Jackknife

Jackknife

Ferreira, 2013:

- O método Jackknife, similar ao bootstrap não-paramétrico, é usado para estimar erro padrão na inferência estatística.
- Ambos os métodos (jackknife e bootstrap não-paramétrico) estimam a variância de um certo estimador utilizando reamostragens da amostra original.
- O método jackknife é menos geral do que o método bootstrap, mas é mais simples de ser aplicado, principalmente em esquemas amostrais complexos.

Jackknife

Ferreira, 2013:

- Sejam $Y_1, \cdots, Y_{j-1}, Y_j, Y_{j+1}, \cdots, Y_n$ uma amostra aleatória, e θ um parâmetro que deseja-se estimar através do estimador $\hat{\theta}\left(Y_1, \cdots, Y_{j-1}, Y_j, Y_{j+1}, \cdots, Y_n\right)$.

- Define-se o estimador parcial de θ por

$$\hat{\theta}_{-j}\left(Y_1, \cdots, Y_{j-1}, Y_{j+1}, \cdots, Y_n\right),$$

  que é a mesma expressão de $\hat{\theta}$ com a observação Y_j descartada.

- Define-se os pseudovalores por

$$E_j^* = n\hat{\theta} - (n-1)\,\hat{\theta}_{-j}, \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

Jackknife

Ferreira, 2013:

- O estimador jackknife de θ é dado por

$$\hat{\theta}^* = \frac{\sum_{j=1}^{n} E_j^*}{n}$$

Jackknife

Ferreira, 2013:

- As n estimativas de jackknife de θ representam uma amostra aleatória e, assim, o estimador da variância de $\hat{\theta}^*$ é dado por

$$S^2_{\hat{\theta}^*} = \frac{S^2}{n},$$

em que S^2 é o estimador da variância dos pseudovalores

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum\nolimits_{j=1}^{n} E_j^{*2} - n^{-1}\left(\sum\nolimits_{j=1}^{n} E_j^{*}\right)^2\right]$$

- Intervalos de confiança para θ podem ser construídos por

$$IC_{1-\alpha}(\theta) : \hat{\theta}^* \pm t_{(\alpha/2, n-1)} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Jackknife

Exercício:

Considerando o método jackknife e os dados:

4	5	8	0	5	0	64	13	10	18
4	13	4	1	17	54	19	4	12	11
15	6	12	7	10	28	3	2	17	5
9	7	2	1	4	12	10	33	2	4
0	37	15	9	7	0	2	4	24	16

Obtenha:

(i) estimativa de $e^{-\frac{1}{\mu}}$,

(ii) estimativa jackknife de $e^{-\frac{1}{\mu}}$,

(iii) variância jackknife de $e^{-\frac{1}{\mu}}$,

(iv) IC jackknife de $e^{-\frac{1}{\mu}}$, de nível de confiança 95%.

Jackknife

Exercício:

```
> dados <- c(4, 5, 8, 0, 5, 0, 64, 13, 10, 18,
+            4, 13, 4, 1, 17, 54, 19, 4, 12, 11,
+            15, 6, 12, 7, 10, 28, 3, 2, 17, 5,
+            9, 7, 2, 1, 4, 12, 10, 33, 2, 4,
+            0, 37, 15, 9, 7, 0, 2, 4, 24, 16)
> n <- length(dados); x <- dados
> # estimativa
> est <- exp(-1/mean(x))
> E <- NULL
> for(i in 1:n){
+ E <- c(E,n*est - (n-1)*exp(-1/mean(x[-i])))
+ }
> # estimativa jackknife
> (est.jackk <- mean(E))
[1] 0.9179599
```

Jackknife

Exercício:

```
> # variância jackknife
> var.jackk <- var(E)/n
> # IC jackknife:
> c(est.jackk - qt(0.975,n-1)*sd(E)/sqrt(n),
+   est.jackk + qt(0.975,n-1)*sd(E)/sqrt(n))
[1] 0.8905999 0.9453200
```

Jackknife

Exercício (continuação):

(v) estimativa de Md_X (**sugestão:** `quantile(x, 0.5)`),
(vi) estimativa jackknife de Md_X,
(vii) variância jackknife de Md_X,
(viii) IC jackknife de Md_X, de nível de confiança 95%.

Jackknife

Exercício:

```
> # estimativa Md
> quantile(x, 0.5)
50%
7.5
> as.numeric(quantile(x, 0.5))
[1] 7.5
> (est <- as.numeric(quantile(x, 0.5)))
[1] 7.5
> E <- NULL
> for(i in 1:n){
+ E <- c(E,n*est - (n-1)*as.numeric(quantile(x[-i], 0.5)))
+ }
> # estimativa jackknife
> (est.jackk <- mean(E))
[1] 7.5
```

Jackknife

Exercício:

```
> # variância jackknife
> (var.jackk <- var(E)/n)
[1] 12.25
> # IC jackknife:
> c(est.jackk - qt(0.975,n-1)*sd(E)/sqrt(n),
+ est.jackk + qt(0.975,n-1)*sd(E)/sqrt(n))
[1]  0.4664867 14.5335133
```

Referências

FERREIRA, D. F. Estatística computacional em Java. Editora UFLA, 2013.