Universidade Federal do ABC

BCJ0205 - Fenômenos Térmicos

Exp 1 - Lei dos Gases (Boyle-Mariotte)

Professor(a): ______________________ **Data:** ____/____/2024
Turma: ________ **Turno (D/N):** ________ **Campus (SA/SB):** ________
Nome: ______________________ **RA:** ________
Nome: ______________________ **RA:** ________
Nome: ______________________ **RA:** ________
Nome: ______________________ **RA:** ________
Nome: ______________________ **RA:** ________
Nome: ______________________ **RA:** ________

---

1 Objetivos

O objetivo deste experimento é o de relacionar as propriedades macroscópicas de um gás (no caso, o ar atmosférico) e ajustá-las graficamente, com a finalidade de obter uma aproximação da lei dos gases ideais, mais precisamente a relação de Boyle-Mariotte. A aplicação de um modelo ideal permitirá ainda obter uma estimativa para o trabalho realizado sobre o gás. Além disso, será possível verificar experimentalmente a validade da Lei de Boyle-Mariotte para um modelo de gás ideal e determinar a constante universal dos gases.

2 Introdução

até 0,45

Um gás ideal é definido como um gás hipotético formado por partículas pontuais, sem atração nem repulsão entre elas e cujos choques são perfeitamente elásticos (conservação do momento e da energia cinética) obedecendo, desta forma, todos os pressupostos da Teoria Cinética dos Gases. Embora não exista na natureza um gás com as propriedades exatas de um gás ideal, todos os gases reais se aproximam do estado ideal em concentrações suficientemente baixas, ou seja, em condições nas quais as moléculas estão tão distantes que praticamente não interagem, e a alta temperatura (muito acima do ponto de liquefação do gás). Empiricamente, observa-se uma série de relações entre a temperatura, pressão e o volume que dão lugar à lei dos gases ideais, deduzida pela primeira vez por Émile Clapeyron, em 1834:

$$PV = nRT \tag{1}$$

onde P é a pressão total (ou absoluta) do gás, V seu volume, T sua temperatura, n o número de mols e R=8,3145 J/(mol·K) é a constante universal dos gases.

A lei dos gases ideiais é uma formulação matemática obtida como combinação dos resultados dos trabalhos de Robert Boyle-Mariotte (1627 – 1691), Jacques Charles (1746 – 1823) e Amedeo Avogadro (1776 – 1856):

Lei de Charles: O volume de uma massa específica de um gás a uma pressão constante é diretamente proporcional à sua temperatura absoluta. Em outras palavras, dobrando a temperatura de um gás, seu volume também é dobrado:

$$\frac{V}{T} = \text{constante} \tag{2}$$

Lei de Boyle-Mariotte: O volume de uma determinada massa de um gás a uma temperatura constante é inversamente proporcional à sua pressão. Em outras palavras, dobrando a pressão de um gás, seu volume cai pela metade:

$$PV = \text{constante} \tag{3}$$

Lei de Avogadro: Volumes iguais de todos os gases à mesma temperatura e pressão contém o mesmo número de moléculas.

3 Procedimento experimental

Em nossos laboratórios didáticos, possuímos três modelos de kits que serão utilizados para esse experimento. Os três têm funcionamento similar e que, basicamente, consiste de:

- Uma certa quantidade de ar é aprisionada dentro de um cilindro transparente;
- Um pistão é utilizado para reduzir progressivamente o volume disponível para o ar;
- A pressão dentro do cilindro é medida por um manômetro acoplado ao mesmo.

Os três kits permitem obter os mesmos resultados do ponto de vista do fenômeno estudado e do ponto de vista didático. No entanto, é importante ter atenção no kit utilizado pois há diferenças no que diz respeito à sua operação e aos limites técnicos.

3.1 Materiais

- Termômetro;
- Kit Romatex para estudo da Lei dos Gases (diâmetro do pistão[1]: $\phi = 34{,}8 \pm 0{,}1$ mm); Kit Hidro Didática (HD) e Kit Conjunto Emília (CIDEPE), ambos já graduados em mililitros, de acordo com as fotos apresentadas na Figura 1.

3.2 Métodos

1. Abrir a válvula e ajustar o pistão para que se tenha o máximo volume. Ajuste até a marcação de aproximadamente 13 cm no Romatex, 50 ml no HD e 17 ml no CIDEPE. **Atenção:** Antes de fechar a válvula verifique se a marcação no cilindro quando o volume é zero corresponde ao zero da escala e **estime a diferença caso não corresponda**.
2. Fechar a válvula e movimentar o pistão até que o manômetro indique a menor pressão possível. **Atenção:** 1) Usar escala graduada em kgf/cm^2 onde 1 kgf = 9,8 N; 2) A primeira marcação da escala do manômetro corresponde a: 0,03 kgf/cm^2 para o kit CIDEPE, 0,02 kgf/cm^2 para o Romatex e 0,01 kgf/cm^2 para o HD; 3) Anote o valor da pressão e do respectivo volume (comprimento no caso do Romatex) como a primeira medida da Tabela 1.
3. Medir a temperatura ambiente.
4. Variar a pressão entre o valor mínimo e 0,5 kgf/cm^2. Anotar os valores correspondentes da posição do pistão, com as incertezas associadas na Tabela 1. Note que a pressão indicada é a **pressão manométrica** (P_{man}), ou seja, a diferença de pressão entre o interior e o exterior do cilindro.

[1]O manual do fabricante indica 30 mm, mas um kit foi aberto e medido com um paquímetro fornecendo a medida indicada.

Figura 1: Fotos dos arranjos experimentais, à esquerda o kit Romatex, à direita o kit da Hidro Didática, e abaixo o kit CIPEDE.

5. **Apenas no caso dos kits HD e CIDEPE**, acrescentar a todas as medidas de volume a quantidade de 9,5 mL referente ao volume não considerado pela medida. Esse volume corresponde ao ar presente nas mangueiras e manômetros desses dois kits.

ATENÇÃO: O kit HD não deve receber pressão acima de 0,5 kgf/cm^2!!

4 Resultados e Discussões

1. (2 pontos) Anote no espaço abaixo o valor da temperatura ambiente.

   Temperatura ambiente: $T =$ 26 ± 0,05 °C

   1. ____________

2. (12 pontos) Preencha a Tabela 1 com os valores correspondentes da pressão e posição do pistão, indicando qual a sua medida de posição do pistão. Aguarde até o item 3 para preencher a 5^a e 6^a colunas e até o item 7 para preencher as últimas duas colunas.

   2. ____________

3. (6 pontos) Preencha as colunas 5 e 6 da Tabela 1 com o inverso dos valores de h (ou V), suas incertezas propagadas e suas respectivas unidades. Demonstre abaixo como a incerteza foi obtida.

P_{man} (kgf/cm^2)	$\sigma_{P_{\text{man}}}$ (kgf/cm^2)	h (cm) ou V (ml) V (mL)	σ_h (cm) ou σ_V (ml) σV (mL)	$1/h$ mL^{-1}	$\sigma_{1/h}$ mL^{-1}	$P_{tot} \cdot V$ (Joule)	$\sigma_{P_{tot} \cdot V}$ (Joule)
0	0,005	17	0,5	0,0588	0,0017	1,71	0,051
0,02	0,005	16	0,5	0,0625	0,0019	1,65	0,052
0,08	0,005	15	0,5	0,0667	0,0022	1,63	0,051
0,13	0,005	14	0,5	0,0714	0,0026	1,68	0,050
0,18	0,005	13	0,5	0,0769	0,0030	1,68	0,049
0,24	0,005	12	0,5	0,0833	0,0035	1,66	0,048
0,31	0,005	11	0,5	0,0909	0,0041	1,68	0,048
0,37	0,005	10	0,5	0,1	0,0050	1,67	0,049
0,44	0,005	9	0,5	0,1111	0,0062	1,66	0,049

Tabela 1: Dados experimentais coletados do kit didático. **Atenção:** Nos kits HD a pressão não devem passar de $P_{man} = 0{,}5$ kgf/cm^2

$\sigma_{1/v}$: A incerteza de $\frac{1}{v}$ pode ser calculada usando a fórmula de propagação de incerteza para uma função $g(v) = \frac{1}{v}$: $\sigma_{1/v} = \left|\frac{d(\frac{1}{v})}{dv}\right| \sigma_v = \frac{\sigma_v}{v^2}$

Para a 2ª linha, temos: $\sigma_{1/v} = \frac{\sigma_v}{v^2} = \frac{0{,}5}{17^2} = \frac{0{,}5}{289} \cong 0{,}0017 \text{ ml}^{-1}$

3. ______________

4. (20 pontos) No espaço destinado à Figura 2 construa o gráfico linearizado de P_{man} pelo inverso de h (ou V), deixando algum espaço para valores negativos do eixo correspondente à pressão.

4. ______________

5. (10 pontos) Ajuste uma reta aos pontos do gráfico na Figura 2 usando o método dos mínimos quadrados e determine os seus coeficientes angular e linear com as suas respectivas incertezas. Explicite os cálculos no espaço abaixo.

Coeficiente Angular $\rightarrow M = \frac{N\sum(x_i y_i) - \sum x_i \sum y_i}{N\sum(x_i^2) - (\sum x_i)^2}$

Coeficiente Linear $\rightarrow B = \sum y_i \sum(x_i^2) - \sum x_i \sum$

Incerteza C angular $= \sigma_m = \sqrt{\frac{N}{N\sum(x_i^2) - (\sum x_i)^2}}$

Incerteza C linear $= \sigma_B = \sqrt{\frac{\sum(x_i^2)}{N\sum(x_i^2) - (\sum x_i)^2}}$

Os coeficientes foram obtidos utilizando implementação das equações no seguinte codigo:

Coeficiente Angular (m): -0.056
Coeficiente Linear (b): 0.93
Incerteza do Coeficiente Angular (σ_m): 0.0021

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import linregress

# Dados
volume = np.array([17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10, 9])
pressao = np.array([0, 0.02, 0.08, 0.13, 0.18, 0.24, 0.31, 0.37, 0.44])

# Calcular a regressão linear
slope, intercept, r_value, p_value, std_err = linregress(volume,
pressao)
# Coeficientes
print(f"Coeficiente Angular (m): {slope}")
print(f"Coeficiente Linear (b): {intercept}")
print(f"Incerteza do Coeficiente Angular (σ_m): {std_err}")

# Função da linha de regressão
regressao = slope * volume + intercept

# Plotar o gráfico
plt.scatter(volume, pressao, label='Dados Observados', color='blue')
plt.plot(volume, regressao, label='Linha de Regressão', color='red')
plt.xlabel('Volume (ml)')
plt.ylabel('Pressão (kgf/cm²)')
plt.title('Gráfico de Dispersão com Linha de Regressão')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```

5. ______________

6. (5 pontos) A partir dos dados de pressão obtidos com o gráfico da Figura 2 como é possível determinar o valor da pressão atmosférica no seu campus? Compare o resultado obtido (incluída a sua incerteza) com os valores de referência da Tabela 2 e argumente sobre a consistência entre eles. Obs.: Considere que os dois *campi* da UFABC situam-se em altitudes entre 700 e 800 metros acima do nível do mar.

A pressão manométrica é a diferença entre as
pressões do gás e atmosférica (Pman = Pgas - Patm), podemos interpretar que:
Pman = (n*R*T)*1/v - Patm

nRT = coeficiente angular
Patm = coeficiente linear

o valor tabelado da pressão atmosferica para a condição de 700 a 800 metros de altura a 26°C encontra-se superior a obtida (0,930kgf/cm²)
isso se deve aos fatores da imprecisão e da consideração das leis aplicaveis apenas a um gás ideal.

6. ______________

7. (5 pontos) Preencha as duas últimas colunas da Tabela 1 com os valores do produto $P_{tot} \cdot V$ e suas incertezas[2], onde P_{tot} é a pressão total calculada somando-se a pressão atmosférica obtida no item anterior aos valores de P_{man} medidos. Escolha uma linha da tabela e demonstre abaixo o cálculo do produto e a dedução de sua incerteza.

Para a 2ª linha do gráfico, temos que P_{tot} e $P_{tot} \cdot V$:

* $P_{tot} = P_{man} + P_{atm} \Rightarrow 0{,}02\ kgf/cm^2 + 1{,}03\ kgf/cm^2 = 1{,}05\ kgf/cm^2$ //
* $P_{tot} \cdot V = 102969{,}825 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-5} = 1{,}647\ J$ //

Incerteza de $P_{tot} \cdot V$:

$$\sigma_{P_{tot} \cdot V} = (P_{tot} \cdot V)\sqrt{\left(\frac{\sigma_{P_{tot}}}{P_{tot}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2}$$

$$\sigma_{P_{tot} \cdot V} = 1{,}64752 \cdot 10^{-2}\ J \sqrt{\left(\frac{490\ Pa}{102970\ Pa}\right)^2 + \left(\frac{0{,}5 \cdot 10^{-6}\ m^3}{16 \cdot 10^{-6}\ m^3}\right)^2} = 0.0521\ J$$ //

* $1\ atm \cong 1{,}033\ kgf/cm^2$

kgf/cm²		Pa
1	—	98066,5
1,05	—	x

* $x = 102969{,}825\ Pa$

mL		m³
1	—	10^{-6}
16	—	x

* $x = 1{,}6 \cdot 10^{-5}\ m^3$

7. ______________

8. (20 pontos) No espaço reservado à Figura 3, faça o gráfico de $P_{tot} \cdot V$ por h (ou V). Justifique se o produto $P_{tot} \cdot V$ pode ou não ser considerado constante.

[2] Use Joules (J) como unidade de $P_{tot} \cdot V$ para essa e para as demais questões.

8. ____________

9. (10 pontos) Estime o valor da constante $P_{\text{tot}} \cdot V$, e de sua incerteza, calculando a média dos valores no gráfico. Demonstre abaixo os cálculos para a obtenção da reta.

9. ____________

10. (5 pontos) Determine o número de mols de ar que foi utilizado dentro do cilindro neste experimento, considerando-se o ar como um gás ideal. Dica: Calcule o valor a partir do máximo volume, quando $P_{\text{man}} = 0$ kgf/cm^2 e utilizando o valor da constante universal dos gases $R = 8{,}371$ J/(mol·K) e a pressão atmosférica obtida do ajuste. Não esqueça da incerteza e explicite os cálculos.

10. ____________

11. (5 pontos) A partir do resultado do item anterior e do valor da constante estimada, determine o valor da constante universal dos gases nas unidades do SI. Compare com o valor $R = 8{,}371$ J/(mol·K) e, à luz da incerteza do valor calculado, argumente sobre a consistência entre eles.

11. ______________

	22 °C	24 °C	26 °C	28 °C	30 °C
700 m	0,9537	0,9543	0,9549	0,9555	0,9561
800 m	0,9429	0,9436	0,9443	0,9450	0,9457
900 m	0,9323	0,9331	0,9338	0,9346	0,9353

Tabela 2: Pressão atmosférica em função da temperatura e da altitude acima do nível do mar. Unidades em kgf/cm^2 [5].

Pontos

Questão	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Total
Pontos:	2	12	6	20	10	5	5	20	10	5	5	100
Notas:												

Referências

[1] H. M. Nussenzveig, Curso de Física Básica - 2, Editora Edgard Blücher (1996).

[2] R. A. Serway, J. W. Jewett Jr., Princípios de Física - Vol. 2, Cengage Learning (2004).

[3] A. A. Campos, E. S. Alves, N. L. Speziali, Fisica Experimental Básica na Universidade, Ed. UFMG (2008).

[4] O. A. M. Helene e V. R. Vanin, Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental - Editora Edgard Blücher, 2^a edição (1991).

[5] A. S. de Oliveira, FUNDAMENTOS DE METEOROLOGIA E CLIMATOLOGIA, Capítulo 8 – NEAS/UFRB - https://www.ufrb.edu.br/neas/documento/category/8-cca-035-meteorologia-e-climatologia-agricola?download=44:cap-8-pratm, último acesso em 03/02/2017

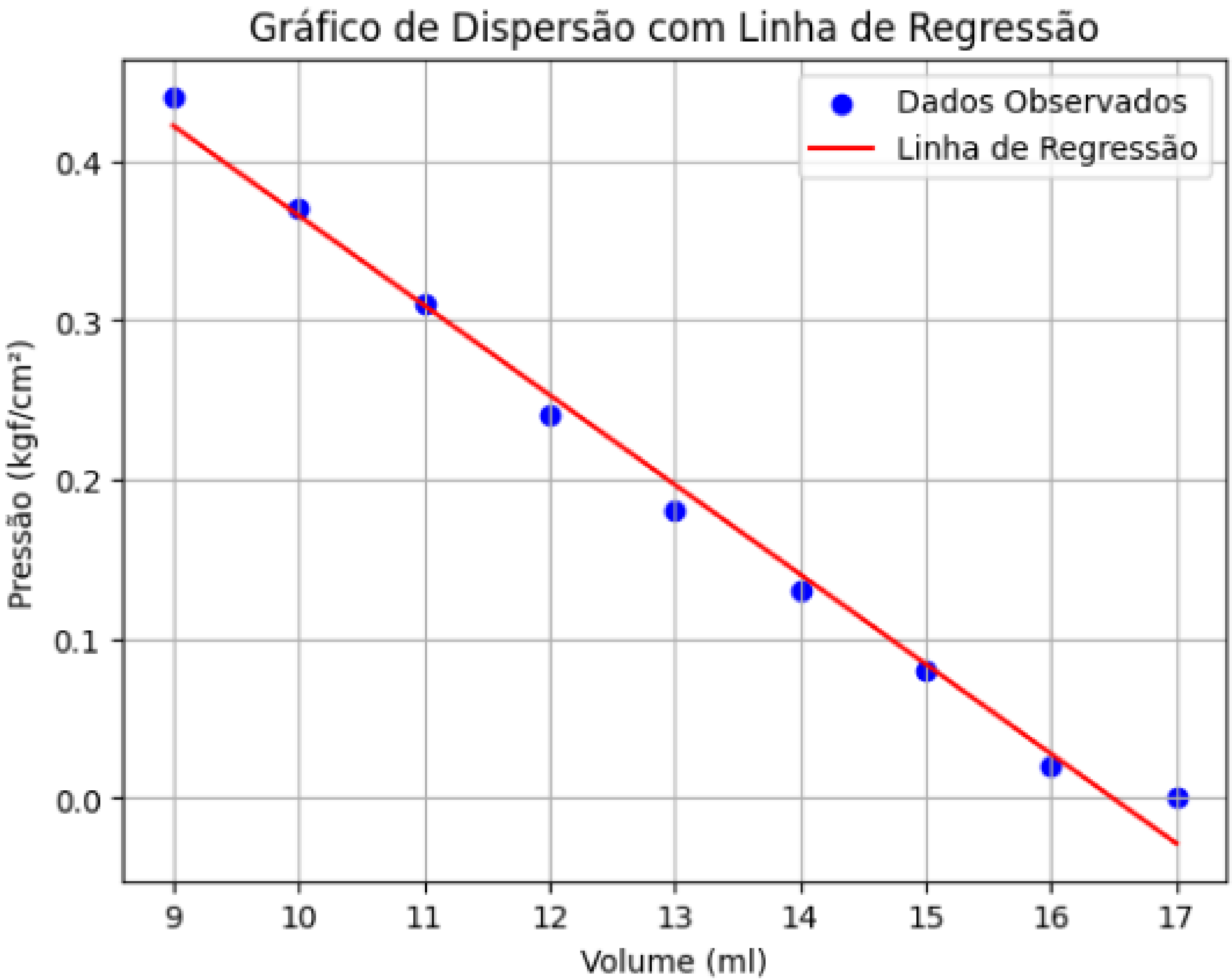
Gráfico de Dispersão com Linha de Regressão
Dados Observados
Linha de Regressão
Pressão (kgf/cm²)
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
9
10
11
12
13
14
15
16
17
Volume (ml)

Figura 2: ____

Figura 3: ____