TUD

Angelegt von Maria Häggbom, zuletzt geändert vor 7 Minuten

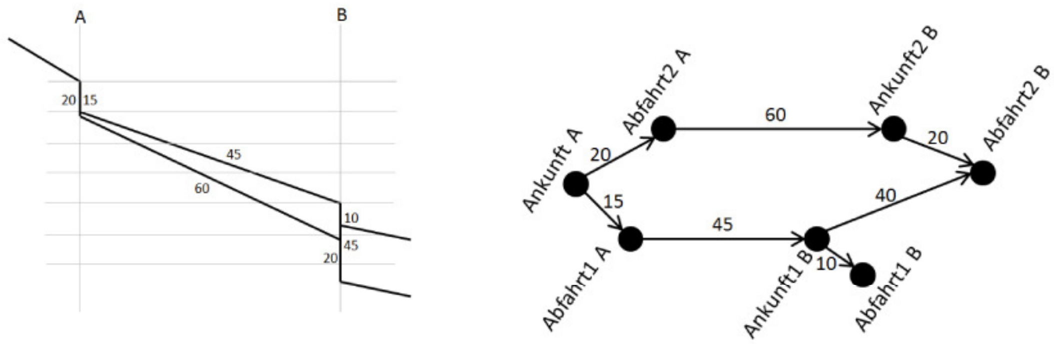
In der Belegung von Systemtrassen gibt es viele mögliche Kombinationen von Fahrplänen. Bei der Optimierung für große mathematische Probleme gibt es oft einen Kompromiss zwischen dem Finden der optimalen Lösung und dem schnellen Finden einer Lösung. Traditionelle Optimierungsmodelle sind oft zeitaufwendig und daher haben sich andere Lösungsansätze zur Lösung dieser Probleme entwickelt. Eine dieser Methoden ist ein Entscheidungsproblem (SAT) aufzubauen und daraus eine Lösung zu finden, die gut, aber vielleicht nicht optimal ist.

Fahrplantabelle erstellen

Das Zugnetz mit Routenanfragen erstellt ein Fahrplanproblem. Dieses Problem enthält Routen auf dem Netz mit einer Folge von Betriebsstellen. Die Nebenbedingungen für das Problem werden zu einem periodischen Event-Netzwerk aufgebaut und hierzu eine Lösung gesucht. Das Gesamtmodell beachtet:

- Halteplatzkapazitäten
- Konfliktfreiheit
- Haltezeiten in Knoten
- Zeit für Kopfmachen
- Verknüpfungszeiten zwischen Trassen
- Kreisfreiheit
- Andere Belegungs Parametern, (bzw. MaxBFQ, Abfahrtszeiten,..)

Die Knoten in dem Modell bestehen aus Ankunfts- und Abfahrtsereignisse und die Kanten sind die zeitaufwendigen Prozesse. Zusammen ergeben die Knoten und Kanten unterschiedlichen Aktivitäten und können auch beispielsweise Laufzeit, Haltezeit und Transferzeit modellieren. Verschiedene Aktivitäten können Konflikte mit anderen haben und müssen entsprechend koordiniert werden. Ein Ansatz, um zu sehen, ob eine konfliktfreie Lösung gefunden wurde ist ein SAT-Problem zu bauen und dieses zu prüfen.



Um das Fahrproblem zu lösen, kann ein SAT-basierter Algorithmus aufgebaut werden. Das Konzept besteht daraus, den kürzesten Weg für alle Fahrlagen zu finden und dann zu prüfen, welche Routen dann Konflikte haben. Diese Konflikte werden dann itterativ gelöst, bis eine Gesamtlösung gefunden ist, bei der es keine Konflikte mehr zwischen den Routen gibt.

SAT

Das Satisability-Problem (SAT) besteht aus einer Aussageformel und ist ein Entscheidungsproblem, ob es eine Zuordnung von Variablen (J) gibt, so dass die Aussageformel (F) erfüllt wird. Jede Variable in J, kann entweder Wahr (1) oder Falsch (0) sein. Zusammen mit den Operatoren $\wedge\vee\neg$, kann das Problem auf Konjunktive Normalform geschrieben werden.

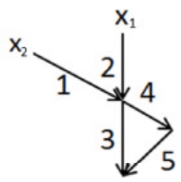
Operatoren in Konjunktive Normalform:

$\wedge$	Und	Konjunktion
$\vee$	Oder	Disjunktion
$\neg$	Nicht	Negation

Die Aussageformel ist entweder erfüllt oder nicht. Der Boolean Ausdruck $F=(a\vee b)\wedge(a\vee\neg b)\wedge(\neg a\vee b)$ kann erfüllt werden, wenn zum Bespiel a=0 und b=1 sind. F wird dann 1 (Wahr). Es gibt auch Fälle bei denen der Boolean Ausdruck nicht erfüllt werden kann, beispielsweise $(a\vee b)\wedge(a\vee\neg b)\wedge(\neg a\vee b)\wedge(\neg a\vee\neg b)$. Die Parenthesen bildet Klauseln, und die Aussageformel besteht aus einem Set disjunkter Klauseln.

Aussageformel

Das Belegungsproblem auf dem Netz kann als SAT-Probelm geschrieben werden in Form eines Boolean Ausdruck. Die Entscheidungsvariablen sind dann die Entscheidungen, ob Fahrlage r auf Trasse t fährt, $x_{r,t}$. Die Klauseln repräsentieren Beschränkungen und eine Menge von Klauseln kann z.B. eine Kante im Netzwerk darstellen. Um in der ersten Iteration eine Aussageformel für das SAT formulieren zu können, musst erst einer Lösungsvorschlag abgebildet werden. Für jede Fahrlage kann der kurzmöglichste Weg als Lösungsvorschlag genommen werden. Die kürzeste Route für x_1 ist 2-3 und für x_2 1-3. In Konjunktiver Normalform wird das Problem als; $x_{1,2}\wedge x_{1,3}\wedge x_{2,1}\wedge x_{2,3}\wedge(\neg x_{1,3}\vee\neg x_{2,3})$ geschrieben. Diese Zuordnung ist nicht möglich und das Problem ist nicht SAT, als die beiden Fahrlagen nicht die gleiche Trasse benutzen können.



Kodierung

Das SAT-Problems der Belegung wird durch Kodierung aufgebaut.

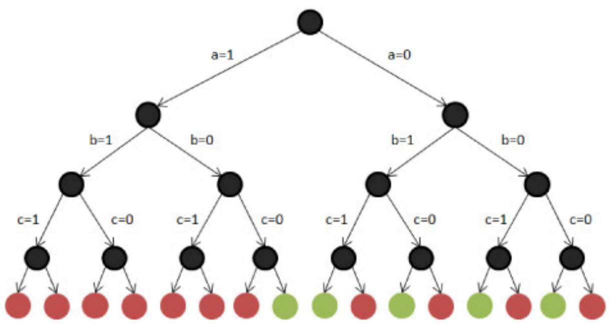
Die Kodierung funktioniert so, dass...

Die Kodierung ergibt eine Entscheidungsformel in Konjunktive Normalform, die für den SAT-Solver eingegeben wird.

SAT Solvers

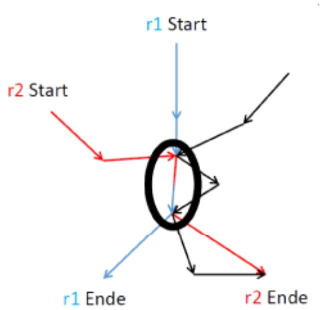
Es gibt verschiedene Solvers zum Lösen von SAT Problemen. Ein Verfahren um ein Problem als SAT zu prüfen ist einen Binären Suchbaum aufzubauen und jede Variable durchgehen. Die Variablen werden nacheinander geprüft. Wenn es eine mögliche Zuordnung der aktuellen Variable gibt, wird die Suche nach die nächste Zuordnung von Variablen fortgesetzt. Gibt es keine mögliche Zuordnung von den Variablen, beginnt das Backtracking. Es wird dann gesucht, ob zu einem früheren Zeitpunkt eine andere Entscheidung hätte getroffen werden können, so dass das ganze Problem erfüllbar wäre.

Für ein Beispiel mit Formel: $(\neg a \vee \neg b) \wedge (\neg a \vee b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee c \vee \neg d) \wedge (a \vee d)$ gibt es verschiedene Lösungsmöglichkeiten. Mit den Entscheidungen a=1, b=0, c=1 gibt es keine möglichen Zuordnung zu d. Mit Backtracking wird dann c auf eins gesetzt werden und das Problem ist dann Lösbar wenn d=1. Eine SAT-Lösung wurde somit gefunden.



Konfliktauflösung

Ist das SAT-Problem nicht lösbar, bedeutet das, dass es Konflikte zwischen den Fahrlagen und ihren Pfaden gibt. Um am Ende, eine passende Lösung zu finden, müssen Konflikte gelöst werden und Anfragen von Routen, die nicht zugeordnet werden können, aussortiert werden. Die Auflösung von Konflikte kann durch einen iterativen Prozess der Extraktion lokaler Konflikte erreicht werden. Ein lokaler Konflikt ist ein Teil von einem Pfad mit gemeinsamen Eigenschaften zu anderen Pfaden. Es kann zum Beispiel sein, dass sie die gleiche Teiltrasse nutzen.

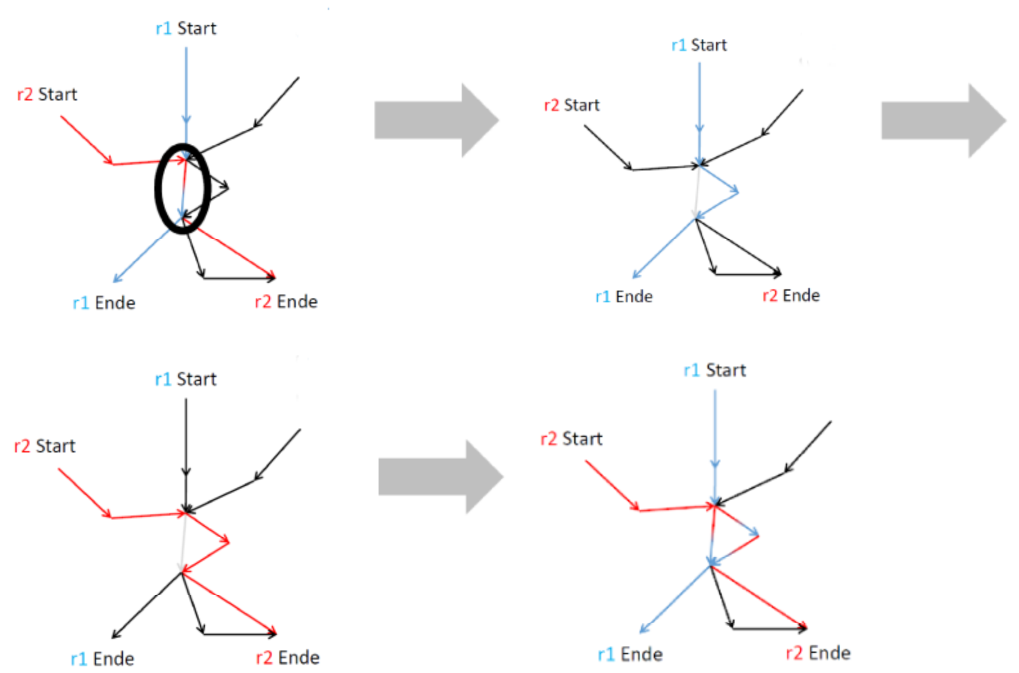


HLMUS

Um Konflikte zu lösen wird die „High-level Minimally Unsatisfiable Subformula“ (HLMUS) benutzt. Die HLMUS findet aus wie viele Nachfragen minimal nicht gleichzeitig belegt werden können. Das HLMUS-Problem wird mit einem Solver gelöst, der Input für den Solver ist...

HLMUS Output: Fahrlagen in Konflikt, und zb.Teiltrasse die diese Konflikt aufbaut?

Der HLMUS sucht eine Konfliktmenge aus und die konfliktäre Eigenschaft, die diesen Konflikt verursacht haben. Diese Eigenschaft kann dann ausgeschlossen werden und neue Wege können ohne diese Eigenschaft gesucht werden.

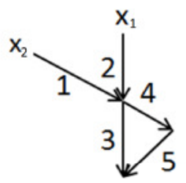


In diesem Beispiel können neue Wege gefunden werden, und der Lösungsraum für die Variablen r_1 und r_2 vergrößert werden, da sie auch einen anderen Weg nehmen können, um den Konflikt zu verhindern.

Werden neue Wege gefunden wird der Lösungsraum für die entsprechenden Variablen vergrößert, wird kein neuer möglicher Weg gefunden, muss das MAX-SAT Problem gelöst werden.

Lösungsraum vergrößern

Wird das Lösungsraum vergrößert wird die Boolean Aussagen Formel verändert. Für das Beispiel in Abschnitt Aussageformel, war die schnellste Route für x_1 ist 2-3 und für x_2 1-3. In Konjunktiver Normalform wird das Problem geschrieben als $x_{1,2} \wedge x_{1,3} \wedge x_{2,1} \wedge x_{2,3} \wedge (\neg x_{1,3} \vee \neg x_{2,3})$ Als die neue Route über 4 und 5 gesucht wurde und die Systemtrassenmenge für die Nachfragen größer geworden ist, wurde die Formulierung verändert: $x_{1,2} \wedge x_{2,1} \wedge (x_{1,3} \vee x_{2,3}) \wedge (x_{1,4} \vee x_{2,4}) \wedge (x_{1,5} \vee x_{2,5}) \wedge (x_{1,3} \vee x_{1,4}) \wedge (x_{1,3} \vee x_{1,5}) \wedge (\neg x_{1,3} \vee \neg x_{1,4}) \wedge (\neg x_{1,3} \vee \neg x_{1,5}) \wedge (x_{2,3} \vee x_{2,4}) \wedge (x_{2,3} \vee x_{2,5}) \wedge (\neg x_{2,3} \vee \neg x_{2,4}) \wedge (\neg x_{2,3} \vee \neg x_{2,5})$.



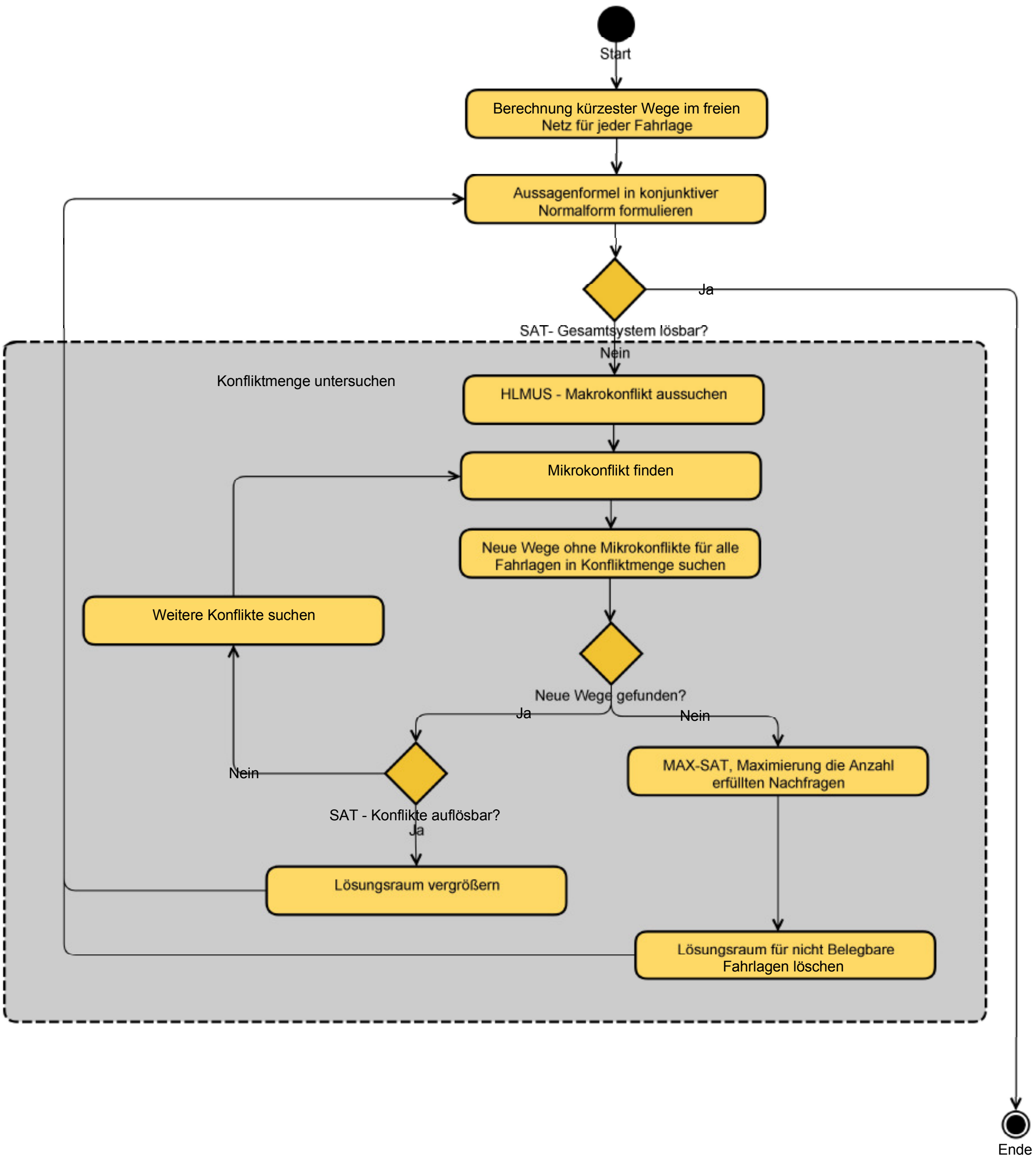
MAX-SAT

Das Maximale Satisability-Problem (MAX-SAT) bestimmt die maximale Anzahl von Klauseln in den Boolean Aussageformel, die erfüllt werden können. Es gibt verschiedene Solvers zum Lösen von MAX-SAT-Problemen. Die Konjunktive Normalform Aussageformel (F) enthält die Entscheidungsvariablen x_1, x_2,… x_n und Klauseln C. Die Variablen in F können entweder 0 (Falsch) oder 1 (Wahr) sein. Entscheidungsvariablen die eine Negation (¬x) in Klausel c haben, gehören zu der Menge S_c^-. Entscheidungsvariablen ohne Negation (x) gehören zu der Menge S_c^+.
Mit den Variablen y_x werden die Variablen (x_i) in der Aussageformel (F) repräsentiert, und dem z_c die Klauseln erfüllt, kann das Mathematische Problem wie folgt formuliert werden:

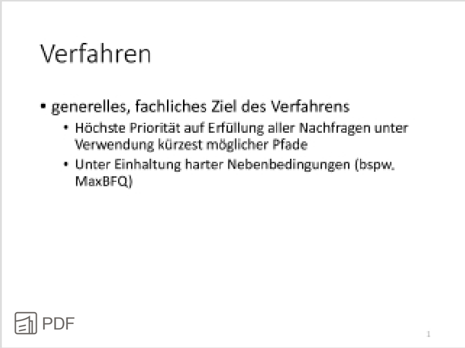
$$
\begin{aligned}
\text{maximize} \quad & \sum_{c \in \mathcal{C}} z_c \\
\text{subject to} \quad & \sum_{x \in S_c^+} y_x + \sum_{x \in S_c^-} (1 - y_x) \geq z_c \; \forall c \in \mathcal{C} \\
& z_c \in \{0, 1\} \qquad \forall c \in \mathcal{C} \\
& y_x \in \{0, 1\} \qquad \forall x \in \mathcal{F}
\end{aligned}
$$

Durch Maximierung dieses Problems kann die maximale Anzahl der Klauseln bestimmt werden, die erfüllt werden können. Die Variable y_x gibt dann an, ob eine Variable x wahr oder falsch ist, die Variable z_c ob die Klausel erfüllt ist oder nicht. Die Variablen, die Falsch (y_x) im MAX-SAT sind, haben Konflikte, die nicht aufgelöst werden können. Die Fahrlagen, die diesen Variablen entsprechen, werden dann aussortiert und können somit nicht belegt werden.

Ablauf



Gesamt Beispiel


Verfahren
• generelles, fachliches Ziel des Verfahrens
• Höchste Priorität auf Erfüllung aller Nachfragen unter Verwendung kürzest möglicher Pfade
• Unter Einhaltung harter Nebenbedingungen (bspw. MaxBFQ)
PDF