알고리즘 과제 보고서 4

2022110151 이주연

문제 1. 최소 최대값 동시 찾기 문제

1. Minimum() 함수와 Maximum() 함수를 활용한 최소 최대값 찾기 (출력)

```
1-1 최소 최댓값 찾기 문제
최소값: 11
최대값: 32726
```

수업시간에 배운 Minimum 함수 알고리즘에서 부호를 반대 방향으로 수정해 Maximum 함수를 작성했습니다.

먼저, 배열의 크기를 1000으로 define한 후, srand(time(NULL)을 통해 시드를 초기화한 후, 반복문을 돌려 1~100000 사이의 숫자 중 랜덤으로 1000개를 생성해 A[SIZE] 배열에 담았습니다. (여기서 rand() % 100000 + 1; 라고 표현한 이유는 단순 rand() % 100000을 하면 0부터 값이 나올 수 있기 때문에 이를 방지하고자 +1하여 1부터 숫자가 나올 수 있도록 설정했습니다.)

Minimum함수와 Maximum함수 호출을 통해 최소 최대 값을 각각 구했는데, 기존 Minimum함수가 배열의 0번째 index 값(A[0])을 일단 가장 작은 값이라 가정하고 비교횟수인 1~n-1까지 A[i]값과 min값을 비교해 만약 A[i]값이 min보다 더 작은 경우 A[i]값으로 min값을 업데이트했습니다. 이와 같은 로직으로, Maximum함수 또한 A[0]값을 임의로 max값으로 설정한 후, 반복문을 통해 A[k]값과 max값을 비교해, max보다 A[k]값이 더 큰 경우에 A[k]값으로 max값이 업데이트 되도록 설정했습니다. 각 함수마다 min과 max를 각각 반환돼 이를 출력하고 마무리했습니다.

2. FindMinMax() 함수를 활용한 최소 최댓값 찾기 (출력)

```
1-2 최소 최댓값 동시 찾기 문제(FindMinMax)
최소값: 51
최대값: 32765
```

FindMinMax()함수의 경우에는 배열에서 두 요소를 함께 확인해 최대 최소를 한 함수 내에서 함께 찾을 수 있게끔 설계했습니다. 랜덤 시드를 초기화하고, 1~100000범위내에서 1000개의 랜덤값을 생성한 것은 위와 같지만, FindMinMax 내부 로직은 다릅니다. 일단 FindMinMax내부에서 min과 max변수를 활용하기 위해 메인함수에서 선언해준 뒤, FindMinMax함수 내에서 Minimum과 Maximum값에 쓰레기값이 들어가지 않도록 하기 위해 A[0]으로 설정해주었습니다. 1부터 n-1까지 i번째 값과 i+1번째 값을 비교해 둘 중 더 작은 값은 Smaller에, 더 큰 값은 Larger에 저장한 후, 다음 조건문에서 smaller와 minimum을, 또한 maximum과 larger값을 비교합니다. 기존 최솟값보다 저장된 Smaller값이 더 작은 경우 이

를 Minimum값으로 업데이트하고, 기존 최댓값보다 Larger값이 더 큰 경우 이를 최댓값으로 업데이트해줍니다. i번째와 i+1번째를 비교하기 때문에 i+=2 마다 반복될 수 있도록 설정해주었는데, 만약 n이 홀수 개인 경우에는 마지막 값도 비교하기 위해 A[n-1]과 minimum, A[n-1]과 Maximum을 비교한 후, A[n-1]이 minimum보다 더 작거나, Maximum보다 더 큰 경우 값을 업데이트해줍니다. 이후 이를 최소값과 최대값으로 출력했습니다.

알고리즘 과제 보고서 4

2022110151 이주연

문제 2. 다단계 합병정렬 (테이블 완성 및 총 블록 개수 구하기)

문제 2 (50점)

- 4개의 테이프를 사용해 다단계 합병정렬을 진행했다. 정렬은 총 8단계에 거쳐 진행이 되었다고 할때, 아래 테이블을 완성하고 처음 단계의 총 블록 개수를 구하시오.(보고서에 구하는 과정에 대한 상세한 설명 필요)

F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	...
0	0	1	1	2	4	7	13	24	

로 표현 가능!

t\역단계	7	6	5	4	3	2	1	0
T_0	37	13 F_8	0	7	3	1 F_4	0	1 F_3
T_1	24 F_9	0	13	6	2 F_5	0	1	0 F_2
T_2	0	24	11	4 F_6	0	2	1	0 F_1
T_3	44	20	7 F_7	0	4	2	1 F_3	0

* 4개의 테이프를 이용하므로 (피보나치 수열을 응용하여)

"$F_i = F_{i-1} + F_{i-2} + F_{i-3}$", $i \geq 4$ (테이프 4) 로 표현이 가능하다.

예를 들어, $F_7 = F_6 + F_5 + F_4$ 이다.

– 따라서 이를 활용해 나머지 빈칸도 채우면 (e.g. 역단계4 : $F_6+F_5+F_4$, F_6+F_5, F_6)과 같이 표현할 수 있고, 모든 빈칸을 다 채운 후 처음단계에서 총 블록 개수를 구하면,

37+24+0+44 해서 ∴ 총 105블록이 된다.

F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	...
0	0	1	1	2	4	7	13	24	

t\역단계	7	6	5	4	3	2	1	0
T_0	37 F_9+F_8	13 F_8	0	7 $F_6+F_5+F_4$	3 F_5+F_4	1 F_4	0	1 F_3
T_1	24 F_9	0	13 $F_7+F_6+F_5$	6 F_6+F_5	2 F_5	0	1 $F_3+F_2+F_1$	0 F_2
T_2	0	24 $F_8+F_7+F_6$	11 F_7+F_6	4 F_6	0	2 $F_4+F_3+F_2$	1 F_3+F_2	0 F_1
T_3	44 $F_9+F_8+F_7$	20 F_8+F_7	7 F_7	0	4 $F_5+F_4+F_3$	2 F_4+F_3	1 F_3 F_3	0

알고리즘 과제 보고서 4

2022110151 이주연

문제 3. 알고리즘의 점근적 수행시간 구하기 (빅세타 활용)

1. 수행시간 T(n)을 점화식으로 표현

```
sample(A[ ], n)
{
    if(n=1) return 1;            // 상수 시간이므로 T(1)= Θ(1)
    sum ← 0 ;
    for i ← 1 to n               // 1~n까지 n번 반복하므로 시간복잡도 : Θ(n)
        sum← sum+ A[i];
    tmp← sum+ sample(A, n/3) ;   // A[]배열에 대해 n→n/3로 범위에 재귀호출 하였으므로 T(n/3)
    return tmp;
}
```

$\Rightarrow T(n) = T(\frac{n}{3}) + \Theta(n)$

2. 답을 구하는 과정 풀이

풀이) $T(n) = T(\frac{n}{3}) + \Theta(n)$, $T(1) = \Theta(1)$ (주어짐)

$\boxed{* \; T(\frac{n}{3}) = T(\frac{n}{3^2}) + \Theta(\frac{n}{3})}$

n 대신 $\frac{n}{3}$ 대입 시

$= \boxed{T(\frac{n}{3^2}) + \Theta(\frac{n}{3})} + \Theta(n)$

$* \; T(\frac{n}{3^2}) = T(\frac{n}{3^3}) + \Theta(\frac{n}{3^2})$

$= T(\frac{n}{3^3}) + \Theta(\frac{n}{3^2}) + \Theta(\frac{n}{3}) + \Theta(n)$

$\vdots$

$= T(\frac{n}{3^i}) + \Theta(\frac{n}{3^{i-1}}) + \Theta(\frac{n}{3^{i-2}}) + \cdots \Theta(n)$ ($\Theta(n) = \frac{n}{3^0}$)

$= T(\frac{n}{3^i}) + \Theta(\sum_{k=0}^{i-1} \frac{n}{3^k})$ $\quad \frac{n}{3^0} \sim \frac{n}{3^{i-1}}$

$= T(\frac{n}{3^i}) + \Theta(n \times \sum_{k=0}^{i-1} \frac{1}{3^k})$ 등비수열의 합 공식 이용 $\boxed{* \sum_{k=0}^{x-1} r^k = \frac{1-r^x}{1-r}}$

$= T(\frac{n}{3^i}) + \Theta(n \times \frac{1-(\frac{1}{3})^i}{1-(\frac{1}{3})})$, $i = \log_3 n$ (이라고 한다면)

$= T(1) + \Theta(n \times \frac{1-(\frac{1}{3})^{\log_3 n}}{1-(\frac{1}{3})})$

$\boxed{* \; T(1) = \Theta(1) = 1}$

$= \boxed{\Theta(1) = 1} + \Theta(n \times \frac{1-(\frac{1}{n})}{\frac{2}{3}})$

$= 1 + \Theta(\frac{n-1}{\frac{2}{3}})$

$= 1 + \Theta(\frac{3}{2}(n-1)) = \Theta(n)$ (* 상수는 무시할.. 결론적으로 n만 남게된다)

$\therefore \boxed{T(n) = \Theta(n)}$

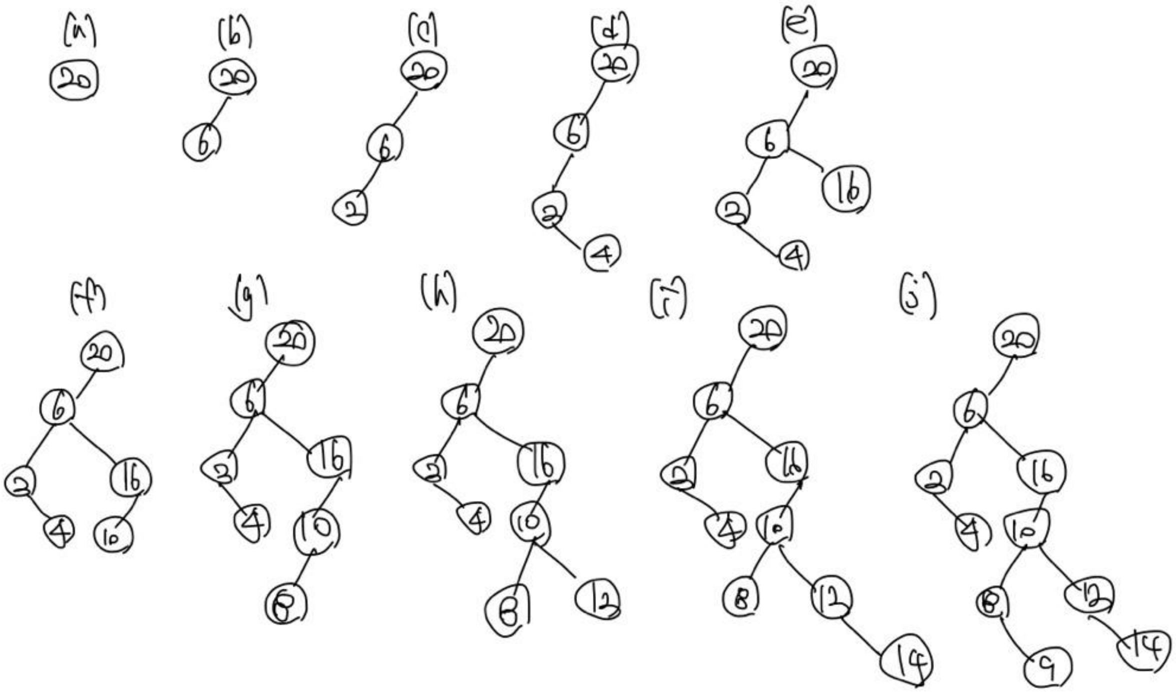
알고리즘 과제 보고서 4

2022110151 이주연

문제 4. 이진탐색트리 그리기 (T1 생성, T6 삭제한 후 모습)

1. **트리 T1 생성하는 과정 그리기**

20, 6, 2, 4, 16, 10, 8, 12, 14, 9

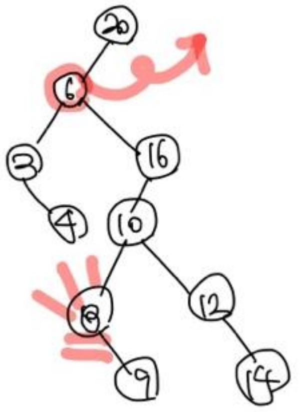


루트 노드를 먼저 넣은 후, 현재 노드의 값과 새로 삽입하려는 값을 비교해, 만약 삽입하려는 값이 더 작은 경우 왼쪽 서브 트리로, 더 큰 경우 오른쪽 서브 트리에 값을 넣도록 하였습니다. NULL위치를 찾을 때까지 (자식노드가 더 이상 없는 경우가 나올 때까지) 위와 같은 방법으로 계속 이동해 그 값을 삽입할 수 있도록 그렸습니다. (트리구조로 데이터를 빠르게 탐색할 수 있도록 하는 이진탐색 트리의 기본 규칙을 생각했을 때, 왼쪽 서브트리에는 현재 노드보다 작은 값들이, 오른쪽 서브트리에는 현재 노드보다 큰 값들이 있어야 하기 때문에 이와 같이 그렸습니다.)

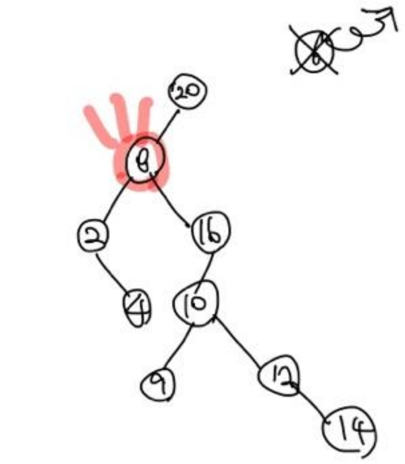
알고리즘 과제 보고서 4

2022110151 이주연

2. 생성된 T1에서 6을 삭제한 후의 모습 그리기



(a) 생성된 T1 모습



(b) 6을 삭제한 후의 모습

6을 삭제할 때 오른쪽 서브 트리에서 가장 작은 값인 8과 교체해주었습니다. 삭제하더라도, 이진탐색트리의 구조(왼쪽 서브트리에는 자신보다 작은 값, 오른쪽 서브트리에는 자신보다 큰 값)를 유지해주어야 하므로 단순히 6을 삭제해주지 않고, 6을 삭제한 후 오른쪽 서브트리에서 가장 작은 값인 8과 교체해주었습니다. 그 후, 8의 자식 노드인 9를 8의 부모노드인 10에 연결해 (b)와 같이 이진탐색트리 구조를 유지한 채 결과가 나오도록 그렸습니다.