

Wykład 6



- Zastosowania rekurencji

Waga szalkowa

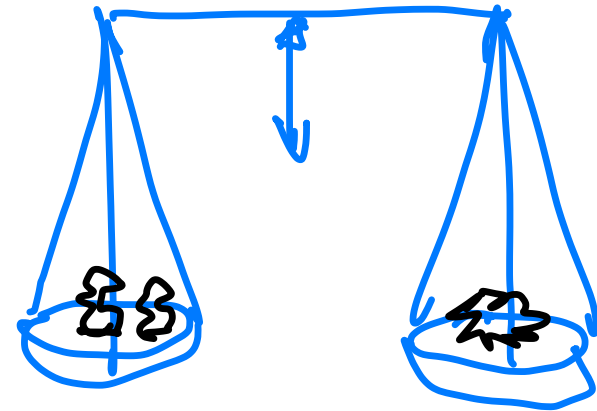
Problem:

Dany jest zestaw odważników. Jakie ciężary można odważyć z użyciem tych odważników?

Przykład: $0, 1, 2, 3, 4, 5, \underline{27}, \underbrace{\dots}_{n=6}$

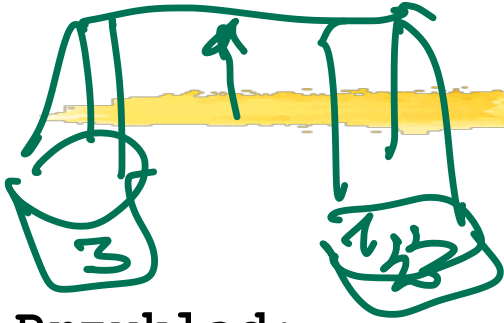
odw = [1, 3, 5, 7, 10, 24], 28, 26

```
def waga1(tab, n):  
    s = 0  
    for i in range(len(tab)-1, -1, -1):  
        if s+tab[i]<=n:  
            s += tab[i]  
        if s==n:  
            return True  
    return False  
#end
```



$2^6 = 64$

Waga szalkowa

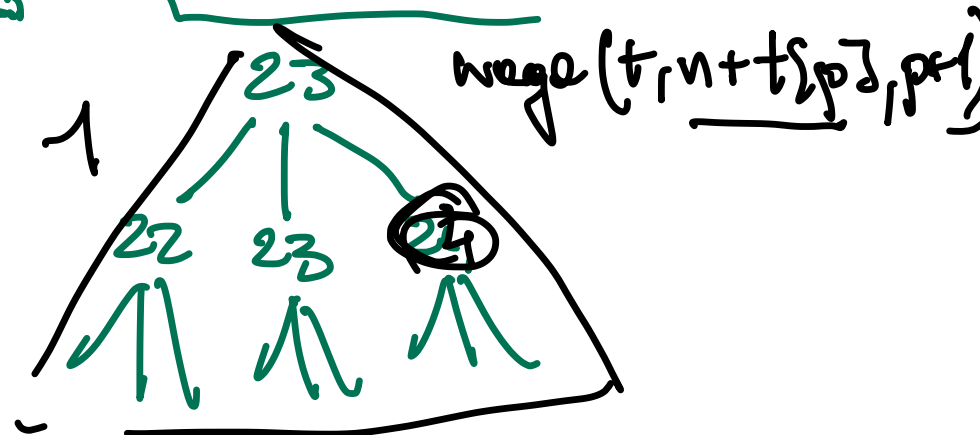
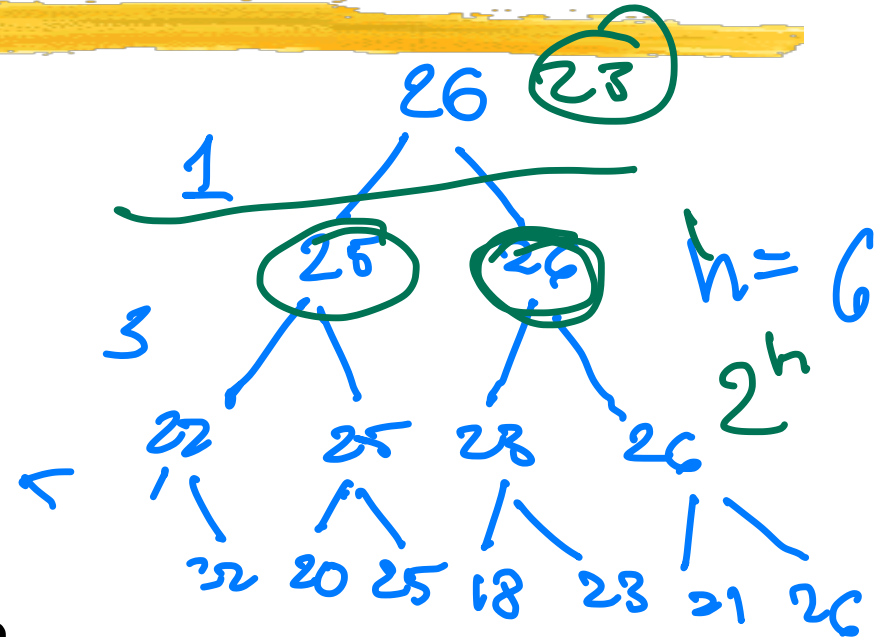


Przykład:

odw = [1, 3, 5, 7, 10, 24] $N \geq 6$

```
def waga(t, n, p=0):  $\rightarrow$  T/F
    if n==0: return True
    if p==len(t): return False
    return waga(t, n-t[p], p+1) or waga(t, n, p+1)
# end def
```

```
for w in range(1, 50):
    print(w, waga(odw, w))
```



odw = [1, 3, 5, 7, 10, 24]

13 [3, 10]

[-1, -10, 24]

Jak otrzymać rozwiązanie?

```
def waga(t, n, p=0, res=[]):
```

```
    if n == 0:
```

```
        print(res)
```

```
        return
```

```
    if p == len(t):
```

```
        return
```

```
    waga(t, n - t[p], p + 1, res + [t[p]])
```

```
    waga(t, n, p + 1, res)
```

```
    waga(t, n + t[p], p + 1, res + [-t[p]])
```

Przykład - pary

Problem:

Dana jest tablica/lista z liczbami naturalnymi.
Należy policzyć ile jest par elementów o określonym iloczynie.

Przykład:

t = [4, 1, 5, 7, 9, 4, 5, 9, 6, 5, 3, 2, 7, 6, 1, 1, 7, 9, 9, 1]

Są 4 pary o iloczynie 24.

Przykład – Licz pary

```
import random
```

```
def generuj(n):  
    return [ random.randint(1,9)) for _ in range(n) ]  
# end def
```

```
def licz_pary(t,s):  
    n = len(t)  
    licz = 0  
    for i in range(n-1):  
        for j in range(i+1,n):  
            if t[i]*t[j]==s:  
                licz = licz+1  
    print("pary",licz)  
# end def
```



if $n \% t[i] == 0$:

```
t = generuj(20)  
licz_pary(t,24)
```

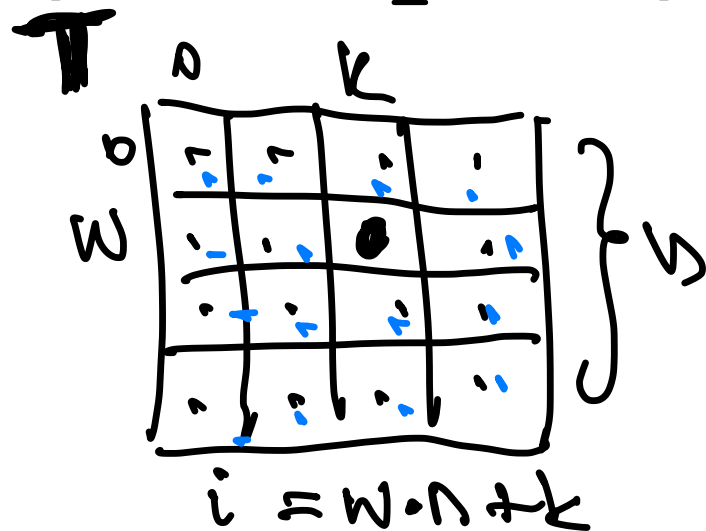
Licz pary w tablicy 2-wymiarowej

N = 100

t = [[randint(1,9) for _ in range(N)] for _ in range(N)]

```

w1 for i in range(N):
w2 for j in range(N):
w3 for k in range(N):
w4 for l in range(N):
    if i!=k or j!=l:
        if t[i][j]*t[k][l]==s:
            licz += 1
    
```



print(licz/2)



```

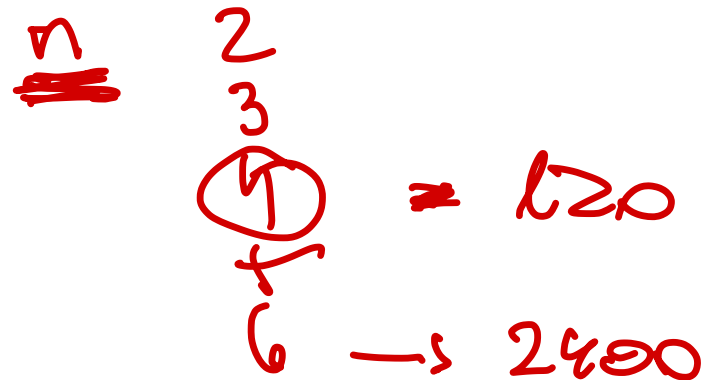
for i in range(0, n*n-1):
    for j in range(i+1, n*n):
        ...
    
```

$w = p // n$
 $k = p \% n$

Przykład – Licz trójki

```
def licz_trojki(t,s):  
    n = len(t)  
    licz = 0  
    for i in range(n):  
        for j in range(i+1,n):  
            for k in range(j+1,n):  
                if l[i]*l[j]*l[k]==s:  
                    licz = licz+1  
    print("trojki",licz)  
# end def
```

```
t = generuj(20)  
licz_trojki(t,24)
```



Przykład – Licz n-ki

```
def licz_nki(t, s, n, p):
```

```
    global licznik
```

```
    if n==1:
```

```
        for i in range(p, len(t)):
```

```
            if t[i]==s: licznik=licznik+1
```

```
    else:
```

```
        for i in range(p, len(t)):
```

```
            if s%t[i]==0: licz_nki(t, s//t[i], n-1, i+1)
```

```
    # end def
```

```
t = generuj(20)
```

```
licznik=0
```

```
licz_nki(t, 24, 4, 0)
```

```
print("nki", licznik)
```

~~range(2,2)~~

$n=1$

$n+1$

$n=2$

n

0

$n=5$ $s=120$ $p=0$



$n=4$ $s=120/2=60$ $p=1$

$n=3$ $s=20$

$p=2$

Wyznacznik z macierzy

1. Jak wyznaczyć ...

$$\det \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = \underline{2 \cdot 1 - 4 \cdot 3} = -10 \quad (-1)^{i+k}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 7 \\ 6 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\det \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

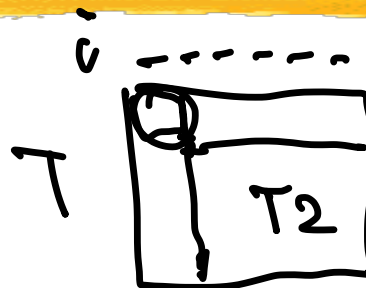
$$\det \begin{vmatrix} a \\ a \end{vmatrix} = a$$

$$n=10, \quad 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \dots$$

$$O(n!)$$

Wyznacznik z macierzy

1. Jak wyznaczyć ...

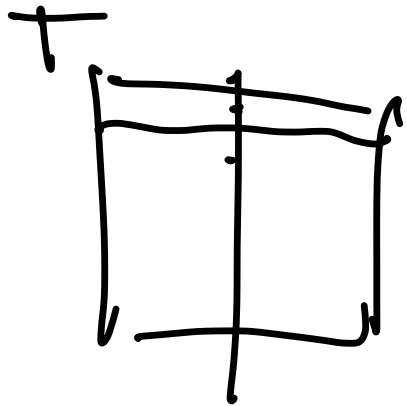
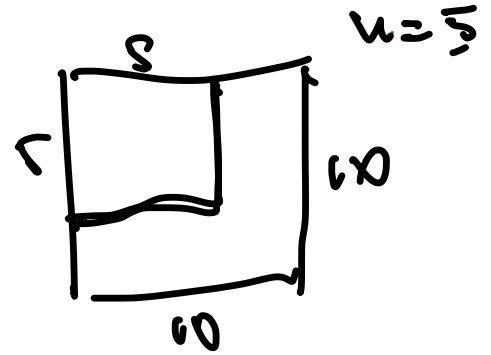


```
def det(T):  
    n = len(T)  
    if n == 1: return T[0][0]  
    S = 0; zn = 1  
    for i in range(n):  
        T2 = make(T, i)  
        S = S + det(T2) * zn * T[0][i]  
        zn = -zn  
    end  
    return S
```

def make(T, i):

$n = \text{len}(T)$

T_2 = [[0 for i in range($n-1$)]
for i in range($n-1$)]



alternativ

$T_2 = T.\text{copy}()$

$T_2.\text{del}(\emptyset)$

Ref

Pytania i zadania



1. Rozwiązać dzisiejsze zadania bez użycia rekurencji.