

Detección de curvas generales utilizando la transformada rápida de Hough

Víctor Williams¹

¹Departamento de Ingeniería Electrónica, Universidad Católica Santa María La Antigua
e-mail: pvwilliams@usma.ac.pa

Palabras clave:

Curvas, Procesamiento de imágenes, Ecuación, Patrones espaciales

Resumen

Hough ha propuesto un procedimiento interesante y eficiente en su aspecto computacional para detectar líneas en imágenes. Este artículo presenta una modificación al método original que denominamos transformada rápida de Hough, para la detección de curvas generales y la simplificación de los cálculos inherentes al procesamiento de imagen y da las interpretaciones que explican la fuente de su eficacia.

Justificación

La transformada de Hough es una herramienta estándar en el análisis de imágenes, que permite el reconocimiento de patrones globales en el espacio de la imagen, reconociendo patrones locales (idealmente un punto) en un espacio de parámetros transformado. Es particularmente útil cuando la información es ruidosa. La idea básica de esta técnica es encontrar curvas tales como rectas, polinomios, círculos, etc., que puedan ser localizadas en un espacio de parámetros adecuado. Aunque la transformada se puede utilizar para dimensiones mayores, se le usa principalmente en dos dimensiones para encontrar, líneas rectas, centros de círculos con radio fijo, parábolas, etc. El trabajo inicial se concentró en cómo detectar las curvas analíticas [1]. Entonces fue generalizado para detectar las curvas no analíticas [1, 6]. Estos métodos fueron restringidos a la detección de una forma que es exacta y, utilizando los píxeles. A este proceso se le llama la transformada de Hough. Varios algoritmos [4, 7] se han propuesto para mejorar los requisitos de memoria y la velocidad de cálculo a partir del método original. En este artículo, ampliamos la capacidad de la transformada de Hough para detectar una forma inexacta (que se aleja un poco de la curva deseada) introduciendo una mejora a la transformada de Hough y será llamada la transformada rápida de Hough.

La entrada para la transformada rápida de Hough puede ser una imagen general (luego se propondrá un tema de investigación para la aplicación práctica del algoritmo resultante). En primera instancia explicaremos el algoritmo general de detección para encontrar las líneas en una imagen y a continuación utilizaremos los conceptos para proponer una ampliación y mejora al algoritmo que denominamos, la transformada rápida de Hough. En los siguiente párrafos, explicamos los principios básicos del procesamiento de la imagen utilizando la transformada rápida de Hough

a) La transformada de Hough

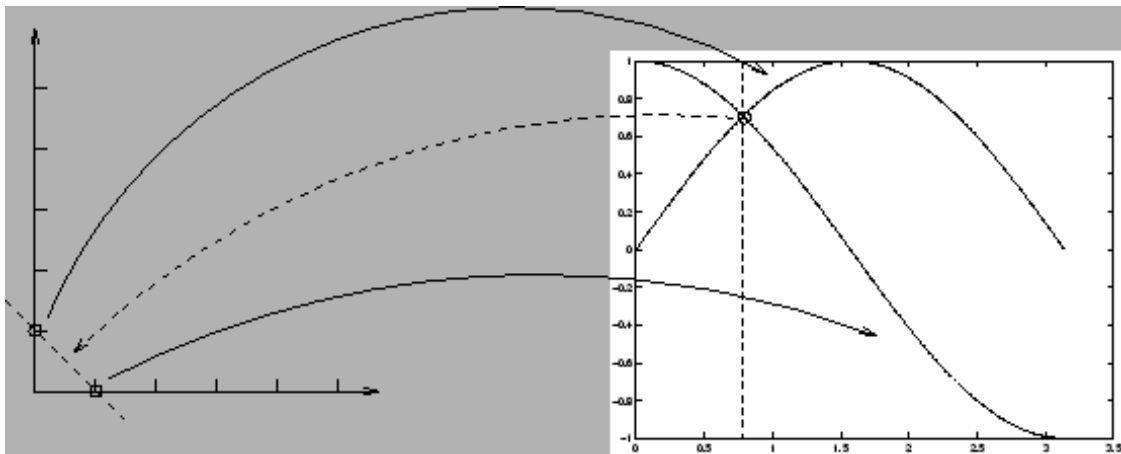
La ecuación básica para la transformada de Hough fue diseñada detectar líneas rectas y curvas. Esto significa que cualquier línea recta en el espacio de la imagen (x,y) es representada por un solo punto en el espacio de parámetros ρ , θ ; y cualquier parte de esta línea recta es transformada en el mismo punto.

$$\rho = x_i \cos(\theta) + y_i \sin(\theta) \quad [1.1]$$

El rango of θ comprenderá de $0-\pi$; si hacemos esta la distribución K, el cálculo se puede realizar con $\theta = k \pi / K$ ($k = 0,1,2, K-1$). Si N es el elemento de borde, entonces la ecuación [1.1] para la transformada de Hough debe calcularse NK veces. Si utilizamos k en la ecuación [1.1] en vez de θ ; podemos escribir de la manera siguiente:

$$\rho_k = x_i \cos(k) + y_i \sin(k) \quad [1.2]$$

donde ρ es la distancia perpendicular de la línea al origen, y θ es el ángulo entre la normal de la línea y el eje x., como aparece en la ilustración que sigue.



Figural1: Cada punto de la imagen (izquierda) es proyectada en una curva senoidal en el acumulador (derecha) usando la ecuación de arriba. La intersección de las curvas representa la línea conectando los puntos.

b) Método propuesto-transformada rápida de Hough

En ésta sección consideraremos el método rápido de cálculo para la transformada de Hough, prestando especial atención a la periodicidad de la función trigonométrica. Si hacemos M bloques ($M \geq 2$) de las particiones de K, la ecuación de la transformada de Hough [1.2], puede ser modificada como sigue:

$$\begin{aligned} \rho_k &= x_i \cos(k) + y_i \sin(k) \\ \rho_{k+k/2} &= y_i \cos(k) - x_i \sin(k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_{k+mK/M} &= x_i \cos(k+mK/M) - y_i \sin(k+mK/M) \\ (k=0,1,\dots, K/M-1) \\ (m=0,1,\dots, M-1) \end{aligned} \quad [1.3]$$

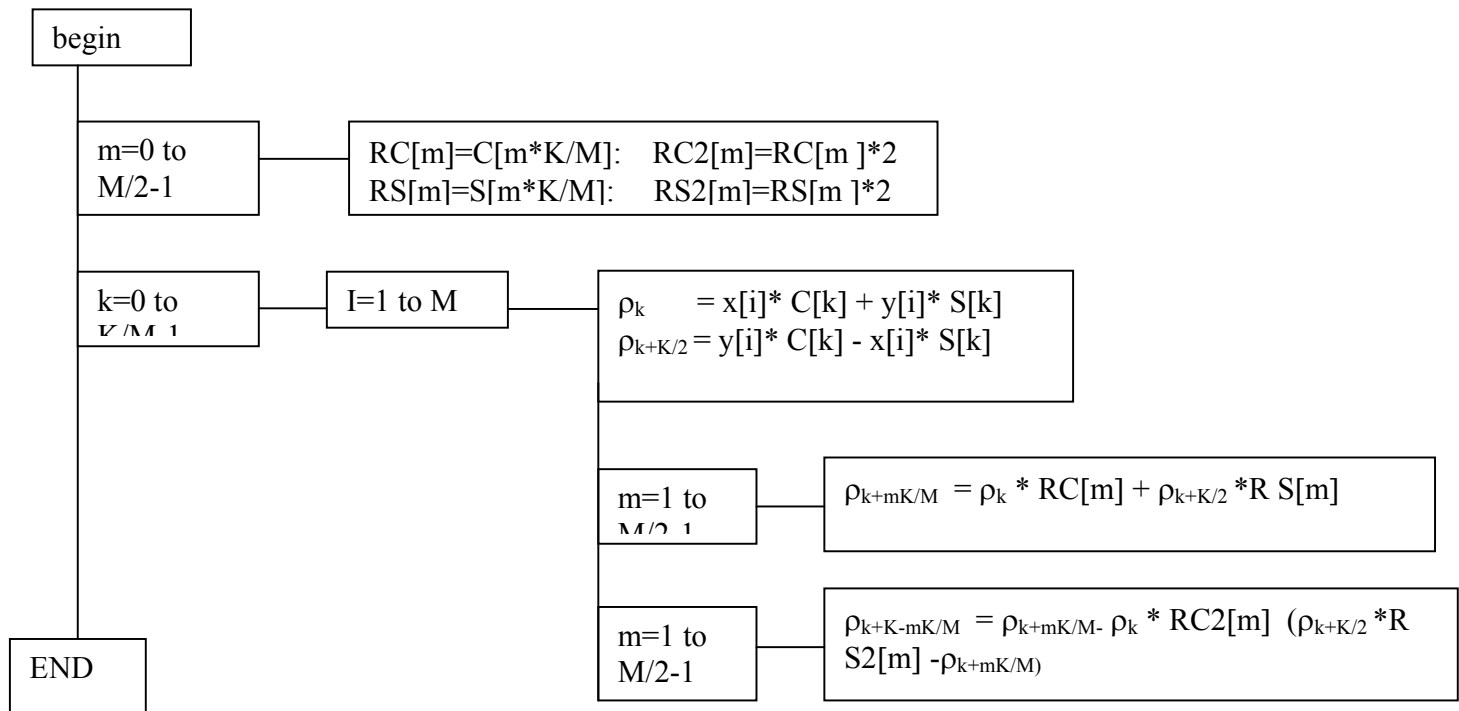
en ese caso

$$\begin{aligned} \cos(mK/M) &= \sin(K/2-mK/M) \\ &= -\cos(K-mK/M) \\ \sin(mK/M) &= \cos(K/2-mK/M) \\ \sin(mK/M) &= \sin(K-mK/M) \\ \text{para } (m=1,2,\dots, M/2-1) \end{aligned} \quad [1.4]$$

Por simetría de las funciones trigonométricas periódica se tiene:

$$\begin{aligned} \rho_{k+K-mK/M} &= \rho_{k+K/2} \sin(mK/M) - \rho_k \cos(mK/M) \\ &= \rho_{k+mK/M} - 2\rho_k \cos(mK/M) \\ &= 2\rho_{k+K/2} \sin(mK/M) - \rho_{k+mK/M} \\ \text{para } (m=1,2,\dots, M/2-1) \end{aligned} \quad [1.5]$$

Utilizando el conjunto de ecuaciones derivadas arriba, proponemos un algoritmo mejorado. El diagrama de operaciones para realizar los cálculos de la transformada rápida de Hough aparece a continuación:



Método Computacional propuesto para la Transformada Rápida de Hough

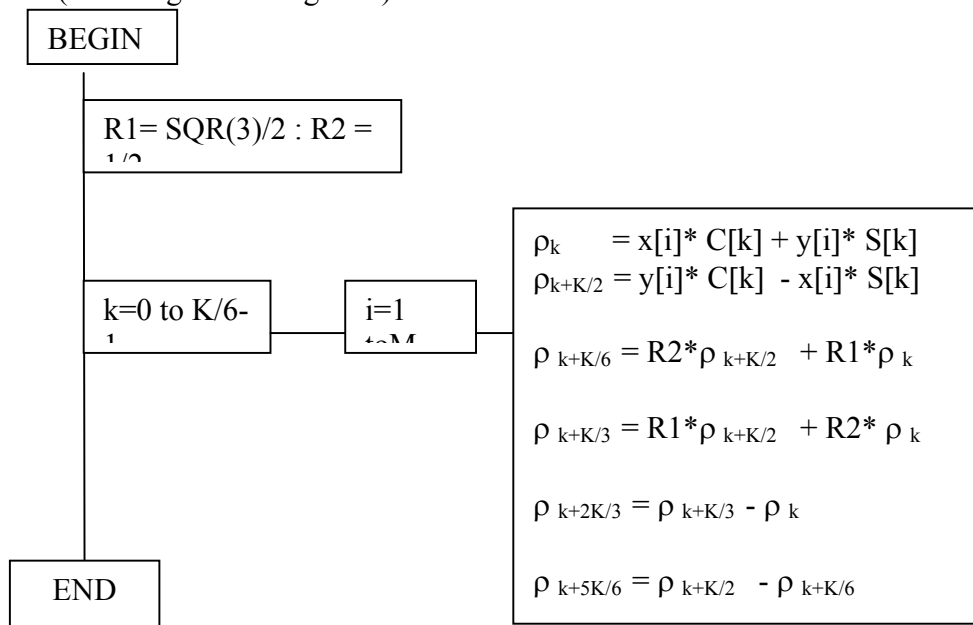
Aquí, $\cos(mK/M)$ y $\sin(mk/M)$ se consideran como coeficientes. Si realizamos los cálculos de los lazos externos k veces, el proceso total de la multiplicación será $(3/2 + 1/M)$, por lo tanto no se obtiene ninguna reducción. Además, de acuerdo al valor de M , el cálculo de la ecuación [1.3] y [1.5] se puede realizar con menos pasos. Por ejemplo: si hacemos $M = 4$, tenemos :

$$\begin{aligned}\rho_k &= x_i \cos(k) + y_i \sin(k) \\ \rho_{k+K/2} &= y_i \cos(k) - x_i \sin(k) \\ \rho_{k+K/4} &= (\sqrt{2}/2)(\rho_{k+K/2} + \rho_k) \\ \rho_{3k+K/4} &= (\sqrt{2}/2)(\rho_{k+K/2} - \rho_k) \\ &\quad (k = 0, 1, \dots, K/4-1)\end{aligned}\quad [1.6]$$

por ende, el número de cálculos será $(K/4) * N * 6 = (3/2) NK$ veces. Si tenemos que $M = 6$, entonces:

$$\begin{aligned}\rho_{k+K/6} &= (1/2) \rho_{k+K/2} + (\sqrt{3}/2) \rho_k \\ \rho_{k+K/3} &= (\sqrt{3}/2) \rho_{k+K/2} + (1/2) \rho_k \\ \rho_{k+2K/3} &= (\sqrt{3}/2) \rho_{k+K/2} - (1/2) \rho_k \\ &= \rho_{k+K/3} - \rho_k \\ \rho_{k+5K/6} &= (1/2) \rho_{k+K/2} - (\sqrt{3}/2) \rho_k \\ &= \rho_{k+K/2} - \rho_{k+K/6} \\ &\quad (k = 0, 1, \dots, K/6-1)\end{aligned}\quad [1.7]$$

Como hicimos antes, haciendo los coeficientes $1/2$ y $\sqrt{3}/2$, podemos reducir la cantidad de cálculos $(K/6) * N * 8 = (4/3) NK$ veces. M y K deben ser íntegros y la selección de ambos tendrán ciertas restricciones (ver el siguiente diagrama).



de
caso ($M=6$)

**Cálculos de la
Transformada
Hough para el**

Metodología experimental

Para verificar la efectividad del método propuesto se puede utilizar un sistema de procesamiento de imágenes. Este dispositivo recibe la información capturada por una cámara ccd, si lo que se desea es procesamiento en tiempo real de imágenes. Los datos de imagen se transmiten por medio de una interfase GP-IB al computador, utilizando el área de memoria fijada con antelación en el sistema de procesamiento de imagen por medio de un programa de control. Un programa en lenguaje de alto nivel se debe crear para ejecutar el acondicionamiento de la información de la imagen de entrada. También es posible utilizar para procesamiento de imágenes de entradas fijas, un paquete de software comercial tal como Matlab y utilizar las herramientas disponibles para procesamiento de imágenes.

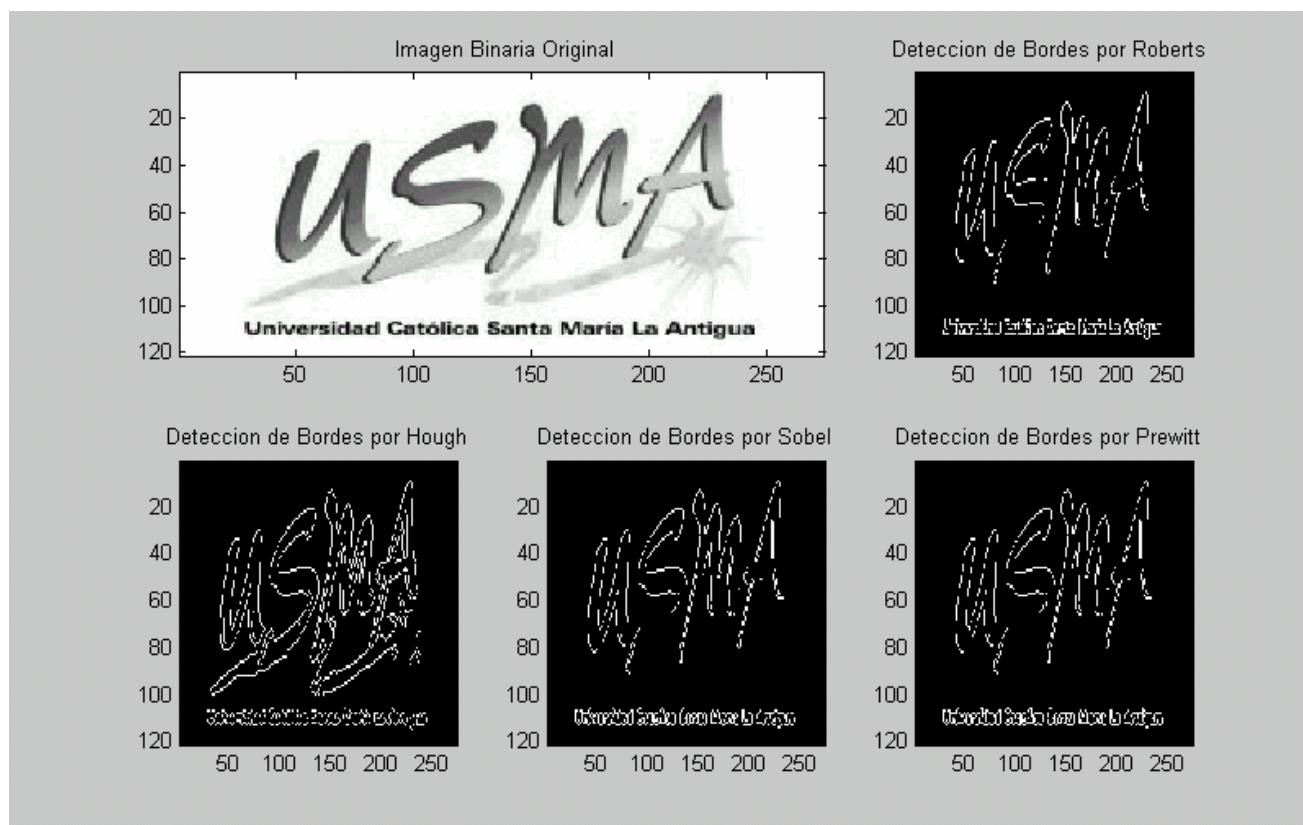
Una vez, que se introduce la información de imagen de entrada, se debe seleccionar un área específica para realizar operaciones especiales. Con la información obtenida, podemos extraer valores característicos de los patrones de contorno o bordes. Para probar el algoritmo, se requiere la aplicación a la imagen de entrada, de tres operadores ampliamente utilizados en experimentos de procesamiento de imágenes. El primer operador es el denominado filtro Median, el siguiente el operador Prewitt y por último se necesita una conversión a binario de la información a procesar.

El filtro Median, es el filtro no lineal más usado para extraer el ruido impulsivo de una imagen. Además, es un método más robusto que el filtrado lineal tradicional, porque preserva los bordes agudos. El operador Prewitt es uno de los más viejos y mejor entendido métodos de máscaras para la detección de bordes en imágenes. Básicamente, hay dos máscaras, una para detectar derivadas de la imagen en X y una para detectar derivadas de la imagen en Y. Para encontrar los bordes, se hace una convolución de la imagen con ambas máscaras, produciendo dos imágenes derivadas. En la práctica, generalmente se aplican umbrales al resultado de la detección de bordes de Prewitt, para producir un conjunto discreto de bordes.

Por último, la transformación a binario, convierte una imagen de hasta 256 niveles grises a una imagen blanco y negro. La manera más simple de la transformación binaria de imagen, es elegir un valor de umbral, y clasificar todos los píxeles con valores sobre este umbral como blanco, y el resto como negro. El problema entonces es cómo seleccionar el umbral correcto. En muchos casos, encontrar un umbral compatible a la imagen entera es muy difícil, y en muchos casos casi imposible.

Resultados.

El algoritmo se puede implementar en un programa de alto nivel como C++, Visual Basic o Matlab, con la finalidad de investigar el tiempo del cálculo. A continuación se muestra un ejemplo comparativo de la detección de bordes o contornos por medio de la transformada de Hough con el método de Roberts, Sobel y Prewitt respectivamente.



Conclusiones

Un algoritmo rápido de detección para curvas generales basado en la transformada de Hough fue propuesto. Como podemos ver la expresión de superficie-plano $\rho \theta$; de la imagen, no solamente es una técnica eficaz para la detección líneas rectas, también puede ser generalizado a curvas de mayor grado. La transformada de Hough original, tiene algunas limitaciones referentes a la velocidad de cálculo, sin embargo, introduciendo la periodicidad de funciones trigonométricas, ideamos un método alternativo de transformada rápida de Hough que mejora considerablemente la velocidad del proceso. El método es fácil de implementar en una computadora convencional y verificar que se obtiene una reducción en el tiempo de cálculo (ejemplo cuando $M = 6$) en imágenes de entrada de hasta 256×256 píxeles.

Referencias

1. Ballard, D.H., Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes, "Pattern Recognition, Vol.13, No.2, pp.111-122. 1981.
2. Ballard ,D.H, Brown, C.H.: " Computer Vision, Prentice Hall, 1982.
3. Gonzalez, Rafael C and Woods, Richard E., *Digital Image Processing*. Addison-Wesley, 1992
4. Hasegawa, Kochimizu, Nakayama, Yokoi: Basic techniques for Image Processing, Gijutsu Hyronsha. 1986.

5. Jain, Anil K, *Fundamentals of Digital Image Processing*. Prentice Hall, 1989.
6. Kimme, C., Ballard D. H., and Sklansky J., "Finding circles by an array of accumulators." *Communications of the Association for Computing Machinery*, v. 18, pp. 120-122P. V. C. Hough, "Method and means for recognizing complex patterns." U. S. Patent 3,069,654, 1962.
7. Kochimizu Y: Hough Algorithm for line and curve detection patterns. *ShinGaku Ron (D)*, j68-D, 10, pp. 1769-1776. 1986.
8. Pratt, William K, *Digital Image Processing*. Wiley, 1991.