# Kurzprojekt

## Beleg 3 zu „Mathematik III“(20 P)

Als kurzfristiges Projekt sollen Sie in Gruppen jeweils ein angewandtes Problem untersuchen, indem Sie ein mathematische Modell dafür aufstellen und dieses numerisch lösen. Bei den zu untersuchenden Problemen handelt es sich um

1. (29./30.11.) das Problem, ein *Bild zu komprimieren*, indem man es als periodisches Signal in $L^2(\mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2)$ ansieht und dieses auf die niedrigsten Fourier-Schwingungsmoden im Zweidimensionalen projeziert,

2. (29./30.11.) das Problem, eine *Verteilung auf der (Erd)Kugel zu komprimieren*, indem man es als Signal in $L^2(S^2)$ ansieht und dieses auf die niedrigsten Schwingungsmoden der sphärischen harmonischen Funktionen projeziert,

3. das Problem, die *Verformung eines horizontalen Balkens* zu bestimmen, (a) (29./30.11.) im eindimensionalen Fall, der durch die gewöhnliche Differentialgleichung $-\frac{d}{dx}(EA(x)\frac{dy}{dx}) = M(x)$ für die vertikale Auslenkung $y(x)$ des Balkens mit dem Elastizitätsmodul $E$, der variablen Querschnittsfläche $A(x)$ des Balkens und dem Biegemoment $M(x)$ der auf den Balken wirkenden Last modelliert werden kann, unter Dirichlet-, Neumann- und Robin-Randbedingungen, (b) (10./11.01.) im zweidimensionalen Fall einer Bodenplatte, die durch eine elliptische partielle Differentialgleichung beschrieben wird, unter Dirichlet-Randbedingungen,

4. (29./30.11.) die *Simulation einer einfachen Schaltung* – a single closed-loop electrical circuit. Der Schaltkreis soll eine Spannungsquelle V (z.B. eine Batterie), einen Widerstand R (d.h. eine Energiedissipationsvorrichtung), eine Induktivität L (d.h. einen Energiespeicher) und einen Schalter enthalten, der zum Zeitpunkt $t = 0$ geschlossen wird. Simulieren Sie die Stromstärke $i$ in Abhängigkeit von der Zeit $t$ mittels einer gewöhnlichen Differentialgleichung und erläutern sie Drift-Diffusions-Gleichungen für Halbleiter (Drift-Diffusion equations for semiconductors),

5. das *Problem des freien Falls* mit Reibung (oder Luftwiderstand). Sie sollen dabei den Einfluss des Luftwiderstands auf die zurückgelegte Entfernung in den drei Fällen bestimmen, in denen (a) (29./30.11.) die Reibung Null ist oder die Reibung linear von der Geschwindigkeit abhängt (b) (29./30.11.) die Reibung quadratisch von der Geschwindigkeit abhängt.

6. (29./30.11.) das *Problem der Bewegung eines starren Körpers ohne Reibung und äußere Kräfte*, die durch die Eulerschen Gleichungen zur Rotation eines starres Körpers modelliert werden kann. Diskutieren Sie dieses System von drei gewöhnlichen Differentialgleichugnen und lösen Sie es numerisch,

7. das Problem, *in welchem Winkel man (a)* (29./30.11.) *einen Golfball bzw. (b)* (29./30.11.) *einen Floorball abschlagen sollte*, um eine möglichst große Reichweite zu erzielen. Verwenden Sie ein zweidimensionales Modell (Höhe und Weite) mit einem (a) zur Geschwindigkeit bzw. (b) zum Quadrat der Geschwindigkeit proportionalen Luftwiderstand.

8. das Problem, ob sich *das Klima chaotisch verhält*, indem sie (a) (20./21.12.) ausgehend von den Gleichungen der Strömungsmechanik die von Edward Lorenz gefundenen dreidimensionalen chaotischen gewöhnlichen Differentialgleichungen herleiten, (b) (20./21.12.) die von Edward Lorenz gefundenen dreidimensionalen chaotischen gewöhnlichen Differentialgleichungen untersuchen und speziell das Phänomen des chaotischen Verhaltens erläutern.

9. (10./11.01.) die *Wärmeleitung entlang eines dünnen gleichförmigen Stabes* mittels der eindimensionalen parabolischen Wärmeleitungsgleichung unter verschiedenen Randbedingungen simulieren.

Diese Probleme sollen Sie in Gruppen (max. 4 Studierende) diskutieren, wobei Sie auf mathematische Exaktheit achten sollten. Ihre Ergebnisse soll jede Gruppe in den Seminaren innerhalb von 15 Minuten (+5 Minuten Diskussion) präsentieren, z.B. mittels eines Poster im Corporate Design der HTWK oder eines Einblick in ihre (auf einem Computer implementierte numerische) Lösungsmethode.