-1}$$

$$\int xe^{xy} dy = e^{xy} + C$$

$$\boxed{W = 1 - e^{-1}}$$

QD se  $\mathbf{F}(x,y) = ay\mathbf{i} + bx\mathbf{j}$  for um campo vetorial conservativo então  $a=b$ .

Verdadeiro

15.4 (4) Use o Teorema de Green para calcular a integral, fmm cada exer. suponha que o curvo  $C$  seja orientado no sentido anti-horário

$$\int_C (x^2 - y^2) dx + x dy, \text{ onde } C \text{ é o círculo } x^2 + y^2 = 9$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y} = 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial g}{\partial y} = -(-2y)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^3 (1 + 2(r \sin \theta)) \cdot r dr d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^3 1 + 2r^2 \sin \theta dr d\theta$$

$$x = r \cos \theta \Rightarrow \int_0^{2\pi} 18 \sin(\theta) + \frac{9}{2} = -18 \cos(\theta) + \frac{9}{2} \Big|_0^{2\pi} = 9\pi$$

$$y = r \sin \theta$$

$$0 \leq r \leq 3$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

12)  $\oint_C \cos x \sin y dx + \sin x \cos y dy$ , onde  $C$  é o triângulo de vértices  $(0,0), (3,3)$  e  $(0,3)$

$$\frac{Dg}{Dy} \cos x \sin y = \cos(x) \cos(y)$$

$$\frac{Df}{Dx} \sin x \cos y = \cos(x) \cos(y)$$

$$\iint_R \left( \frac{Dg}{Dx} - \frac{Df}{Dy} \right) dA = \iint_R (\cos(x) \cos(y) - \cos(x) \cos(y)) dA$$

$$\iint_R 0 dA = 0$$

data  
 S T Q Q S S D

15.5 ④ Calcule a integral de superfície

$$\iint_D f(x, y, z) ds$$

$$x^2 + y^2 = 3 \Rightarrow R^2 = 3 \\ R = \sqrt{3}$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

④  $f(x, y, z) = (x^2 + y^2)z$ ;  $\sigma$  é a porção da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$   
 acima do plano  $z=1$

$$Dz = -\frac{x}{\sqrt{4-x^2-y^2}} \quad \frac{Dz}{Dy} = -\frac{y}{\sqrt{4-x^2-y^2}} \quad x^2 + y^2 + 4 = 4$$

$$z = g(x, y) = \sqrt{4-x^2-y^2}$$

$$\iint_D f(x, y, z) \sqrt{\left(\frac{Dz}{Dx}\right)^2 + \left(\frac{Dz}{Dy}\right)^2 + 1} dA$$

$$\iint_D (x^2 + y^2) (\sqrt{4-x^2-y^2}) \cdot \sqrt{\left(-\frac{x}{\sqrt{4-x^2-y^2}}\right)^2 + \left(-\frac{y}{\sqrt{4-x^2-y^2}}\right)^2 + 1} dA = \iint_D 2(x^2 + y^2) dA$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{3}} 2(r^2) r dr d\theta = 2 \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{3}} r^3 dr d\theta = 2 \int_0^{2\pi} \frac{9}{4} d\theta = 9\pi$$

⑥  $f(x, y, z) = x + y$ ;  $\sigma$  é a porção do plano  $z = 6 - 2x - 3y$  no primeiro octante

$$\int_0^1 \int_0^{x+1} \int_0^{-y} f(x, y, z) dz dy dx = \int_0^1 \frac{1}{4} dz = \boxed{\frac{1}{4}}$$

⑥  $f(x, y, z) = x + y$ ; σ é a porção do plano  $z = 6 - 2x - 3y$  no primeiro octante

$$\iint f(x, y, z) \sqrt{\left(\frac{Dz}{Dx}\right)^2 + \left(\frac{Dz}{Dy}\right)^2 + 1} dA$$

$$\frac{Dz}{Dx} = 6 - 2x - 3y = -2$$

$$\iint (x+y) \cdot \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2 + 1} dA$$

$$\frac{Dz}{Dy} = 6 - 2x - 3y = -3$$

$$\iint (x+y) \cdot \sqrt{14} dA$$

$$\iint \int_0^3 \int_0^{\frac{6-2x}{3}} (x+y) dy dx = \boxed{5\sqrt{14}}$$

⑪ Se o mede o rumo luminoso e se  $f(x, y, z)$  for a função densidade da lámina

$$\iint_S f(x, y, z) ds = \iint_R f(x, y, 0) dA \text{ com qualquer função } f \text{ contínua em } S$$

falsa: a integral é a massa total da lámina

15.6 ⑩ Encontre o fluxo do campo vetorial  $\mathbf{F}$  através de  $\sigma$

⑩  $\mathbf{F}(x, y, z) = 5zi + yj + 2xk$ ;  $\sigma$  é o triângulo  $0 \leq x \leq 2$ ,  $0 \leq y \leq 3$  no plano  $z = 2$ , orientado no sentido da  $z$  positiva.

$$\frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial z} = 0 \quad \iiint_{0,0,0}^{2,3,2} 1 dz dy dx = \int_0^2 \int_0^3 [z]_0^2 dy dx = \int_0^2 \int_0^3 2 dy dx =$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial y} = -1$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_3}{\partial z} = 0 \quad = \int_0^2 [2y]_0^3 dx = \int_0^2 6 dx = [6x]_0^2 = [12]$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial x} = 0$$

(18)  $\mathbf{F}(x, y, z) = e^{-y} \mathbf{i} - y \mathbf{j} + x \sin z \mathbf{k}$ ; o é a porção do cilindro elíptico

$\mathbf{r}(u, v) = 2 \cos v \mathbf{i} + \sin v \mathbf{j} + u \mathbf{k}$  com  $0 \leq u \leq 5$ ,  $0 \leq v \leq 2\pi$ .

$$\frac{Dx}{Du} = K$$

$$\iint F \cdot \left( \frac{Dx}{Du} \cdot \frac{Dy}{Dv} \right) dA$$

$$\frac{Dx}{Dv} = -2 \sin v i + \cos v j \quad \phi = \iint (e^{-\sin v} i - \sin v j + 2 \cos v \sin u k) (-\cos v i - \sin v j) dA$$

$$\frac{Dy}{Dv}$$

$$F(x, y, z) = \phi = \iint (2 \sin^2 v - e^{-\sin v} \cos v) dA \Rightarrow \phi = \int_0^{2\pi} \int_0^5 (2 \sin^2 v - e^{-\sin v} \cos v) du dv$$

$$\boxed{\phi = 10\pi}$$

(23)  $V_{out}$  t

27) Ver +

A faixa de Möbius é uma superfície com duas orientações

falsa: a faixa de Möbius não tem orientação

(24) O fluxo de um campo vetorial é um outro campo vetorial

1º teorema da Divergência para encontrar o fluxo de  $\mathbf{f}$  através da superfície com orientação p/fora

15.7 (10)  $\mathbf{F}(x, y, z) = z^3 \mathbf{i} - x^3 \mathbf{j} + y^3 \mathbf{k}$ ; Ω é a esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$

$$\iiint F \cdot n \, dS = \iiint \operatorname{div} \mathbf{F} \, dV = \iiint \rho \, dV \quad -D \boxed{\rho = 0}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{f} = \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial f_2}{\partial y} + \frac{\partial f_3}{\partial z} = 0 + 0 + 0$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} z^3 = 0 \quad \frac{\partial f_2}{\partial y} -x^3 = 0 \quad \frac{\partial f_3}{\partial z} y^3 = 0$$

(18)  $\mathbf{F}(x, y, z) = x^2 \mathbf{i} - xy^2 \mathbf{j} + (z+2) \mathbf{k}$ , onde é a superfície do sólido limitado acima pelo plano  $z = 2x$  e abaixo pelo parabolóide  $z = x^2 + y^2$ .

$$\frac{\partial F_1}{\partial x} x^2 y = 2xy \quad \text{Dirf} = 2xy - 2xy + 1 = 1$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial y} - xy^2 = -2xy$$

$$\phi = \iint \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = \phi = \iiint (1) dV \quad \phi = 2 \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_{r^2}^{2r^2} r dz dr d\theta$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial y} (z+2) = 1$$

$$\boxed{\phi = \frac{\pi}{2}}$$

15.6 ⑩ Encontre o fluxo do campo vetorial  $\mathbf{F}$  através de  $\sigma$

⑩  $\mathbf{F}(x, y, z) = 5zi + yj + 2xk$ ;  $\sigma$  é o triângulo  $0 \leq x \leq 2$ ,  $0 \leq y \leq 3$  no plano

$z = 2$ , orientado no sentido do eixo  $z$  positivo.

$$\frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial z} = 0 \quad \iiint_{0,0,0}^{2,3,2} 1 dz dy dx = \int_0^2 \int_0^3 [z]_0^2 dy dx = \int_0^2 \int_0^3 2 dy dx =$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial y} = 1$$

$$= \int_0^2 [2y]_0^3 dx = \int_0^2 6 dx = [6x]_0^2 = 12$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial z} - 2x = 0$$

$$Dz$$

(18)  $\mathbf{F}(x, y, z) = e^{-y} \mathbf{i} - y \mathbf{j} + x \sin z \mathbf{k}$ ; o é a porção do cilindro elíptico  
 $\mathbf{r}(u, v) = 2 \cos v \mathbf{i} + \sin v \mathbf{j} + u \mathbf{k}$  com  $0 \leq u \leq 5$ ,  $0 \leq v \leq 2\pi$ .

$$\frac{D\mathbf{r}}{Du} = \mathbf{k}$$

$$\iint_D \mathbf{F} \cdot \left( \frac{D\mathbf{r}}{Du}, \frac{D\mathbf{r}}{Dv} \right) dA$$

$$\frac{D\mathbf{r}}{Dv} = -2 \sin v \mathbf{i} + 2 \cos v \mathbf{j}$$

$$\phi = \iint_D (e^{-\sin v} (-\sin v) + 2 \cos v \sin u) (-\cos v) dA$$

$$F(x, y, z) = \phi = \iint_D (2 \sin^2 v - e^{-\sin v} \cos v) dA \Rightarrow \phi = \int_0^{2\pi} \int_0^5 (2 \sin^2 v - e^{-\sin v} \cos v) du dv$$

$$\boxed{\phi = 10\pi}$$

(23)  $V_{out}$

data

S T Q Q S S D

15.8 (5) Use o teorema de Stokes para calcular  $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$

(5)  $\mathbf{F}(x,y,z) = z^2 \mathbf{i} + 2xz \mathbf{j} - y^3 \mathbf{k}$ ;  $C$  é o círculo  $x^2 + y^2 = 1$  no plano  $xy$  com orientação anti-horária, no eixo  $z$  positivo de cima p/baixo

teorema de Stokes

$$\mathbf{n} = (0, 0, 1)$$

$$\iint_S (\operatorname{rot} \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dS$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{f} = -3y^2 \mathbf{i} + 2z \mathbf{j} + 2 \mathbf{k}$$

$$\iint_0^\pi \int_0^1 2 \mathbf{n} \cdot d\mathbf{n} d\theta = \int_0^\pi 2\pi^2 \int_0^1 d\theta - \int_0^\pi 2 d\theta = [2\theta]_0^\pi = [2\pi]$$

16) se  $\mathbf{F}(x, y, z)$  estiver definido em cada ponto do espaço tridimensional e se rot  $\mathbf{F}$  não tiver componente  $v$  em qualquer ponto do plano  $xy$ , então  $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = 0$  para qualquer seja a curva fechada simples e lisa  $C$  do plano  $xy$ .

Verdadeiro

- ① Considere o campo vetorial dado pela formula  $\mathbf{F}(x,y,z) = (x-z)\mathbf{i} + (y-x)\mathbf{j} + (z-xy)\mathbf{k}$ .
- ② Use o teorema de stokes para encontrar a circulação em torno do hexágono de vértices  $A(1,0,0)$ ,  $B(0,2,0)$  e  $C(0,0,1)$ , orientado no sentido anti-horário olhando da origem para o primeiro octante.

$$\text{rot } \mathbf{F} = -\mathbf{i} + (\mathbf{j} - \mathbf{k})$$

$$\oint \mathbf{F} \cdot \mathbf{T} ds = \iint (\text{rot } \mathbf{F}) n ds = \iint \left( x - \frac{1}{2}y + \frac{3}{2} \right) dA = \int_0^1 \int_0^{2-2x} \left( x - \frac{1}{2}y + \frac{3}{2} \right) dy dx = \left[ \frac{3}{2} \right]$$