알고리즘 06 과제

2022110151 이주연

문제 1. 동전 교환문제 Dynamic Programming Algorithm

(1) 유사코드

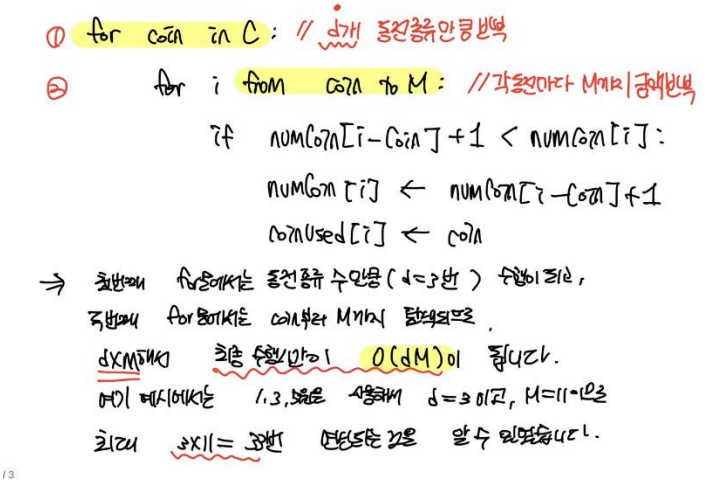
- 입력: M(만들고 싶은 금액 e.g. 11), C(동전 종류 배열 e.g. 1, 3, 5)
- 출력: coinUsed(사용한 동전들), numCoin(사용한 최소 동전 개수)

```
1. dp[0] ← 0            // 0원은 동전 0개로 만들 수 있으니 설정해주기
2. dp[1] ~ dp[M] ← 아주 큰 수 (INF)로 초기화
3. used[0] ~ used[M] ← -1로 초기화 (아직 아무 동전도 안 썼다는 의미)

4. for coin in C:                       // 모든 동전 종류에 대해
       for i from coin to M:            // coin부터 M까지
          //더 적은 동전 개수로 금액을 만들 수 있다면
          if numCoin[i - coin] + 1 < numCoin[i]:
             numCoin[i] ← numCoin[i - coin] + 1 // 더 적은 동전 개수로 업데이트
             coinUsed[i] ← coin          // i원을 만들 때 사용한 동전(coin) 기록

5. i ← M                                // (사용한 동전들 출력하기)
   while i > 0:
       print coinUsed[i]                // i원을 만들 때 쓴 동전 출력
       i ← i - coinUsed[i]              // 해당 동전만큼 금액 줄이고 다음으로 이동
6. print numCoin[M]      // 최소 동전 개수 출력하기
```

(2) 알고리즘의 수행시간 빅오 : O(dM)



알고리즘 06 과제

2022110151 이주연

(3) 프로그램

```
for (i = 0; i < d; i++) {

        int coin = c[i];

         for (j = coin; j <= M; j++) {     // coin ~ M까지

                  if (numCoin[j - coin] + 1 < numCoin[j]) {

                   // 새로운 방법이 기존 방법보다 동전 개수를 덜 쓰는 경우

                           numCoin[j] = numCoin[j - coin] + 1;

                           coinUsed[j] = coin;

            }

        }
```

(4) 출력값 : 사용한 최소 동전 개수 3개 (사용한 동전은 5원 3원 3원)

```
2022110151 이주연 - 알고리즘 과제(동전 교환 최소 개수)

11원을 만들기 위해 사용할 동전(들) c = [ 1원 3원 5원 ]

실제 사용한 동전들 (usedCoin): 5원 3원 3원
사용한 최소 동전 개수 (numCoin): 3개
```

(5) 설명

작은 문제부터 해결하며 그 결과를 저장하고 재활용해, 결국 큰 문제를 해결할 수 있도록 하는 bottom-up (dynamic programming) 특성을 활용했습니다.

M=11원을 만들기 위해, 주어진 1,3,5원으로, 1원을 만드는 것부터 시작해서 2원, ..., M-1원을 만들어 보고 이때 사용한 동전 개수를 기록해, 만약 동전 개수를 덜 썼다면 덜 쓴 동전 개수로 값이 업데이트 되도록, 따라서 최종적으로 최소한으로 동전을 쓴 경우가 도출되도록 구현했습니다.

M: 만들고자 하는 목표 금액, c[] : 사용 가능한 동전들의 종류(1, 3, 5원), coin: coins[]배열에서 꺼내 현재 사용중인 동전 (e.g. 1이면 1, 3이면 3,5이면 5), numCoin[i] : i를 만들기 위해 사용한 최소 동전 개수(e.g. 2원 만들기 위해 동전 개수 2개 사용)를 의미합니다.

핵심 코드는 (3) 사진과 같습니다. 1,3,5 세 번 동안 루프를 도는데, 예를 들어 coin=1이면 1원짜리를 기준으로 1원부터 11(=M)원까지 만들 수 있는 경우를 모두 검사하고, coin=3이면 3원짜리를 기준으로 기존 만든 경우와 비교해 3원부터

알고리즘 06 과제

2022110151 이주연

11(=M)원까지 만들 수 있는 경우를 검사하고 (이때 동전 개수를 덜 사용했으면 덜 사용한 개수로 값을 업데이트), coin=5이면 5원짜리를 기준으로 기존에 만든 경우와 비교해 5원부터 11(=M)원까지 만들 수 있는 경우를 검사합니다 (이때도, 동전 개수를 덜 사용했으면 그 개수로 값을 업데이트). 그리고 이때 검사하는 코드 부분이 바로 coin~M까지 도는 for문(2번째 for문) 내에 if (numCoin[j - coin] + 1 < numCoin[j]) { numCoin[j] = numCoin[j - coin] + 1; coinUsed[j] = coin; }부분입니다. 앞에서 j-coin원을 만든 전적이 있으니 거기서 동전 하나를 더 써 j원을 만든 경우(새로운 방법)와 지금까지 알고 있던 j원 만드는 방법(기존 방법)을 이용해 둘 중 어느 방법이 더 적은 동전 개수로 만들 수 있는지 비교하고, 동전 개수를 덜 쓴 경우로 동전 개수를 업데이트해 최종 결과가 나타나도록 한 부분입니다. coinUsed는 어떤 코인을 썼는지 알아보기 위해 만든 배열입니다.

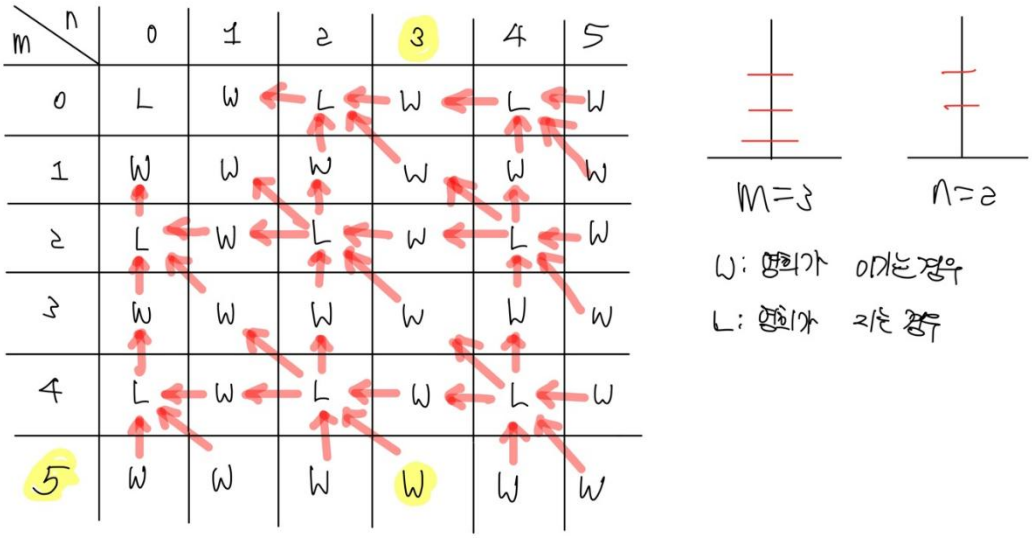
알고리즘 06 과제

2022110151 이주연

문제 2. 돌 문제

(1) 게임을 누가 먼저 시작하는지가 게임의 승패를 좌우하나요? (5점)
네. 누가 먼저 시작하는지가 게임의 승패를 좌우합니다. m개와 n개의 돌이 두 상자에 있는 상태에서 영희와 철수가 번갈아 돌을 가져가기 때문에 현재 상태(m,n)가 이기는 자리(Win)인지 지는 자리(L)인지에 따라 먼저 돌을 가져가는 영희가 이길 수도 있고, 후에 돌을 가져가는 철수가 이길 수 있기 때문입니다.

(2) Dynamic programming 을 사용하여 1~5 범위내의 m 과 n 에 대해서 이기는 전략 테이블을 이용 만들어 보시오. 예를 들어, m=5, n=3일 때 영희와 철수 중 누가 이길지 테이블을 보고 알 수 있어야 합니다. 힌트. 영희가 이길 때는 테이블에 W 를 적고 영희가 질때는 테이블에 L 를 적으시오. (20점)



현재 상태(i,j)의 승패가 이전 상태들의 결과를 참고해서 결정되었음을 보여주기 위해 화살표로 관계를 표현했습니다! (dynamic programming은 이전에 계산한 결과를 저장해두고 재사용하는 방식으로 다음 값을 빠르게 구할 수 있도록 하므로 이를 바탕으로 테이블과 화살표로 관계를 표현했습니다)

알고리즘 06 과제

2022110151 이주연

(3) 유사 코드

```
Rocks(m, n):      // m 과 n은 돌 개수
    R[0][0] <- L    // 돌이 아예 없으면 진 것 (lose)

    for i = 1 to m:    // 왼쪽(i) 상자에만 돌 있을 때 승패(W/L) 계산하기
        if R[i-1][0] == W:      // 상대(철수)가 이기면 영희는 진 것
            R[i][0] <- L
        else:
            R[i][0] <- W

    for j = 1 to n:    //오른쪽(j) 상자에만 돌 있을 때 승패 계산
        if R[0][j-1] == W:    // 방식은 위와 동일
            R[0][j] <- L
        else:
            R[0][j] <- W

    // 두 상자에 모두 돌이 있는 경우
    for i = 1 to m:
        for j = 1 to n:
          // R[i-1][j]: 왼쪽에서 돌 하나 뺀 것
          // R[i][j-1]: 오른쪽에서 하나 돌 뺀 것
          // R[i-1][j-1: 양쪽에서 하나씩 뺀 것    이 셋 전부 철수가 이기면 영희는 짐
            if R[i-1][j-1] == W and R[i-1][j] == W and R[i][j-1] == W:
                R[i][j] <- L
            else:  // 반대로 하나라도 이긴다면 영희 WIN
                R[i][j] <- W
```

알고리즘 06 과제

2022110151 이주연

(4) 프로그램 m=10, n=7일 때 승자 출력 : 영희 Win!

```
2022110151 이주연- 알고리즘 과제(돌 꺼내기 승패)

When m = 10, n = 7
=> 영희 Win!

--- WIn/lose checking table(R[m][n]) ---
m\n |  0  1  2  3  4  5  6  7
----|-----------------------
  0 |  L  W  L  W  L  W  L  W
  1 |  W  W  W  W  W  W  W  W
  2 |  L  W  L  W  L  W  L  W
  3 |  W  W  W  W  W  W  W  W
  4 |  L  W  L  W  L  W  L  W
  5 |  W  W  W  W  W  W  W  W
  6 |  L  W  L  W  L  W  L  W
  7 |  W  W  W  W  W  W  W  W
  8 |  L  W  L  W  L  W  L  W
  9 |  W  W  W  W  W  W  W  W
 10 |  L  W  L  W  L  W  L  W
```

```
R[0][0] = 'L'; // 돌이 아예 없으면 이길 수 없으니-> Lose

// 1) 왼쪽 상자만 돌 있는 경우 이전전 상태에 따라 승패가 결정되므로
for (i = 1; i <= m; i++) {
    if (R[i-1][0] == 'W') { // 만약 상대방이 이길 수 있는 곳이라면
        R[i][0] = 'L';      // 영희는 Lose
    } else {
        R[i][0] = 'W';      //반대의 경우 상대가 졌던 상태라면 영희는 Win
    }
}

// 2) 오른쪽 상자에만 돌 있는 경우
for (j = 1; j <= n; j++) {  // 위 방식과 비슷한 로직
    if (R[0][j-1] == 'W') {
        R[0][j] = 'L';
    } else {
        R[0][j] = 'W';
    }
}

// 3) 양쪽 모두 돌이 경우
for (i = 1; i <= m; i++) {
    for (j = 1; j <= n; j++) {
        // R[i-1][j]: 왼쪽에서 돌 하나 꺼냈을 때
        // R[i][j-1]: 오른쪽에서 하나 돌 하나 꺼냈을 때
        // R[i-1][j-1]: 양쪽에서 하나씩 꺼냈을 때
        // 이 세가지 경우 모두 철수가 이기게 된다면
        // 어떤 방법으로 돌을 꺼내든 상대가 이기기 때문에 영희는 짐 (Lose)
        if (R[i-1][j-1] == 'W' && R[i-1][j] == 'W' && R[i][j-1] == 'W') {
            R[i][j] = 'L';
        } else {  // 반대로 철수가 돌 꺼낸 후 한 경우에라도 Lose가 되면 -> 영희는
            R[i][j] = 'W';
        }
    }
}
```

영희가 먼저 돌을 꺼냈을 때 각 상태 (m, n)에 대한 영희/철수 승패를 계산하는 table을 만들었습니다. 영희와 철수가 돌을 번갈아 돌을 꺼내므로 R[i][j]는 이전 상태인 (i-1, j), (i, j-1), (i-1, j-1) 값을 재활용해 dynamic programming이 적용되도록 구현했습니다. 여기서, R[i][j]는 해당 상태에서 차례인 사람이 이기는지 여부를 의미합니다.