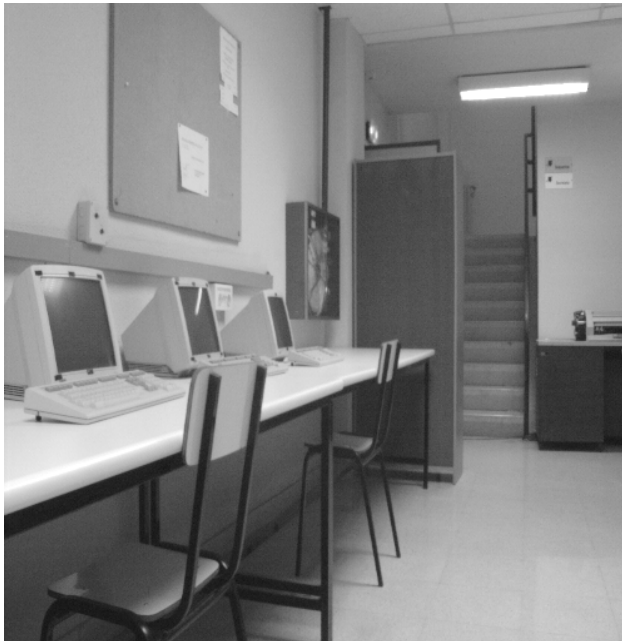


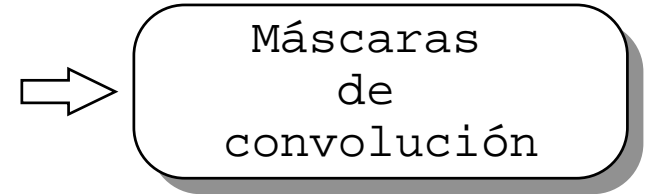
Detección de contornos

- Extracción de contornos: Separación de elementos significativos de la superficie de los objetos
- Los contornos resumen la mayor parte de la información de una imagen



Extracción de Contornos

- Detección de puntos de contorno
 - Cambios de luminosidad en la imagen
 - » Máximos del Gradiente
(1ª derivada de la luminosidad)
 - » Cruces por cero del Laplaciano
(2ª derivada de la luminosidad)



- Segmentación de contornos
 - Agrupación de puntos de contorno
 - Eliminación de ruidos
- Ajuste de rectas o curvas

Ejemplo: Contornos de Canny

- Operador de Canny: derivada de la Gaussiana

**Módulo y orientación
del gradiente**

- Detección de máximos

**Máximos locales
del gradiente**

- Segmentación de contornos:
 - Seguimiento local + Umbral con histéresis

**Cadenas de pixels
de contorno**

- Ajuste de rectas o curvas

**Rectas y curvas
de contorno**

Detección de Puntos de Contorno

- Máximo local del gradiente (1ª derivada)
- Cruce por cero del Laplaciano (2ª derivada)

intensidad luminosa

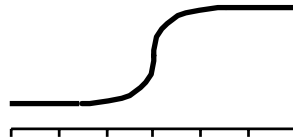
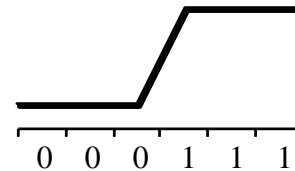
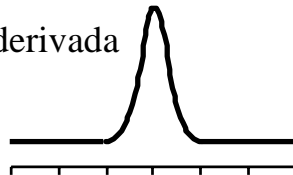


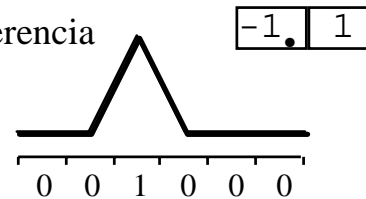
imagen digital



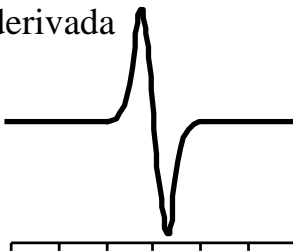
1ª derivada



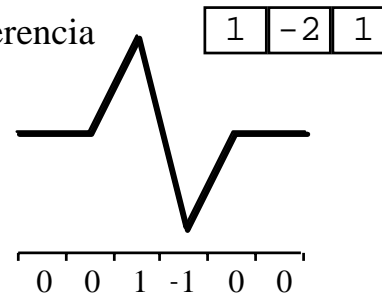
1ª diferencia



2ª derivada



2ª diferencia



Detección con el Gradiente

- Gradiente: *Gradiente* $\vec{\nabla}f(x,y) = (\nabla_x, \nabla_y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right)$
- Módulo* $|\nabla f| = \sqrt{(\nabla_x)^2 + (\nabla_y)^2} \approx |\nabla_x| + |\nabla_y|$
- Orientación* $\theta = \text{atan2}(\nabla_x, \nabla_y)$

- Operadores:

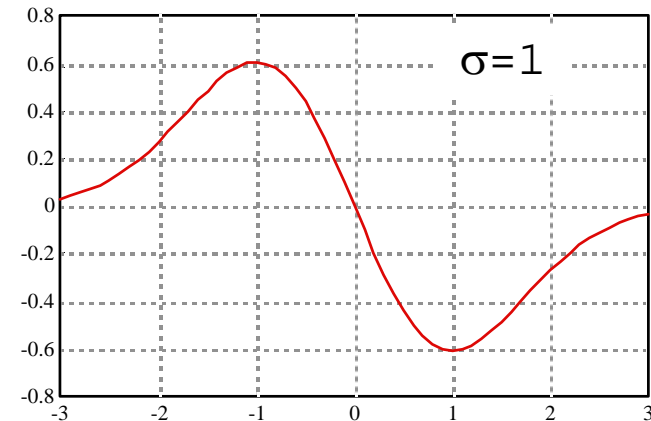
Dividir por
la suma de
los valores
positivos

	∇_x	∇_y																		
<i>1ª diferencia</i>	<table><tr><td>-1</td><td>1</td></tr></table>	-1	1	<table><tr><td>1</td><td>-1</td></tr></table>	1	-1														
-1	1																			
1	-1																			
<i>Roberts</i>	<table><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>-1</td><td>0</td></tr></table>	0	1	-1	0	<table><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>-1</td></tr></table>	1	0	0	-1										
0	1																			
-1	0																			
1	0																			
0	-1																			
<i>Prewitt</i>	<table><tr><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	-1	0	1	-1	0	1	-1	0	1	<table><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr></table>	1	1	1	0	0	0	-1	-1	-1
-1	0	1																		
-1	0	1																		
-1	0	1																		
1	1	1																		
0	0	0																		
-1	-1	-1																		
<i>Sobel</i>	<table><tr><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>-2</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	-1	0	1	-2	0	2	-1	0	1	<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>-1</td><td>-2</td><td>-1</td></tr></table>	1	2	1	0	0	0	-1	-2	-1
-1	0	1																		
-2	0	2																		
-1	0	1																		
1	2	1																		
0	0	0																		
-1	-2	-1																		

Gradiente: Operador de Canny

- Optimiza tres criterios:
 - Robustez de detección frente al ruido
 - Precisión en la localización
 - Unicidad de la respuesta
- Similar a la derivada de una Gaussiana

$$G'_\sigma(x) = \frac{-x}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right)$$



- Tamaño de la máscara: $5\sigma-7\sigma$
- Ejemplo, para $\sigma = 1$

0.2707	0.6065	0.0	-0.6065	-0.2707
--------	--------	-----	---------	---------

Dividir por la suma de
los valores positivos

Gradiente: Operador de Canny

- Cálculo de gradiente en x e y
 - Pueden utilizarse máscaras separadas

$$\nabla_x = G'_\sigma(x) * G_\sigma(y) * f(i, j)$$

$$\nabla_y = G_\sigma(x) * G'_\sigma(y) * f(i, j)$$

- Para el caso $\sigma = 1, n = 5$

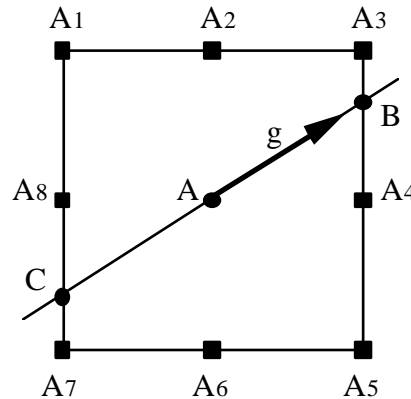
$$\nabla_x = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} -0.2707 & -0.6065 & 0.0 & 0.6065 & 0.2707 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.1353 \\ 0.6065 \\ 1.0 \\ 0.6065 \\ 0.1353 \end{bmatrix} * f(i, j)$$

$$\nabla_y = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} 0.1353 & 0.6065 & 1.0 & 0.6065 & 0.1353 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.2707 \\ 0.6065 \\ 0.0 \\ -0.6065 \\ -0.2707 \end{bmatrix} * f(i, j)$$

Máximos del Gradiente

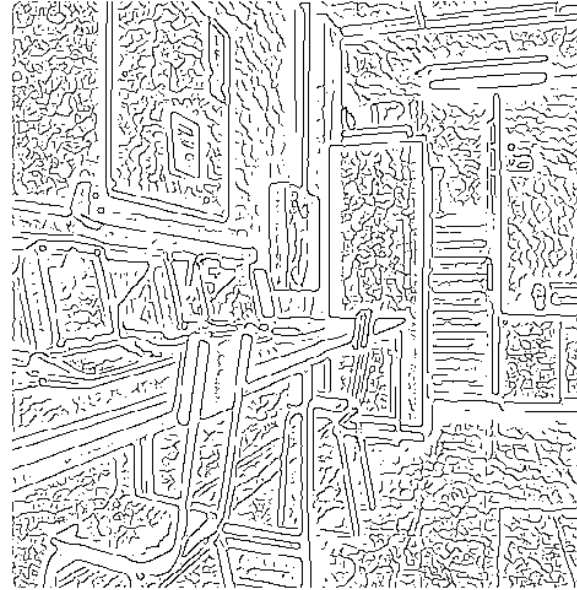
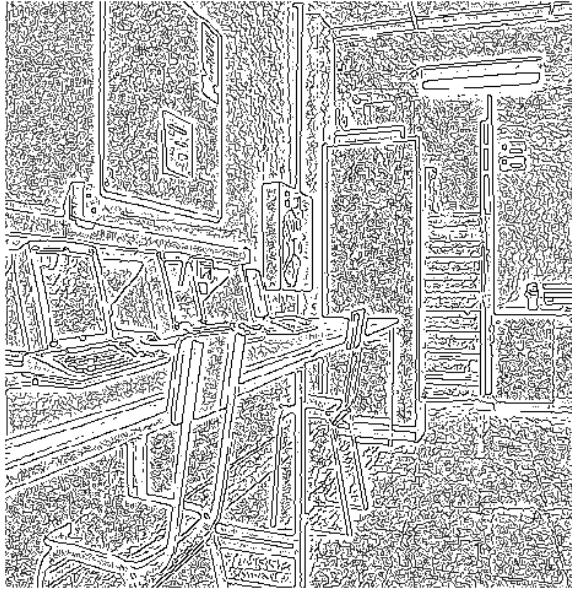
Máximos locales del módulo en la dirección del Gradiente

- Para cada pixel con módulo mayor que un umbral, se toma una ventana 3x3

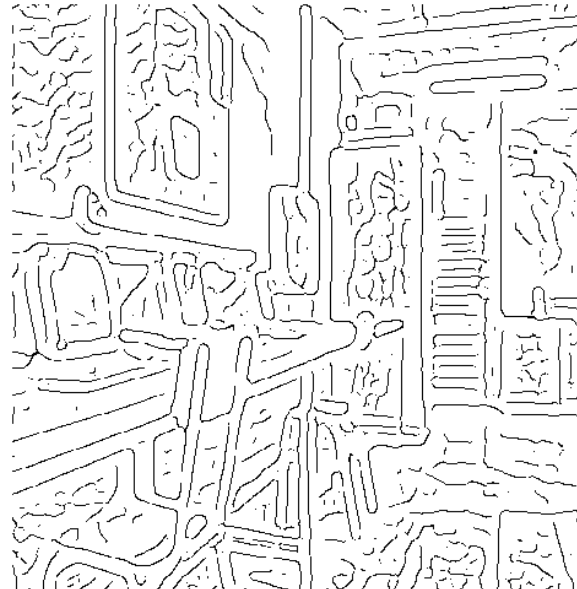
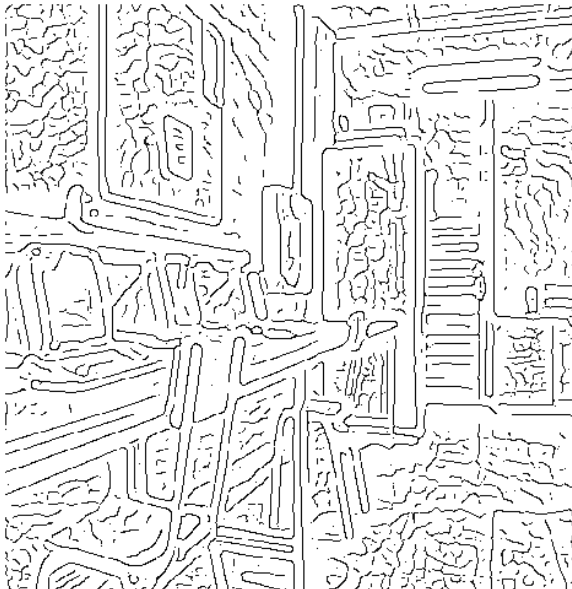


- Se calcula el módulo del gradiente en B y C, interpolando linealmente entre los valores de A3-A4 y A7-A8
- El pixel A es punto de contorno si su módulo es mayor que el de B y mayor o igual que el de C

Máximos del Gradiente



$\sigma = 1, 2, 3, 4$



Detección con la 2ª derivada

- Laplaciano: $\nabla^2 f(x,y) = \nabla^2_x + \nabla^2_y = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

$$\begin{array}{c} \nabla^2_x \qquad \nabla^2_y \\ 2^a \text{ diferencia} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline -2 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

- Operadores para el Laplaciano

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

1	4	1
4	-20	4
1	4	1

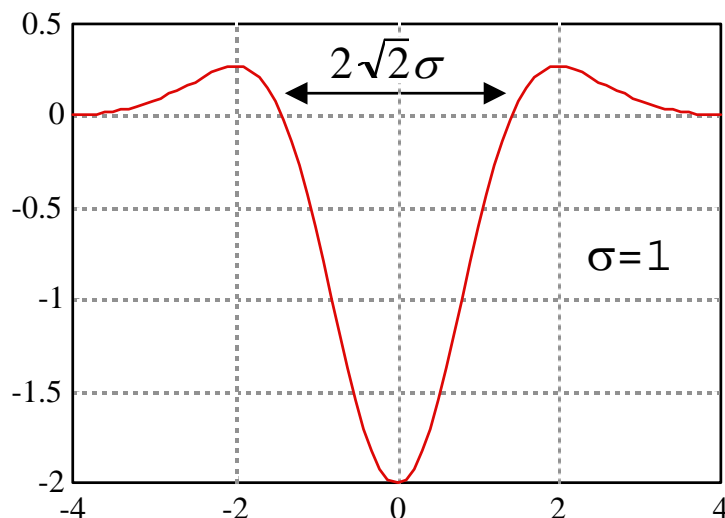
- Cruces por cero: contornos conexos, cerrados, y delgados
- La 2ª derivada amplifica mucho el ruido: necesario filtrar

Operador de Marr-Hildreth

- Filtro Gaussiano + Operador Laplaciano

$$\nabla^2 * G_\sigma * f(i,j) = (\nabla^2 G_\sigma) * f(i,j)$$

$$\nabla^2 G_\sigma(r) = \frac{r^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right)$$



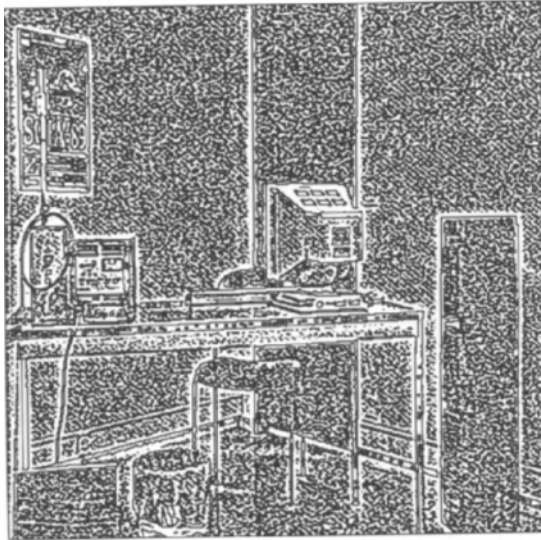
Sombrero mexicano
(invertido)

Contornos: Cruces por cero

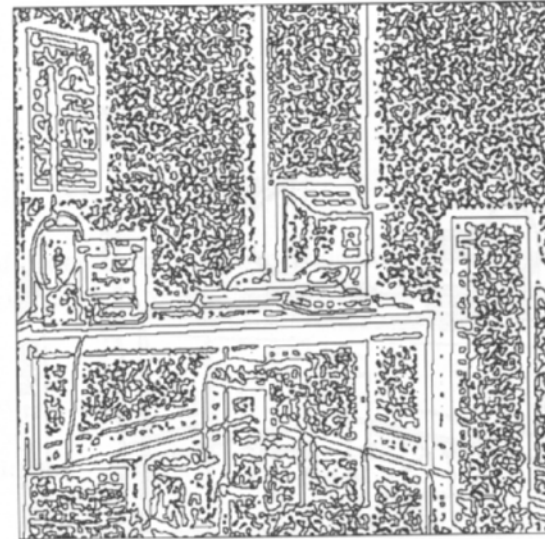
- Se consideran contornos los cruces por cero de magnitud superior a un umbral

```
my:= 0
mx:= 0
si g(i,j) >= 0 entonces
    si g(i+1,j) < 0 entonces
        my:= g(i,j) - g(i+1,j)
    fsi
    si g(i,j+1) < 0 entonces
        mx:= g(i,j) - g(i,j+1)
    fsi
sino
    si g(i+1,j) >= 0 entonces
        my:= g(i+1,j) - g(i,j)
    fsi
    si g(i,j+1) >= 0 entonces
        mx:= g(i,j+1) - g(i,j)
    fsi
fsi
magnitud(i,j):= max(my,mx)
```

Contornos: Cruces por cero



Zero crossings of $\nabla^2 G$ with $\sigma=1$.



Zero crossings of $\nabla^2 G$ with $\sigma=2$.



Zero crossings of $\nabla^2 G$ with $\sigma=3$.

Segmentación de Contornos

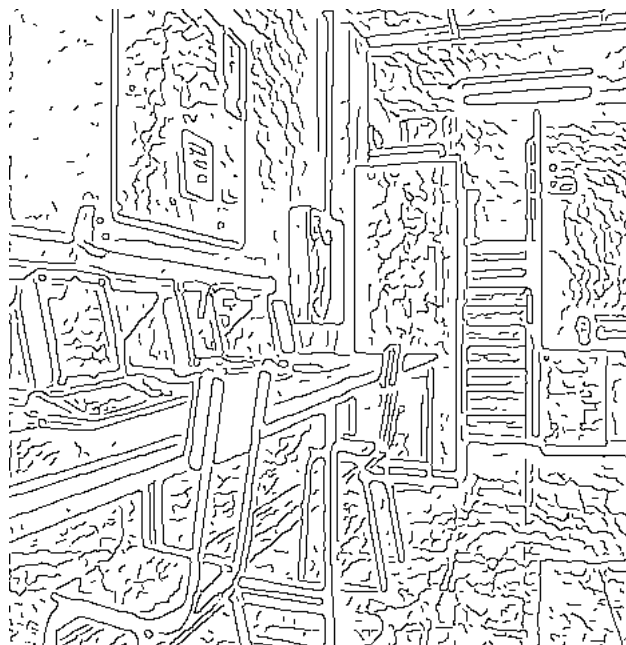
- Objetivos:
 - Extracción de rectas o curvas
 - Eliminación de contornos espúreos
- Técnicas:
 - Análisis local:
 - » Seguimiento de contornos
 - Umbral con histéresis
 - » Ajuste de rectas o curvas
 - División recursiva
 - Mínimos cuadrados
 - Transformada de Hough
 - Método de Burns: segmentación de rectas usando la orientación del gradiente

Seguimiento de Contornos

- Objetivo: cadenas de puntos de contorno de una cierta “intensidad” (módulo del gradiente o magnitud del cruce por cero)
- Elegir un valor de umbral es difícil



Umbral = 8
Contornos rotos



Umbral = 4
Demasiado ruido

Umbral con histéresis

- Cada cadena de contorno debe tener:
 - Todos los pixels $\geq U_{inf}$
 - Al menos un pixel $\geq U_{sup}$
- Además filtrado por longitud del contorno



$U_{inf}=4, U_{sup}=8$



$U_{inf}=4, U_{sup}=8, Long > 30$

Seguimiento de Contornos

```
procedimiento encadenar_contornos
  para i:= 1 hasta nfilas
    para j:= 1 hasta ncolumnas
      inicial:=(i,j)
      si modulo(inicial) >= Umbral_sup entonces
        n:= 0
        seguir(inicial,cadena,n)
        reverse(cadena, n)
        seguir(siguiete(inicial),cadena,n))
      si n >= longitud_minima entonces
        guardar(cadena,n)
      fsi
    fsi
  fpara
fpara
fin encadenar_contornos

procedimiento seguir(actual,var cadena,var n)
  mientras actual <> nulo
    n:=n+1
    cadena(n):= actual
    modulo(actual):= 0
    actual:= siguiete(actual)
  fmientras
fin seguir

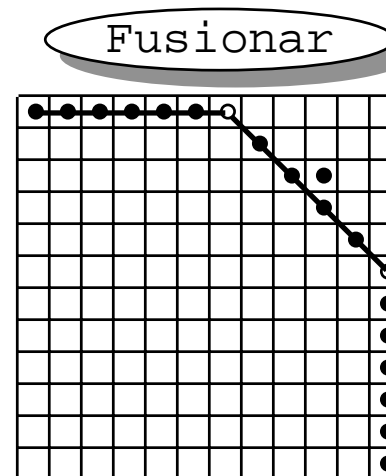
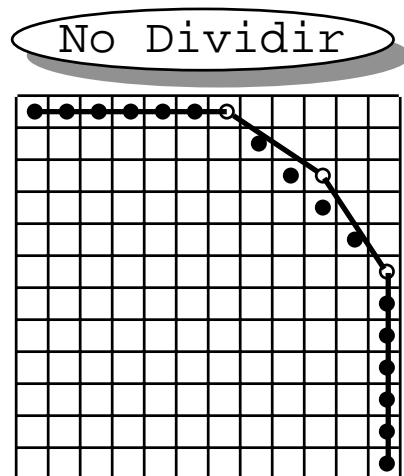
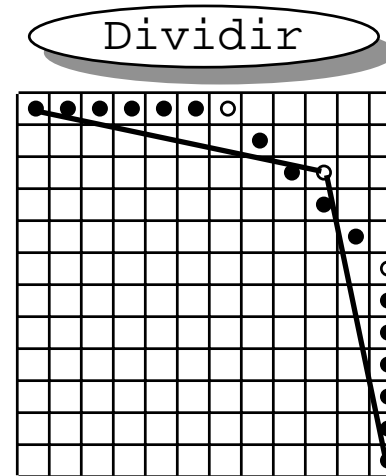
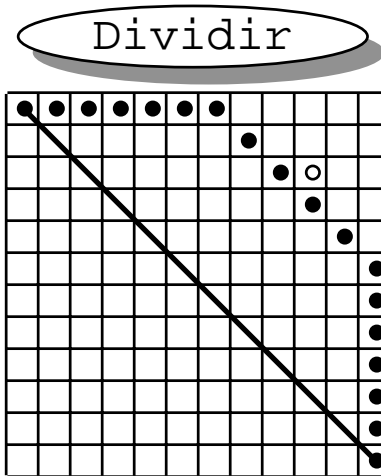
funcion siguiete(actual) devuelve pixel
  para sigte en vecinos(actual)
    si modulo(sigte) >= Umbral_inf entonces
      devolver sigte
  fsi
  fpara
  devolver nulo
fin siguiete
```

División recursiva en rectas

1. División recursiva de una cadena:
 - Recta que une los extremos de la cadena
 - Punto que más se separa de la recta
 - Si separación $>$ umbral (ej: 2 pixels), partir la cadena por dicho punto
 - Repetir para las dos subcadenas obtenidas
2. Fusión de segmentos:
 - Dos segmentos adyacentes se fusionan si la desviación del pixel más alejado de la recta es menor que el umbral
3. Eliminar segmentos muy cortos o con gradiente pequeño
4. Recta definida por los extremos de la cadena, o ajustada por mínimos cuadrados

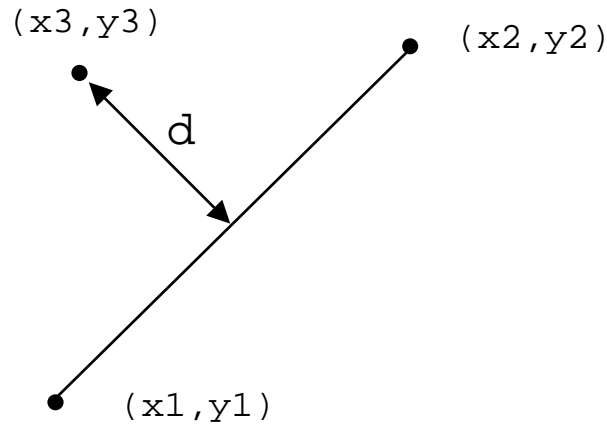
División recursiva en rectas

- Ejemplo



División recursiva en rectas

- Distancia de un punto a la recta que pasa por otros dos puntos:



$$d = \frac{|x_3(y_1 - y_2) - y_3(x_1 - x_2) + y_2x_1 - y_1x_2|}{\sqrt{(y_1 - y_2)^2 + (x_1 - x_2)^2}}$$

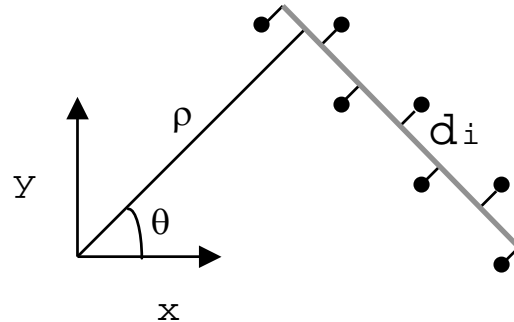
División y ajuste de rectas

- Cadenas de contornos y rectas obtenidas



Ajuste de rectas

- Mínimos cuadrados (regresión total)
 - Minimizar la suma del cuadrado de las distancias pixel-recta



Ecuación de la recta: $x \cos \theta + y \sin \theta - \rho = 0$

Distancia del pixel i: $d_i = x_i \cos \theta + y_i \sin \theta - \rho$

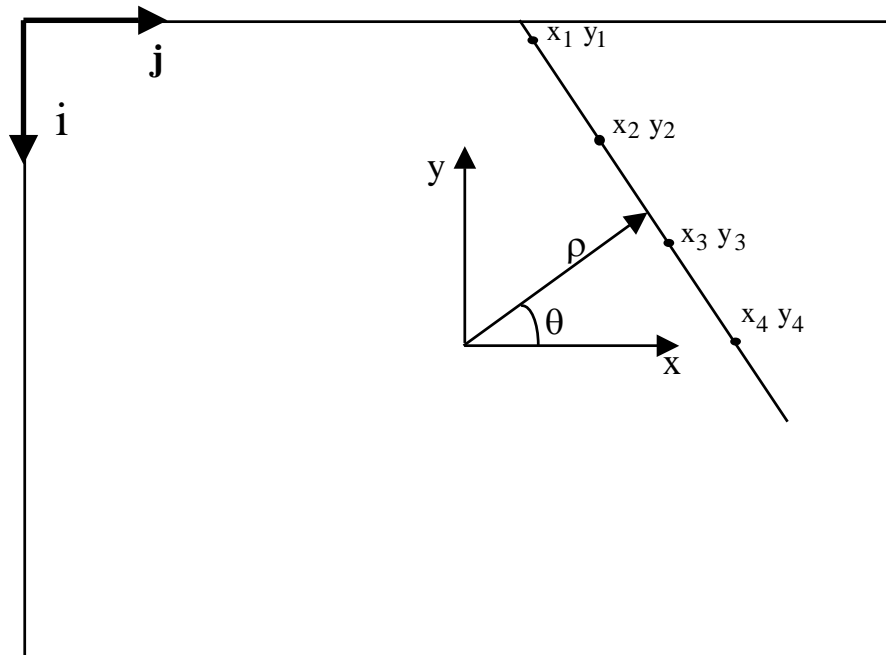
Minimizar:
$$D^2 = \sum_i (x_i \cos \theta + y_i \sin \theta - \rho)^2$$

- Solución: eje de “minima inercia”
 - Igual que el calculo de la posición y orientación de un blob.
- Extremos: proyección del pixel inicial y final sobre la recta obtenida

4.2 Transformada de Hough

- Detección global de rectas o curvas
- Se representan de forma paramétrica
- Parámetros para las rectas: ρ y θ

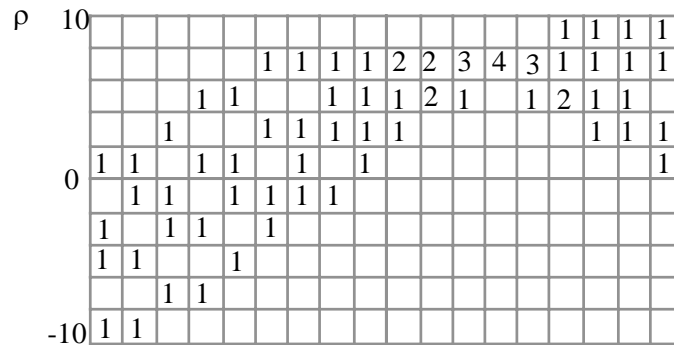
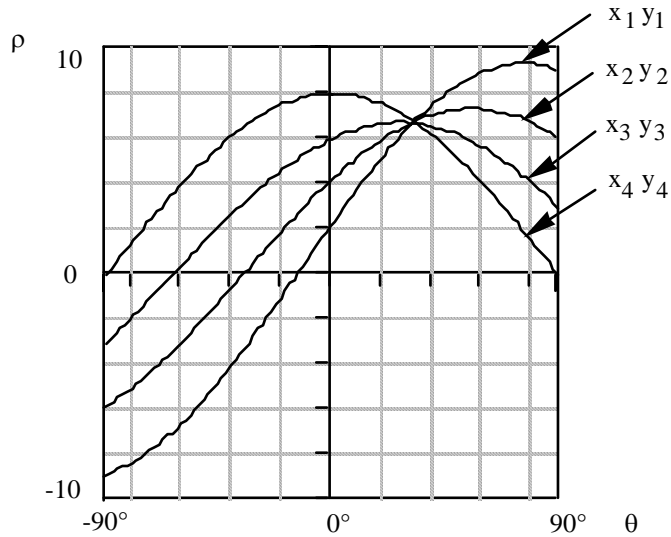
$$\rho = x \cos\theta + y \sin\theta$$



$$x = j - \text{ncolumnas}/2$$
$$y = \text{nfilas}/2 - i$$

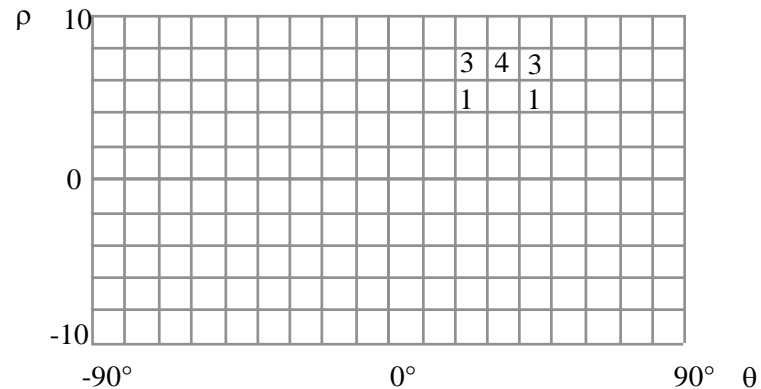
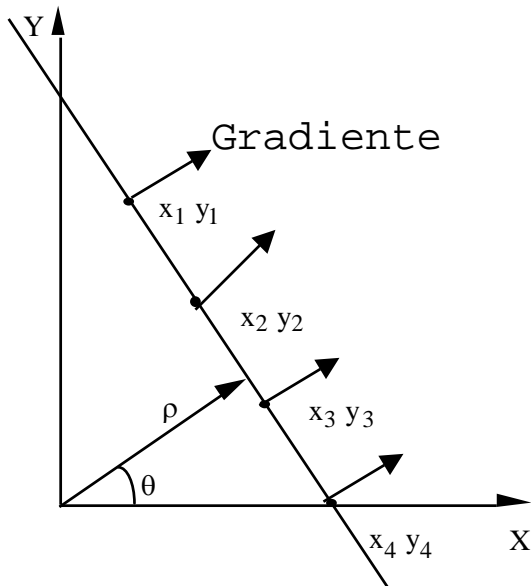
Transformada de Hough

- Un pixel de coordenadas (x_i, y_i) puede pertenecer a cualquier recta de ecuación: $\rho = x_i \cos\theta + y_i \sin\theta$
- Se divide el espacio (ρ, θ) en celdas
- Cada pixel vota a todas las rectas a las que puede pertenecer
- Buscar las rectas más votadas



Tr. Hough: Uso de la orientación

- Tiempo de cálculo excesivo
- Mejora: cada pixel solo vota en orientaciones similares a la orientación de su gradiente



Tr. Hough: Uso de la orientación

Sin Orientación

```
para i:= 1 hasta nfilas
  para j:= 1 hasta ncolumnas
    si modulo(i,j)>=Umbral
      x:= j - ncolumnas/2
      y:= nfilas/2 - i
      para  $\theta$ := $\theta_{\min}$  hasta  $\theta_{\max}$ 
         $\rho$ :=  $x*\cos(\theta) + y*\sin(\theta)$ 
        votar_recta(i,j, $\rho$ , $\theta$ )
      fpara
    fsi
  fpara
fpara
```

Con Orientación

```
para i:= 1 hasta nfilas
  para j:= 1 hasta ncolumnas
    si modulo(i,j)>=Umbral
      x:= j - ncolumnas/2
      y:= nfilas/2 - i
       $\theta$ := orientacion(i,j)
       $\rho$ :=  $x*\cos(\theta) + y*\sin(\theta)$ 
      votar_recta(i,j, $\rho$ , $\theta$ )
    fsi
  fpara
fpara
```

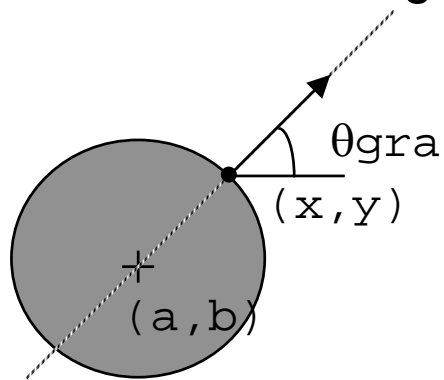
Tr. de Hough: Círculos

- También sirve para curvas, pero el número de parámetros es mayor
- Ejemplo: círculos
 - Radio y Centro (r, a, b)
 - Forma paramétrica (polar)
 - Usando la orientación del gradiente:

$$r^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2$$

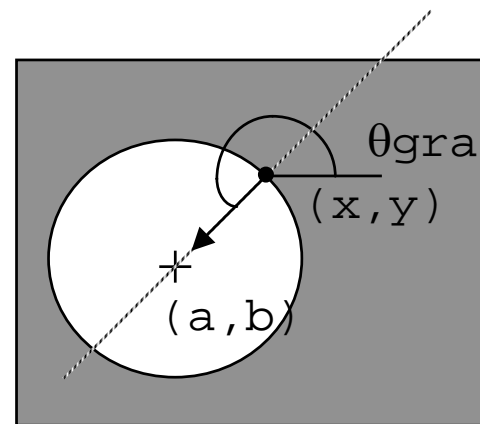
$$x = a + r \cos \theta$$

$$y = b + r \sin \theta$$



$$a = x - r \cos \theta$$

$$b = y - r \sin \theta$$



$$a = x + r \cos \theta$$

$$b = y + r \sin \theta$$

Tr. de Hough: Círculos

- Tabla de acumulación 3D: (r,a,b)

Con Orientación

```
para i:= 1 hasta nfilas
  para j:= 1 hasta ncolumnas
    si modulo(i,j)>=Umbral entonces
      x:= j - ncolumnas/2
      y:= nfilas/2 - i
       $\theta$ := orientacion(i,j)
      para r:= rmin hasta rmax
        a:= x - r*cos( $\theta$ )
        b:= y - r*sin( $\theta$ )
        votar_circulo(i,j,r,a,b)
      fpara
    fsi
  fpara
fpara
```

Aplicación: punto de fuga de un pasillo

- Cada punto de contorno vota a un punto de la línea del horizonte

