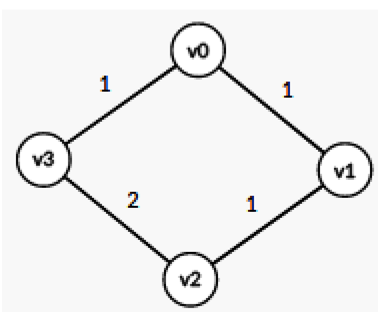
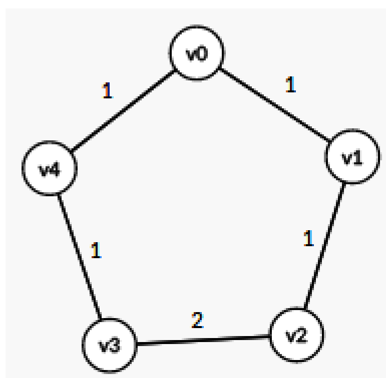
Rapport du devoir maison *2-approximation du routard*

Akpakoun Hugo

La fonction ConstruireGrapheDifficile est dans le fichier RoutardApprox.py. ConstruireGrapheDifficile fonctionne assez bien si la racine de RoutardApprox* est v0.*

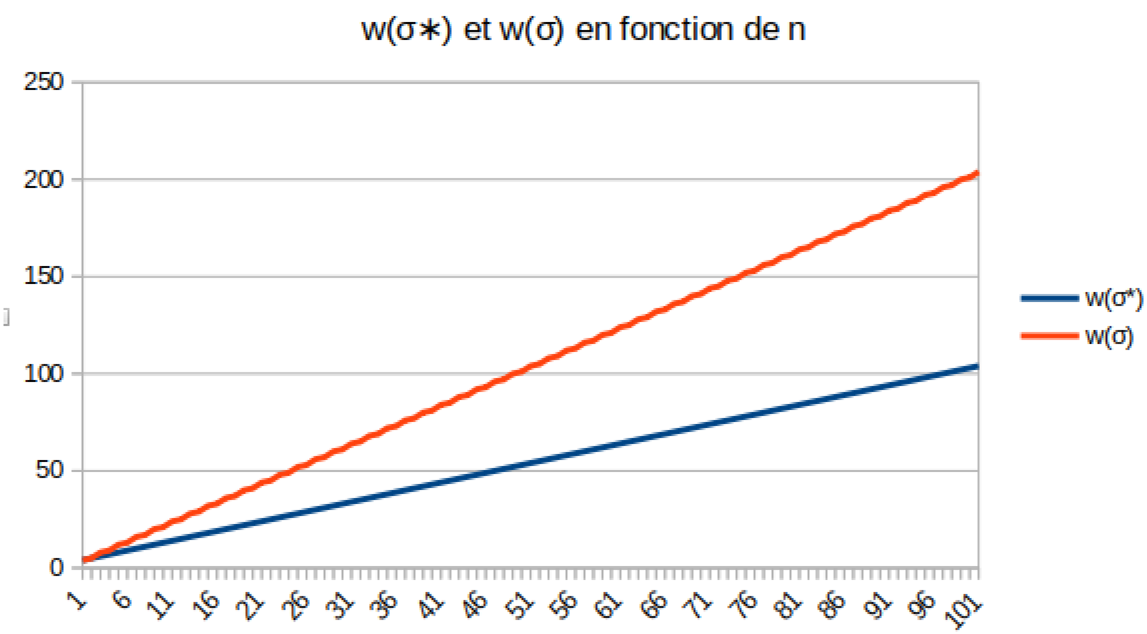
L'idée est de construire un graphe G = (V, E) connexe, non orienté, et dont le poid entre chaque arrête vaut 1 sauf pour une arrête qui a un poid égale à 2. v0 est le sommet racine et {vA,vB} ∈ E est l'arrête de poids 2. Enfin chaque sommet est relié à deux sommets de telle sorte à former un cycle. Tracés de graphes pour n = 4 (vA=v2 ; vB=v3) et n = 5 (vA=v3 ; vB=v2) :





Et si on constituait l'arbre couvrant de ce type de graphe, on obtient un arbre à deux branches. Les deux sommets (vA et vB) à l'extrémité de chaque branches de l'arbre dont la racine est v0 sont normalement relié par une arrête de poid 2 dans le graphe G. Le parcours préfixe de cet arbre fait que la fonction *RoutardApprox* ne parcours pas le plus court chemin entre vA et vB. En effet vB sera le dernier sommet à parcourir. Une fois vA atteint le plus court chemin pour atteindre le prochain sommet est celui qui parcours les sommets déjà visité car la somme des poids de ce chemin est inférieur de 1 par rapport à celui passant par vB. Une fois vB atteint le principe reste le même sauf que le prochain sommet est v0. Ainsi on passe deux fois sur chaque arrêtes de poids 1. Pour n sommets, w (σ∗) = (n - 1

) + 2 = n + 1 tandis que w (σ) = 2 * (n - 1). On observe que n + 1 ≤ 2 * (n - 1) ∀ n ℕ/{0,1,2}. Cela s'explique par la fait que pour créer un cycle il faut au minimum trois sommets.



Enfin, on cherche à expliquer pourquoi w (σ) est proche de 2 · w (σ ∗). Se demander si une fonction est proche d'une autre revient à vérifier si elles sont équivalentes en un point ou à l'infini, a. Autrement dit, si ces deux fonctions f (x) et g (x) vérifient ceci : limite de (f (x) / g (x)) quand x tant vers a = 1. Ici f (x) = 2 * (x + 1), g (x) = 2 * (x - 1) et a = ∞. Lorsqu'on veut trouver lim (f (x) / g (x)) quand x tant vers ∞, on obtient une indétermination (lim = ∞ / ∞). Pour lever l'indétermination on applique la règle de l'Hôpital : f' (x) = 2 et g' (x) = 2. D'où limite de (2 * (x + 1) / 2 * (x - 1)) quand x tant vers l'infini = limite de (2 / 2) quand x tant vers l'infini = 1.

Puisque ces deux fonctions vérifient bien la propriété on peut en conclure qu'elles sont proches l'une de l'autre. Cela explique pourquoi l'algorithme RoutardApprox calcule un cycle σ dont le poids est très grand et proche de 2 · w (σ ∗) sur le graphe construit par la fonction ConstruireGrapheDifficile.