



Modélisation de forme 3D par graphe de Reeb et applications

Julien Tierny

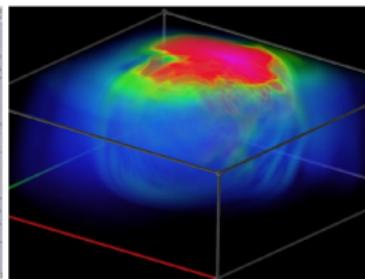
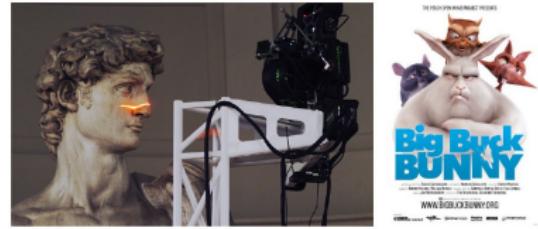
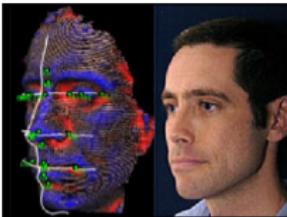
LIFL (UMR USTL/CNRS 8022)
julien.tierny@lifl.fr

Encadrants: Dr. Jean-Philippe Vandeborre, Pr. Mohamed Daoudi

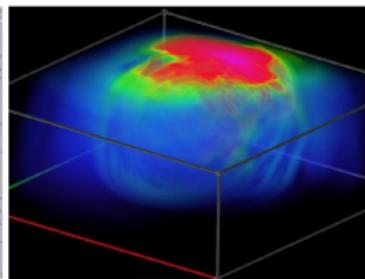
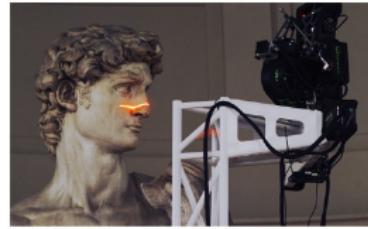
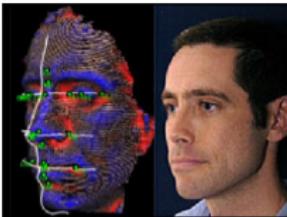
2 Octobre 2008

La 3D ? Pourquoi faire ? !

La 3D ? Pourquoi faire ? !



La 3D ? Pourquoi faire ? !



“3D data big bang”

Forme 3D et maillage de polygones

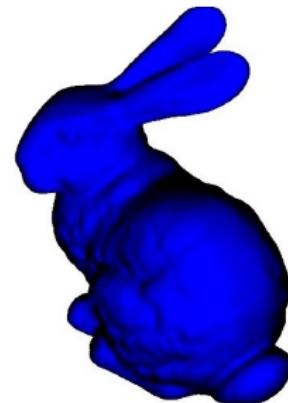
- Représentation informatique de la configuration spatiale d'un objet virtuel ;
- Le maillage de polygone :
 - Représentation **surfacique** ;
 - Approximation linéaire par morceaux ;
 - Ensemble de polygones interconnectés :
 - $M = \{V, E, F\}$
 - **Triangulation** le plus souvent.

Standard de facto

- Rendu interactif ;
- Acquisition et CAO.

Forme 3D et maillage de polygones

- Représentation informatique de la configuration spatiale d'un objet virtuel ;
- Le maillage de polygone :
 - Représentation **surfacique** ;
 - Approximation linéaire par morceaux ;
 - Ensemble de polygones interconnectés :
 - $M = \{V, E, F\}$
 - **Triangulation** le plus souvent.

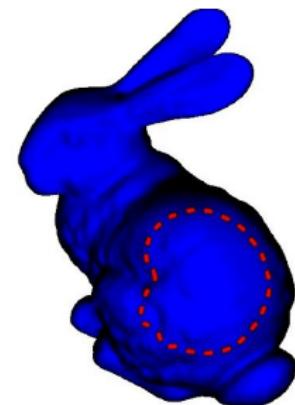


Standard de facto

- Rendu interactif ;
- Acquisition et CAO.

Forme 3D et maillage de polygones

- Représentation informatique de la configuration spatiale d'un objet virtuel ;
- Le maillage de polygone :
 - Représentation **surfacique** ;
 - Approximation linéaire par morceaux ;
 - Ensemble de polygones interconnectés :
 - $M = \{V, E, F\}$
 - **Triangulation** le plus souvent.

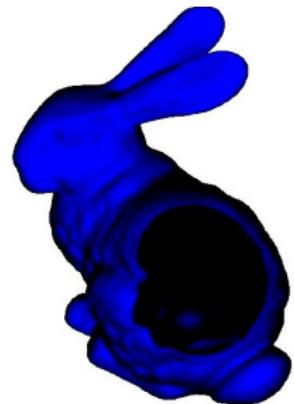


Standard de facto

- Rendu interactif ;
- Acquisition et CAO.

Forme 3D et maillage de polygones

- Représentation informatique de la configuration spatiale d'un objet virtuel ;
- Le maillage de polygone :
 - Représentation **surfacique** ;
 - Approximation linéaire par morceaux ;
 - Ensemble de polygones interconnectés :
 - $M = \{V, E, F\}$
 - **Triangulation** le plus souvent.



Standard de facto

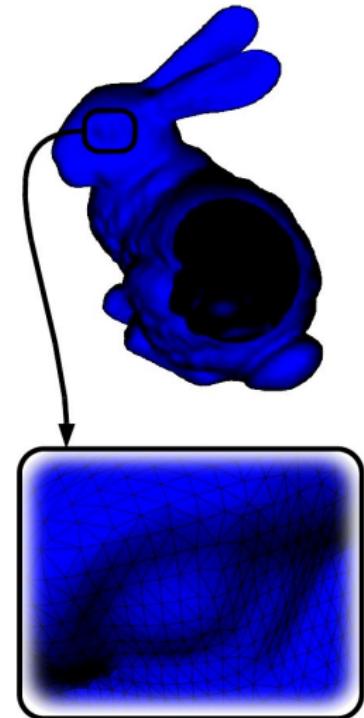
- Rendu interactif ;
- Acquisition et CAO.

Forme 3D et maillage de polygones

- Représentation informatique de la configuration spatiale d'un objet virtuel ;
- Le maillage de polygone :
 - Représentation **surfacique** ;
 - Approximation linéaire par morceaux ;
 - Ensemble de polygones interconnectés :
 - $M = \{V, E, F\}$
 - **Triangulation** le plus souvent.

Standard de facto

- Rendu interactif ;
- Acquisition et CAO.



Problématique des représentations extrinsèques

- Le maillage de polygones est une représentation **extrinsèque**...

Problématique des représentations extrinsèques

- Le maillage de polygones est une représentation **extrinsèque**...



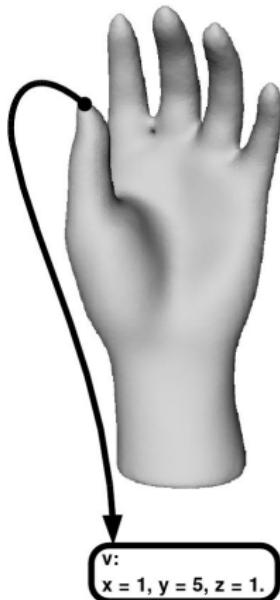
Problématique des représentations extrinsèques

- Le maillage de polygones est une représentation **extrinsèque**...



Problématique des représentations extrinsèques

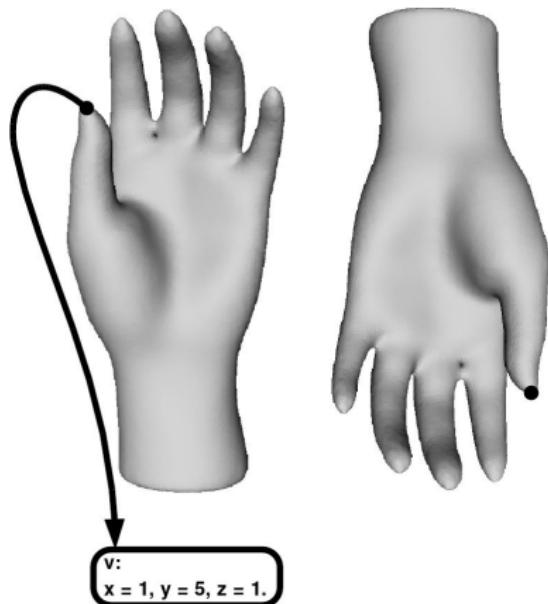
- Le maillage de polygones est une représentation **extrinsèque**...



v:
x = 1, y = 5, z = 1.

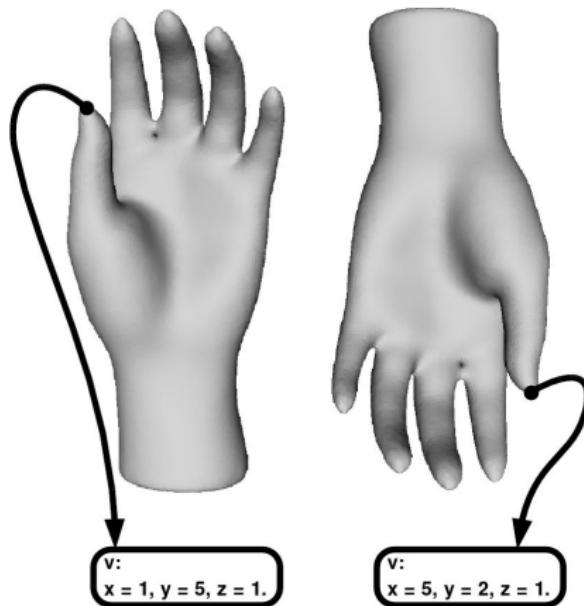
Problématique des représentations extrinsèques

- Le maillage de polygones est une représentation **extrinsèque**...



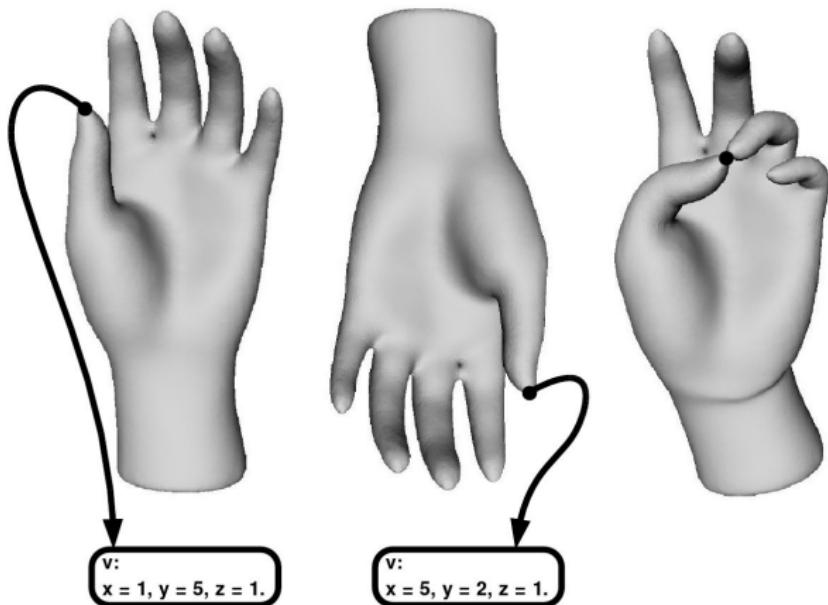
Problématique des représentations extrinsèques

- Le maillage de polygones est une représentation **extrinsèque**...



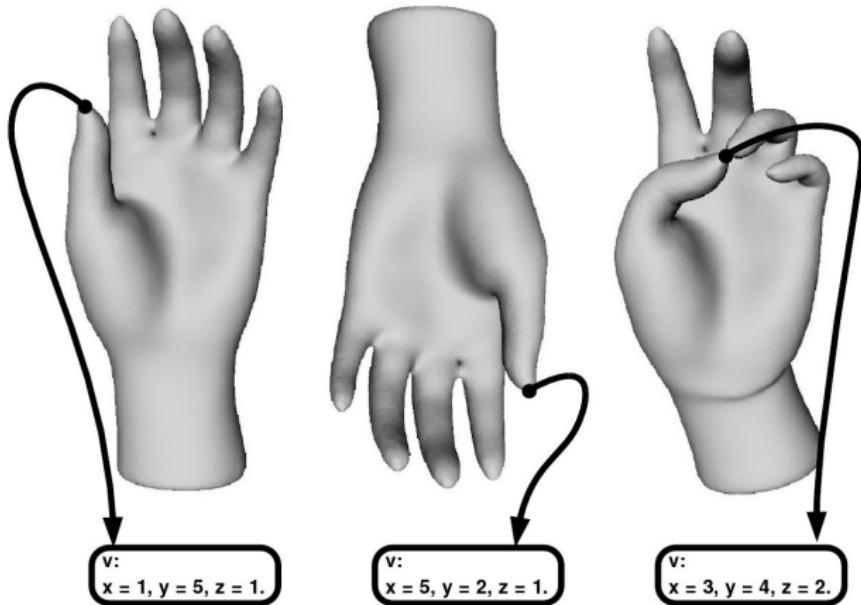
Problématique des représentations extrinsèques

- Le maillage de polygones est une représentation **extrinsèque**...



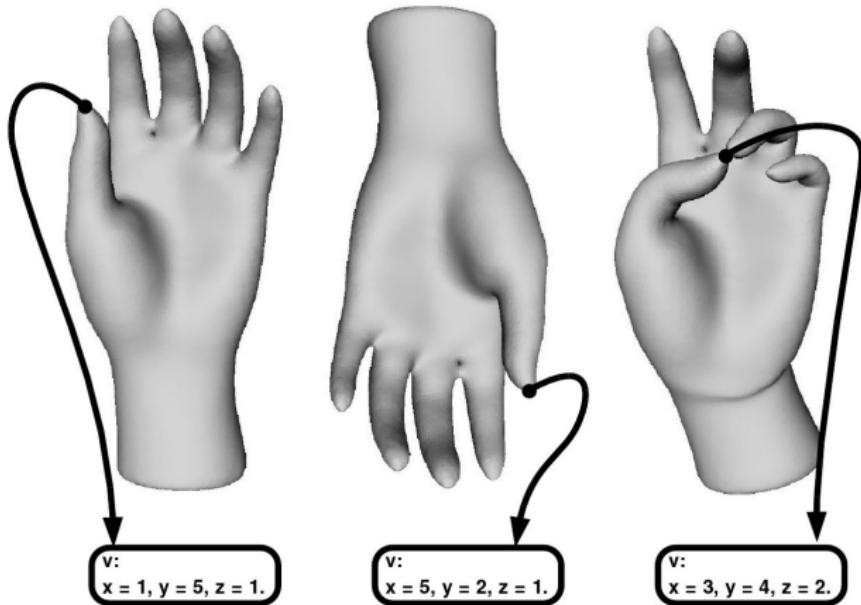
Problématique des représentations extrinsèques

- Le maillage de polygones est une représentation **extrinsèque**...



Problématique des représentations extrinsèques

- Le maillage de polygones est une représentation **extrinsèque**...



- Nécessité de concevoir des techniques de modélisation **intrinsèque** !

Objectifs

- Représentations **intrinsèques** :

- Invariance :
 - Transformations affines ;
 - Transformations quasi-isométriques.
 - Robustesse :
 - Bruit aléatoire ;
 - Variation d'échantillonnage.

- Représentations **symboliques** :

- Abstraction mathématique de forme.

Plan

① Modélisation de forme 3D :

- État de l'art ;
- Contribution : *Squelette topologique avancé*;

② Problèmes connexes :

- Abstraction de forme pour la manipulation interactive ;
- Indexation par similarité partielle ;
- Décomposition fonctionnelle.

Modélisation de forme 3D par graphe de Reeb

IEEE 3DPVT 2006 [TVD06b]

Pacific Graphics 2006 [TVD06a]

Géométrie VS Topologie

- **Géométrie** : mesure des transformations continues ;
- **Topologie** : étude de la configuration d'un espace.

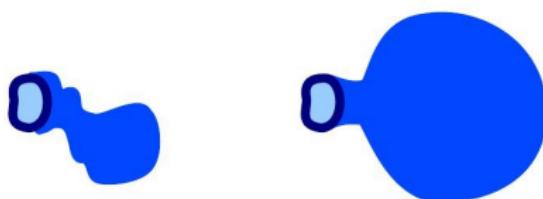
Géométrie VS Topologie

- **Géométrie** : mesure des transformations continues ;
- **Topologie** : étude de la configuration d'un espace.



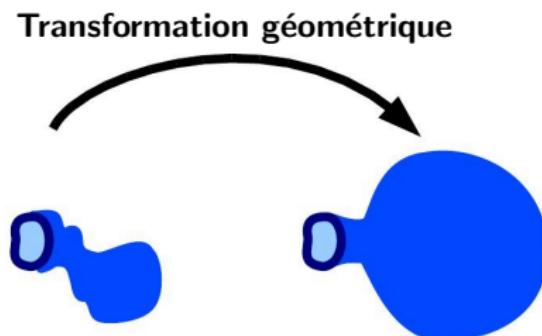
Géométrie VS Topologie

- **Géométrie** : mesure des transformations continues ;
- **Topologie** : étude de la configuration d'un espace.



Géométrie VS Topologie

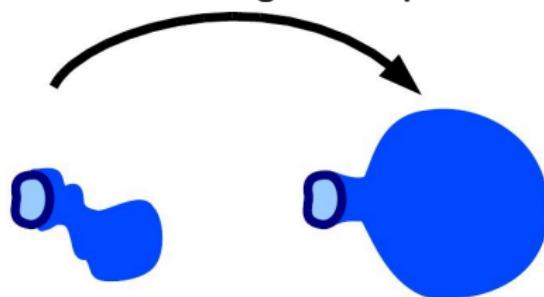
- **Géométrie** : mesure des transformations continues ;
- **Topologie** : étude de la configuration d'un espace.



Géométrie VS Topologie

- **Géométrie** : mesure des transformations continues ;
- **Topologie** : étude de la configuration d'un espace.

Transformation géométrique

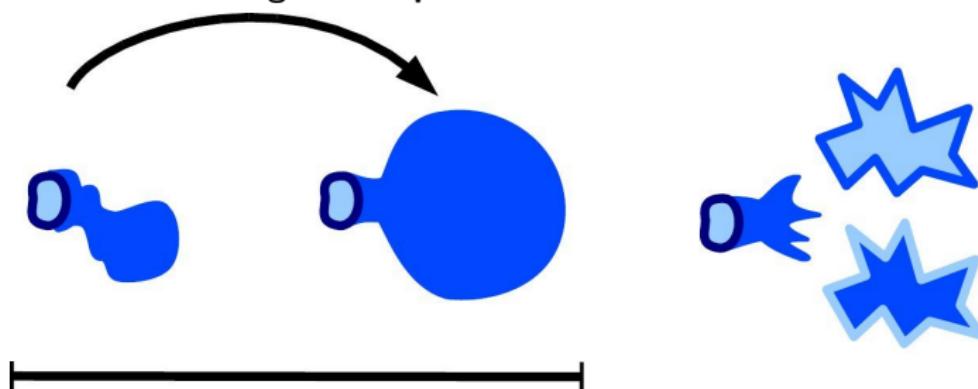


Invariance topologique

Géométrie VS Topologie

- **Géométrie** : mesure des transformations continues ;
- **Topologie** : étude de la configuration d'un espace.

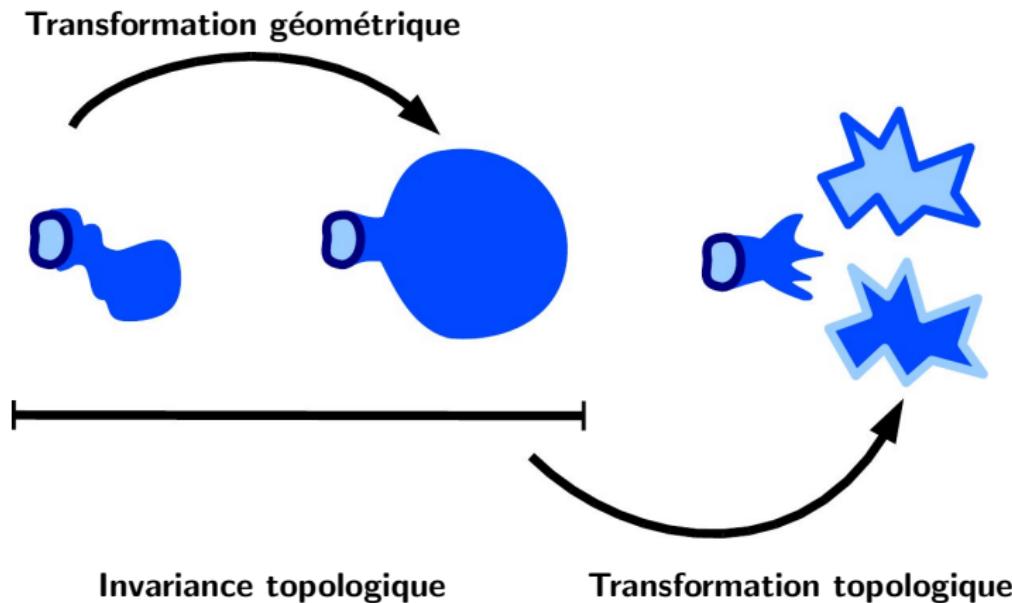
Transformation géométrique



Invariance topologique

Géométrie VS Topologie

- **Géométrie** : mesure des transformations continues ;
- **Topologie** : étude de la configuration d'un espace.



Modélisation géométrique

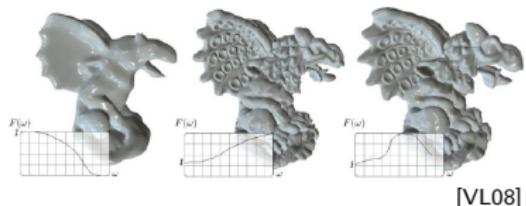
- Modélisation spectrale :
 - **Applications** : filtrage, compression, comparaison, tatouage, etc.
- Modélisation conforme :
 - **Applications** : comparaison, placage de texture ;
- Modélisation Riemannienne :
 - **Applications** : comparaison, édition, morphing, etc.

Modélisation géométrique

- Modélisation spectrale :
 - **Applications** : filtrage, compression, comparaison, tatouage, etc.

- Modélisation conforme :
 - **Applications** : comparaison, placage de texture ;

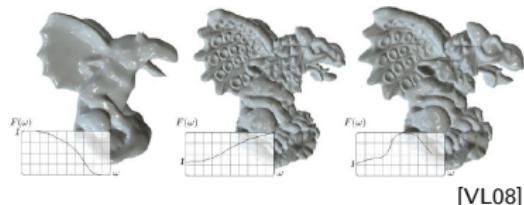
- Modélisation Riemannienne :
 - **Applications** : comparaison, édition, morphing, etc.



Modélisation géométrique

- Modélisation spectrale :

- **Applications** : filtrage, compression, comparaison, tatouage, etc.



[VL08]

- Modélisation conforme :

- **Applications** : comparaison, placage de texture ;



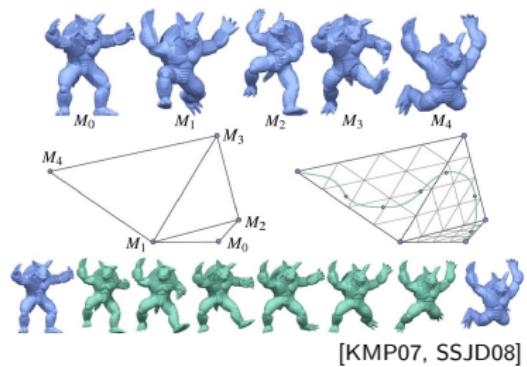
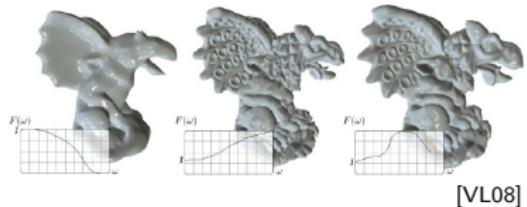
[GY03]

- Modélisation Riemannienne :

- **Applications** : comparaison, édition, morphing, etc.

Modélisation géométrique

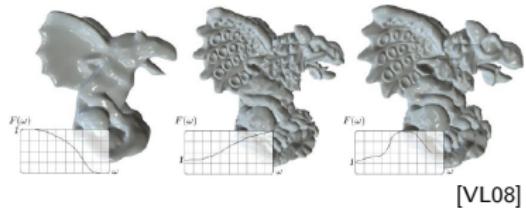
- Modélisation spectrale :
 - **Applications** : filtrage, compression, comparaison, tatouage, etc.
- Modélisation conforme :
 - **Applications** : comparaison, placage de texture ;
- Modélisation Riemannienne :
 - **Applications** : comparaison, édition, morphing, etc.



Modélisation géométrique

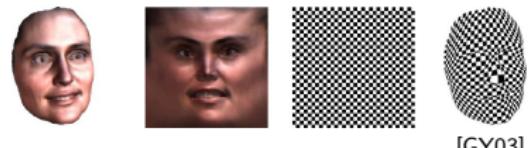
- Modélisation spectrale :

- **Applications** : filtrage, compression, comparaison, tatouage, etc.



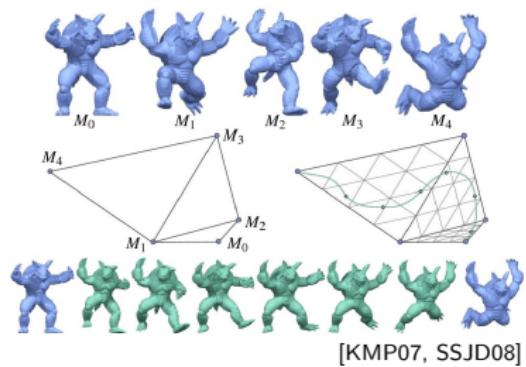
- Modélisation conforme :

- **Applications** : comparaison, placage de texture ;



- Modélisation Riemannienne :

- **Applications** : comparaison, édition, morphing, etc.



- **À topologie constante !**

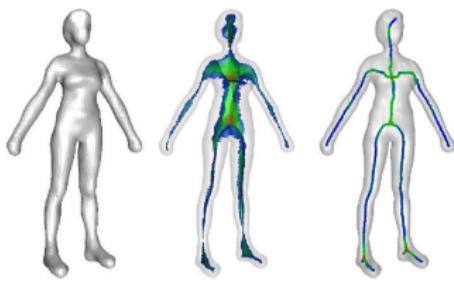
Modélisation topologique

- Squelette courbe :
 - **Applications** : détection de collision, comparaison, édition, etc.
 - Manque de stabilité.
- Segmentation :
 - **Applications** : morphing, édition, comparaison, etc.
 - Choix des critères de découpe.
- **Topologie différentielle** :
 - **Applications** : compression, comparaison, placage de texture, ré-échantillonnage, édition, etc.

Modélisation topologique

- Squelette courbe :

- **Applications** : détection de collision, comparaison, édition, etc.
- Manque de stabilité.



[DJ06]

- Segmentation :

- **Applications** : morphing, édition, comparaison, etc.
- Choix des critères de découpe.

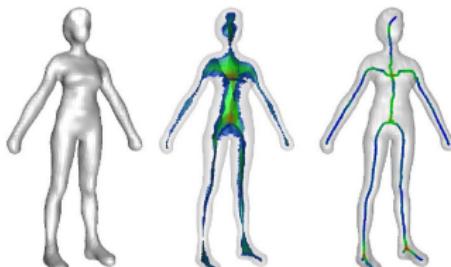
- Topologie différentielle :

- **Applications** : compression, comparaison, placage de texture, ré-échantillonnage, édition, etc.

Modélisation topologique

- Squelette courbe :

- **Applications** : détection de collision, comparaison, édition, etc.
- Manque de stabilité.



[DJ06]

- Segmentation :

- **Applications** : morphing, édition, comparaison, etc.
- Choix des critères de découpe.



[KT03, KLT05, LZ07]

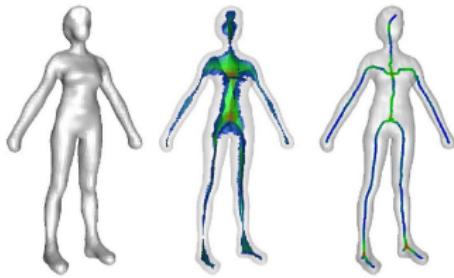
- Topologie différentielle :

- **Applications** : compression, comparaison, placage de texture, ré-échantillonnage, édition, etc.

Modélisation topologique

- Squelette courbe :

- **Applications** : détection de collision, comparaison, édition, etc.
- Manque de stabilité.



[DJ06]

- Segmentation :

- **Applications** : morphing, édition, comparaison, etc.
- Choix des critères de découpe.



[KT03, KLT05, LZ07]

- Topologie différentielle :

- **Applications** : compression, comparaison, placage de texture, ré-échantillonnage, édition, etc.

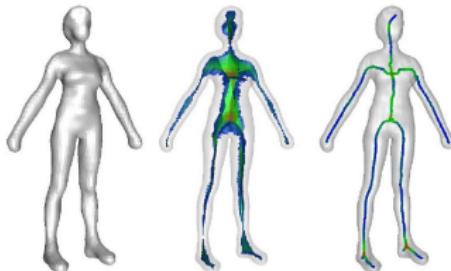


[PSBM07]

Modélisation topologique

- Squelette courbe :

- **Applications** : détection de collision, comparaison, édition, etc.
- Manque de stabilité.



[DJ06]

- Segmentation :

- **Applications** : morphing, édition, comparaison, etc.
- Choix des critères de découpe.



[KT03, KLT05, LZ07]

- Topologie différentielle :

- **Applications** : compression, comparaison, placage de texture, ré-échantillonnage, édition, etc.
- **Caractérisation exacte.**



[PSBM07]

Pourquoi la topologie différentielle ?

- Modélisation topologique :
 - Contrôle de la topologie ;
 - Édition de la topologie ;
 - Structure : information de haut niveau.
- La topologie différentielle :
 - Théorie de Morse [Mor25, Ban67] :
 - Cadre théorique éprouvé (dimension arbitraire) ;
 - Formulation explicite des invariances ;
 - Caractérisation exacte de la topologie.
 - Graphe de Reeb [Ree46] :
 - Abstraction des problèmes géométriques en problèmes sur les graphes ;
 - Structure **globale et fine** ;
 - Abstraction symbolique de la structure.

Pourquoi la topologie différentielle ?

- Modélisation topologique :
 - Contrôle de la topologie ;
 - Édition de la topologie ;
 - Structure : information de haut niveau.



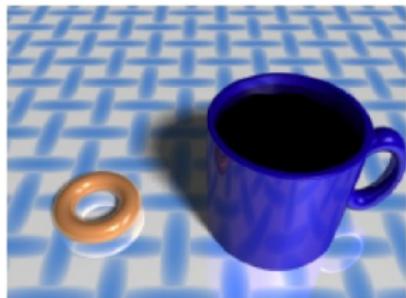
- La topologie différentielle :
 - Théorie de Morse [Mor25, Ban67] :
 - Cadre théorique éprouvé (dimension arbitraire) ;
 - Formulation explicite des invariances ;
 - Caractérisation exacte de la topologie.

?

- Graphe de Reeb [Ree46] :
 - Abstraction des problèmes géométriques en problèmes sur les graphes ;
 - Structure **globale** et **fine** ;
 - Abstraction symbolique de la structure.

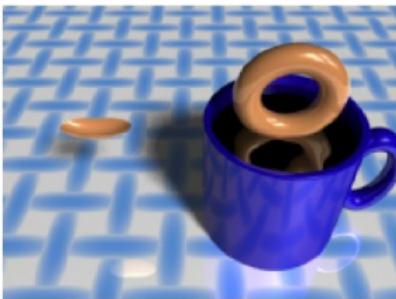
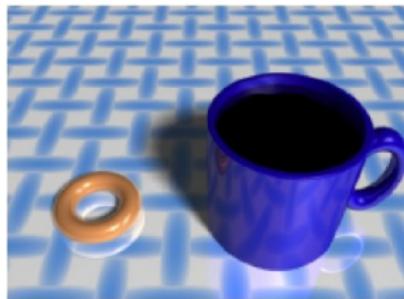


Théorie de Morse (intuition)



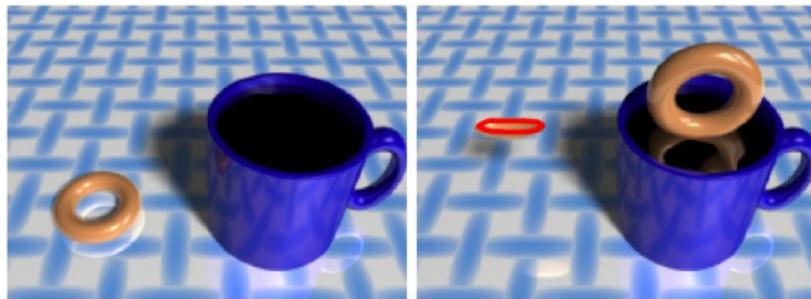
[Har98]

Théorie de Morse (intuition)



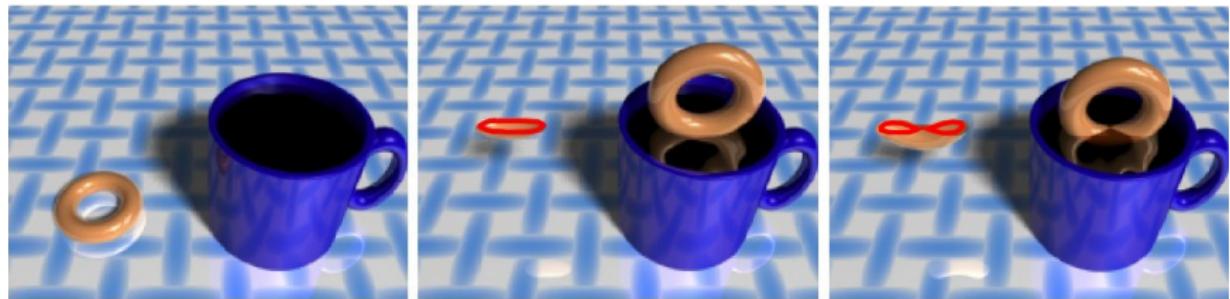
[Har98]

Théorie de Morse (intuition)



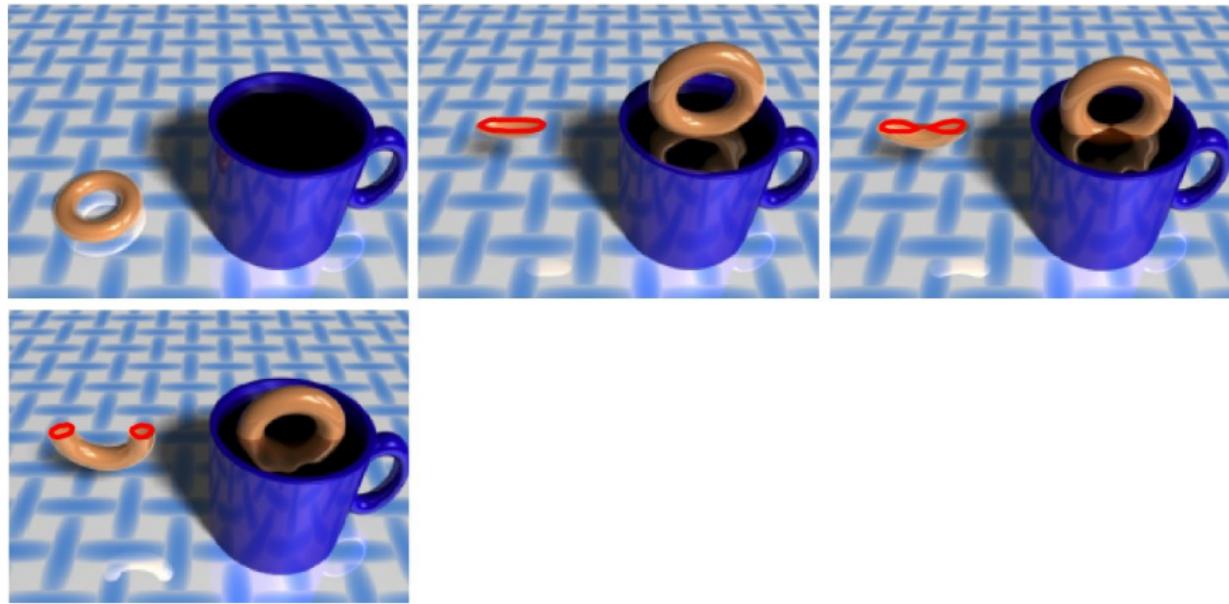
[Har98]

Théorie de Morse (intuition)



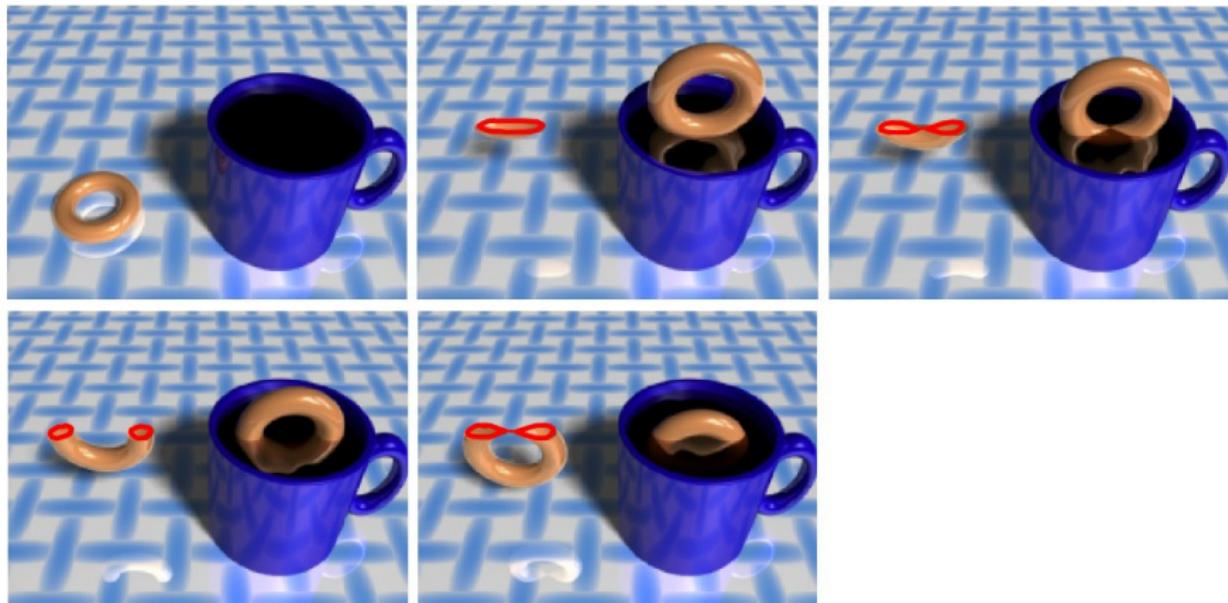
[Har98]

Théorie de Morse (intuition)



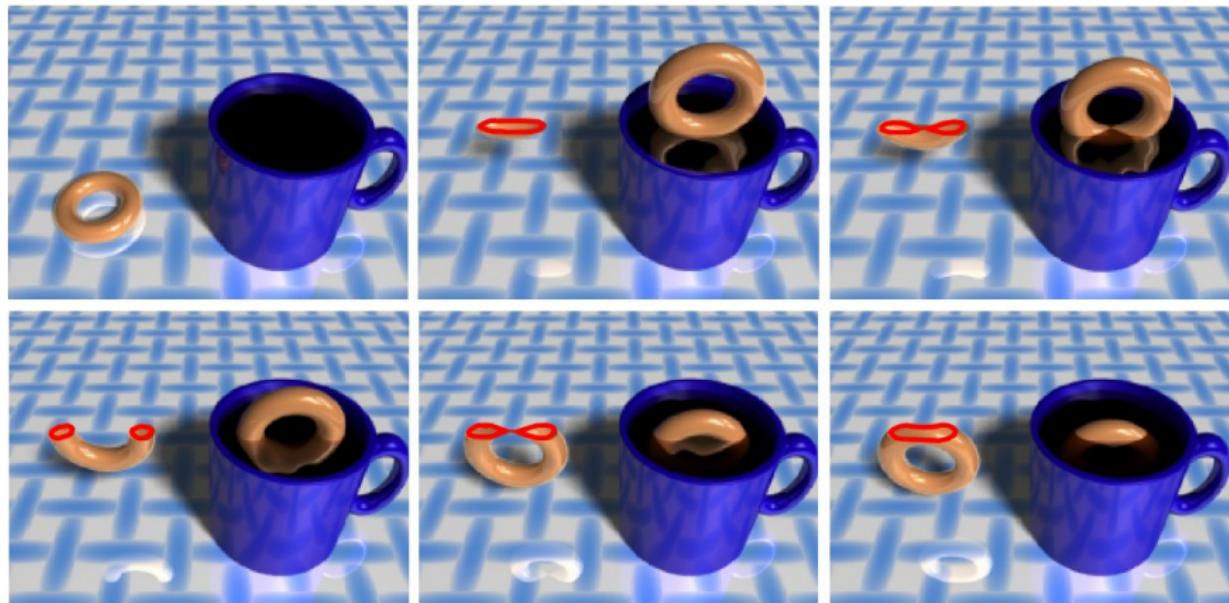
[Har98]

Théorie de Morse (intuition)



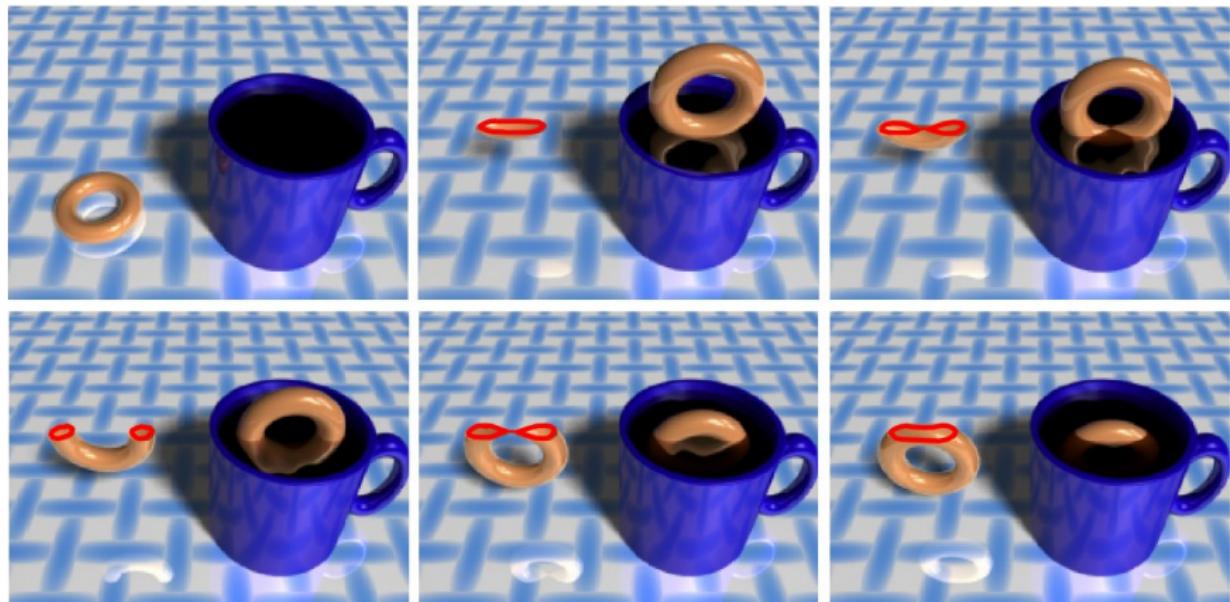
[Har98]

Théorie de Morse (intuition)



[Har98]

Théorie de Morse (intuition)



[Har98]

$$\chi(S) = N_{points} - N_{intersections}$$

Théorie de Morse (formalisme)

- Dans le continu [Mor25] :
 - \mathbb{M} : variété lisse ;
 - $f : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction lisse ;
 - Point critique : $m \in \mathbb{M} / \vec{\nabla} f(m) = \vec{0}$;
 - Points critiques non dégénérés
 $\iff f$ est une **fonction de Morse** ;
 - $\chi(\mathbb{M}) = \sum_{i=0}^d (-1)^d \mu_i(f)$.

- Dans le discret [Ban67] :
 - \mathcal{S} : surface triangulée ;
 - $f : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction PL générale ;
 - Sommet critique $v \in \mathcal{S}$: analyse de $Lk(v)$;
 - Résolution des singularités [EHZ01]
 $\implies f$ est une **fonction PL Morse** ;
 - $\chi(\mathcal{S}) = n_{min} - n_{saddle} + n_{max}$.

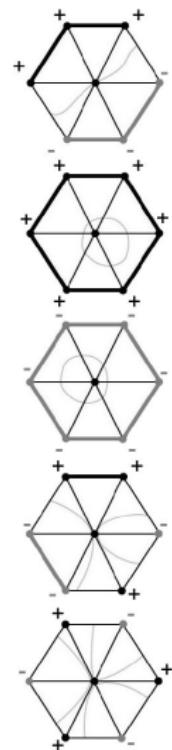
Théorie de Morse (formalisme)

- Dans le continu [Mor25] :

- \mathbb{M} : variété lisse ;
 - $f : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction lisse ;
 - Point critique : $m \in \mathbb{M} / \vec{\nabla} f(m) = \vec{0}$;
 - Points critiques non dégénérés
 $\iff f$ est une **fonction de Morse** ;
 - $\chi(\mathbb{M}) = \sum_{i=0}^d (-1)^d \mu_i(f)$.

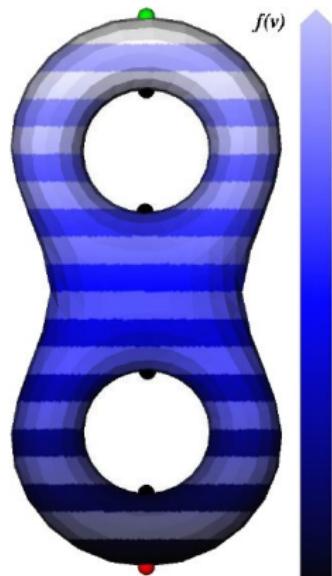
- Dans le discret [Ban67] :

- \mathcal{S} : surface triangulée ;
 - $f : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction PL générale ;
 - Sommet critique $v \in \mathcal{S}$: analyse de $Lk(v)$;
 - Résolution des singularités [EHZ01]
 $\implies f$ est **une fonction PL Morse** ;
 - $\chi(\mathcal{S}) = n_{min} - n_{saddle} + n_{max}$.



Théorie de Morse (formalisme)

- Dans le continu [Mor25] :
 - \mathbb{M} : variété lisse ;
 - $f : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction lisse ;
 - Point critique : $m \in \mathbb{M} / \vec{\nabla} f(m) = \vec{0}$;
 - Points critiques non dégénérés
 $\iff f$ est une **fonction de Morse** ;
 - $\chi(\mathbb{M}) = \sum_{i=0}^d (-1)^d \mu_i(f)$.
 - Dans le discret [Ban67] :
 - \mathcal{S} : surface triangulée ;
 - $f : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction PL générale ;
 - Sommet critique $v \in \mathcal{S}$: analyse de $Lk(v)$;
 - Résolution des singularités [EHZ01]
 $\implies f$ est **une fonction PL Morse** ;
 - $\chi(\mathcal{S}) = n_{min} - n_{saddle} + n_{max}$.



Graphe de Reeb

- Dans le continu [Ree46] :
 - $f : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction de Morse simple ;

Graphe de Reeb

Espace quotient sur $\mathbb{M} \times \mathbb{R}$ par
 $(m_1, f(m_1)) \sim (m_2, f(m_2))$:

$$\begin{cases} f(m_1) = f(m_2) \\ m_2 \in (f^{-1}(f(m_1)))_{m_1} \end{cases}$$

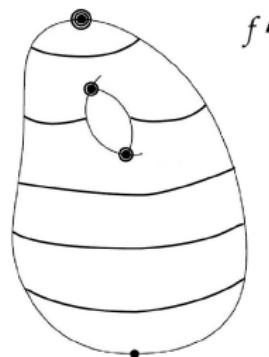
Graphe de Reeb

- Dans le continu [Ree46] :
 - $f : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction de Morse simple ;

Graphe de Reeb

Espace quotient sur $\mathbb{M} \times \mathbb{R}$ par
 $(m_1, f(m_1)) \sim (m_2, f(m_2))$:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(m_1) = f(m_2) \\ m_2 \in (f^{-1}(f(m_1)))_{m_1} \end{array} \right.$$



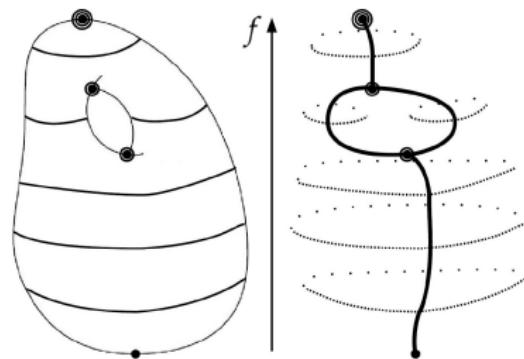
Graphe de Reeb

- Dans le continu [Ree46] :
 - $f : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction de Morse simple ;

Graphe de Reeb

Espace quotient sur $\mathbb{M} \times \mathbb{R}$ par
 $(m_1, f(m_1)) \sim (m_2, f(m_2))$:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(m_1) = f(m_2) \\ m_2 \in (f^{-1}(f(m_1)))_{m_1} \end{array} \right.$$



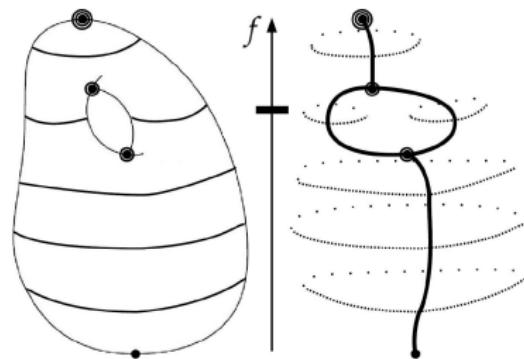
Graphe de Reeb

- Dans le continu [Ree46] :
 - $f : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction de Morse simple ;

Graphe de Reeb

Espace quotient sur $\mathbb{M} \times \mathbb{R}$ par
 $(m_1, f(m_1)) \sim (m_2, f(m_2))$:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(m_1) = f(m_2) \\ m_2 \in (f^{-1}(f(m_1)))_{m_1} \end{array} \right.$$



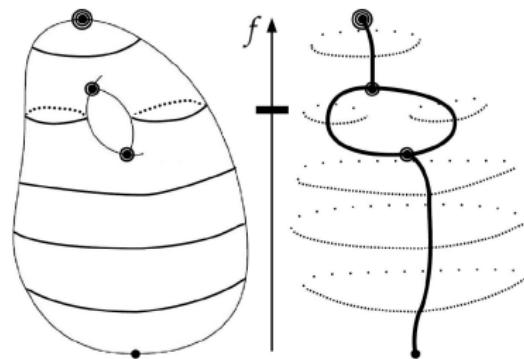
Graphe de Reeb

- Dans le continu [Ree46] :
 - $f : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction de Morse simple ;

Graphe de Reeb

Espace quotient sur $\mathbb{M} \times \mathbb{R}$ par
 $(m_1, f(m_1)) \sim (m_2, f(m_2))$:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(m_1) = f(m_2) \\ m_2 \in (f^{-1}(f(m_1)))_{m_1} \end{array} \right.$$



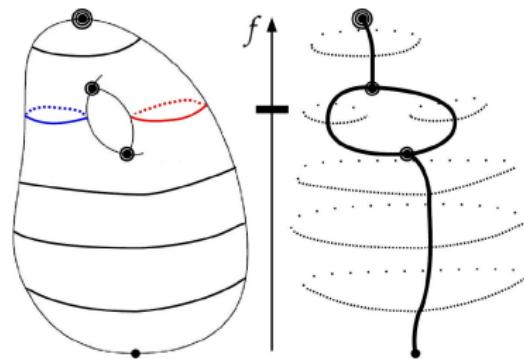
Graphe de Reeb

- Dans le continu [Ree46] :
 - $f : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction de Morse simple ;

Graphe de Reeb

Espace quotient sur $\mathbb{M} \times \mathbb{R}$ par
 $(m_1, f(m_1)) \sim (m_2, f(m_2))$:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(m_1) = f(m_2) \\ m_2 \in (f^{-1}(f(m_1)))_{m_1} \end{array} \right.$$



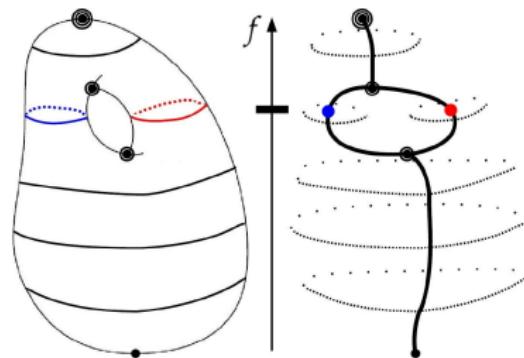
Graphe de Reeb

- Dans le continu [Ree46] :
 - $f : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction de Morse simple ;

Graphe de Reeb

Espace quotient sur $\mathbb{M} \times \mathbb{R}$ par
 $(m_1, f(m_1)) \sim (m_2, f(m_2))$:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(m_1) = f(m_2) \\ m_2 \in (f^{-1}(f(m_1)))_{m_1} \end{array} \right.$$



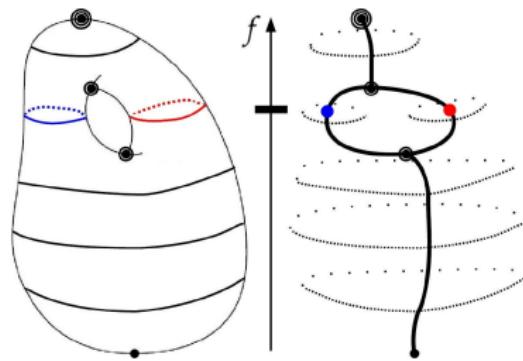
Graphe de Reeb

- Dans le continu [Ree46] :
 - $f : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction de Morse simple ;

Graphe de Reeb

Espace quotient sur $\mathbb{M} \times \mathbb{R}$ par
 $(m_1, f(m_1)) \sim (m_2, f(m_2))$:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(m_1) = f(m_2) \\ m_2 \in (f^{-1}(f(m_1)))_{m_1} \end{array} \right.$$



- Propriétés sur les classes d'équivalence [Ree46] et les boucles [CMEH*03].

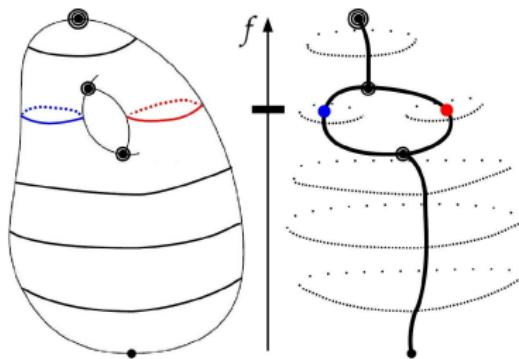
Graphe de Reeb

- Dans le continu [Ree46] :
 - $f : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction de Morse simple ;

Graphe de Reeb

Espace quotient sur $\mathbb{M} \times \mathbb{R}$ par
 $(m_1, f(m_1)) \sim (m_2, f(m_2))$:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(m_1) = f(m_2) \\ m_2 \in (f^{-1}(f(m_1)))_{m_1} \end{array} \right.$$



- Propriétés sur les classes d'équivalence [Ree46] et les boucles [CMEH*03].

Difficultés

- ① Fonction PL Morse simple, invariante et “expressive” ;
- ② Formalisme discret et **capture de la géométrie**.

Fonction de Morse : boîte à outils

Mesures géométriques

- Distances géodésiques (δ) :
 - Invariance affine et isométrique ;
 - Algorithme de Dijkstra.
- Points de références :
 - Sommets “caractéristiques” ;
 - Sommets “les plus éloignés”.

Cadre de la théorie de Morse

- Perturbation :
 \implies fonction PL **générale** et **simple** ;
- Dépliage de selles multiples :
 \implies fonction **PL Morse**.

Fonction de Morse : boîte à outils

Mesures géométriques

- Distances géodésiques (δ) :
 - Invariance affine et isométrique ;
 - Algorithme de Dijkstra.
- Points de références :
 - Sommets “caractéristiques” ;
 - Sommets “les plus éloignés”.

Cadre de la théorie de Morse

- Perturbation :
 \Rightarrow fonction PL **générale** et **simple** ;
- Dépliage de selles multiples :
 \Rightarrow fonction **PL Morse**.



Fonction de Morse : boîte à outils

Mesures géométriques

- Distances géodésiques (δ) :
 - Invariance affine et isométrique ;
 - Algorithme de Dijkstra.
- Points de références :
 - Sommets “caractéristiques” ;
 - Sommets “les plus éloignés”.

Cadre de la théorie de Morse

- Perturbation :
 \Rightarrow fonction PL **générale** et **simple** ;
- Dépliage de selles multiples :
 \Rightarrow fonction **PL Morse**.



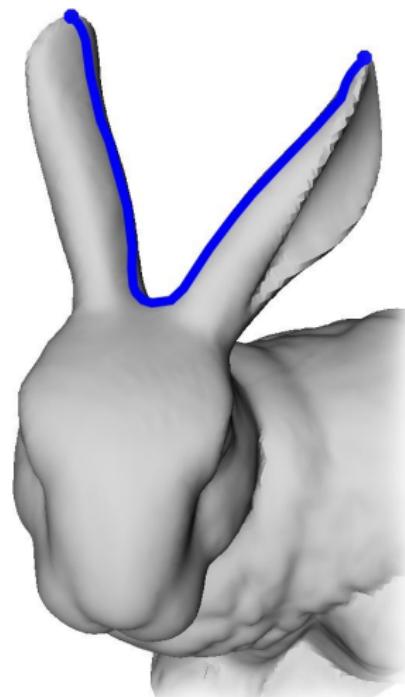
Fonction de Morse : boîte à outils

Mesures géométriques

- Distances géodésiques (δ) :
 - Invariance affine et isométrique ;
 - Algorithme de Dijkstra.
- Points de références :
 - Sommets “caractéristiques” ;
 - Sommets “les plus éloignés”.

Cadre de la théorie de Morse

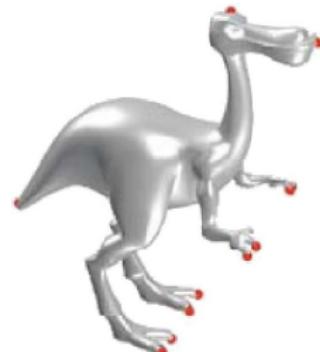
- Perturbation :
 \Rightarrow fonction PL **générale** et **simple** ;
- Dépliage de selles multiples :
 \Rightarrow fonction **PL Morse**.



Fonction de Morse : boîte à outils

Mesures géométriques

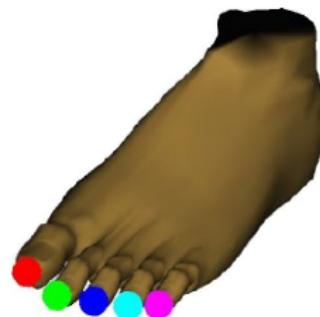
- Distances géodésiques (δ) :
 - Invariance affine et isométrique ;
 - Algorithme de Dijkstra.
- Points de références :
 - Sommets “caractéristiques” ;
 - Sommets “les plus éloignés”.



[KLT05]

Cadre de la théorie de Morse

- Perturbation :
 - ⇒ fonction PL **générale** et **simple** ;
- Dépliage de selles multiples :
 - ⇒ fonction **PL Morse**.



[LZ07]

Extraction de sommets caractéristiques

Observation (les maxima de f_δ sont aux extrémités des protrusions)

- $f_\delta : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$ / $f_\delta(v) = \delta(v, v_s) \quad \forall v \in \mathcal{S}, v_s \in \mathcal{S};$

Algorithme (invariance affine et isométrique, cas dégénérés)

- $v_1, v_2 \in \mathcal{S}$: sommets les plus distants [LV99] ;
- $f_1(v) = \delta(v, v_1), \quad f_2(v) = \delta(v, v_2) \quad \forall v \in \mathcal{S};$
- $\mathcal{F} = \mathcal{F}_1 \cap \mathcal{F}_2 \quad (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2 : \text{extrema de } f_1, f_2).$

Extraction de sommets caractéristiques

Observation (les maxima de f_δ sont aux extrémités des protrusions)

- $f_\delta : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$ / $f_\delta(v) = \delta(v, v_s) \quad \forall v \in \mathcal{S}, v_s \in \mathcal{S};$

Algorithme (invariance affine et isométrique, cas dégénérés)

- $v_1, v_2 \in \mathcal{S}$: sommets les plus distants [LV99] ;
- $f_1(v) = \delta(v, v_1), \quad f_2(v) = \delta(v, v_2) \quad \forall v \in \mathcal{S};$
- $\mathcal{F} = \mathcal{F}_1 \cap \mathcal{F}_2 \quad (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2 : \text{extrema de } f_1, f_2).$



Extraction de sommets caractéristiques

Observation (les maxima de f_δ sont aux extrémités des protrusions)

- $f_\delta : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$ / $f_\delta(v) = \delta(v, v_s) \quad \forall v \in \mathcal{S}, v_s \in \mathcal{S};$

Algorithme (invariance affine et isométrique, cas dégénérés)

- $v_1, v_2 \in \mathcal{S}$: sommets les plus distants [LV99] ;
- $f_1(v) = \delta(v, v_1), \quad f_2(v) = \delta(v, v_2) \quad \forall v \in \mathcal{S};$
- $\mathcal{F} = \mathcal{F}_1 \cap \mathcal{F}_2 \quad (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2 : \text{extrema de } f_1, f_2).$



Extraction de sommets caractéristiques

Observation (les maxima de f_δ sont aux extrémités des protrusions)

- $f_\delta : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$ / $f_\delta(v) = \delta(v, v_s) \quad \forall v \in \mathcal{S}, v_s \in \mathcal{S};$

Algorithm (invariance affine et isométrique, cas dégénérés)

- $v_1, v_2 \in \mathcal{S}$: sommets les plus distants [LV99] ;
- $f_1(v) = \delta(v, v_1), \quad f_2(v) = \delta(v, v_2) \quad \forall v \in \mathcal{S};$
- $\mathcal{F} = \mathcal{F}_1 \cap \mathcal{F}_2 \quad (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2 : \text{extrema de } f_1, f_2).$



Extraction de sommets caractéristiques

Observation (les maxima de f_δ sont aux extrémités des protrusions)

- $f_\delta : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$ / $f_\delta(v) = \delta(v, v_s) \quad \forall v \in \mathcal{S}, v_s \in \mathcal{S};$

Algorithm (invariance affine et isométrique, cas dégénérés)

- $v_1, v_2 \in \mathcal{S}$: sommets les plus distants [LV99] ;
- $f_1(v) = \delta(v, v_1), \quad f_2(v) = \delta(v, v_2) \quad \forall v \in \mathcal{S};$
- $\mathcal{F} = \mathcal{F}_1 \cap \mathcal{F}_2 \quad (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2 : \text{extrema de } f_1, f_2).$



Fonction initiale

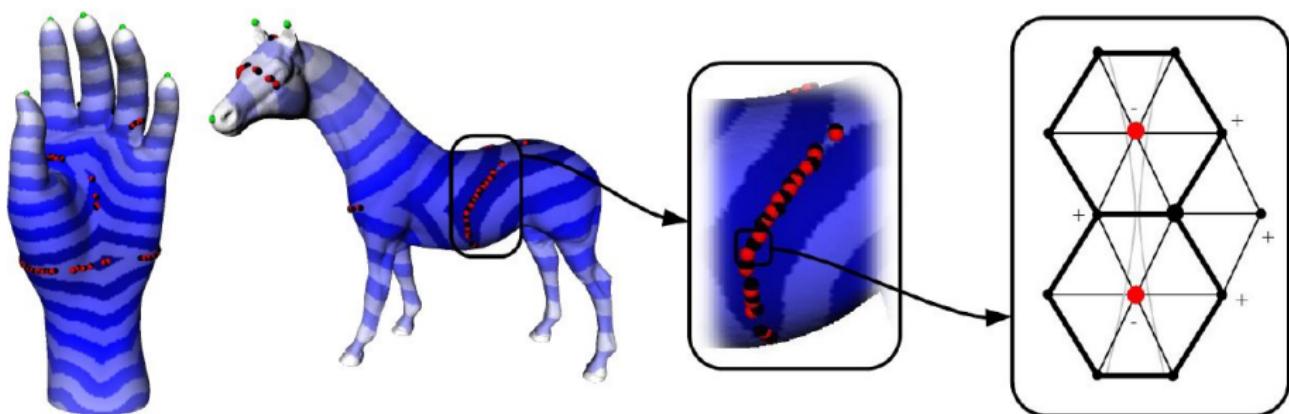
Fonction géodésique aux sommets caractéristiques

- $f_I(v) = 1 - \delta_n(v, v_c)$, $\delta_n(v, v_c) = \min_{v_i \in \mathcal{F}} \delta_n(v, v_i)$, $\forall v \in \mathcal{S}$;
- Invariance affine et isométrique;
- “Expressivité” : lignes de niveau selon les protrusions.

Fonction initiale

Fonction géodésique aux sommets caractéristiques

- $f_I(v) = 1 - \delta_n(v, v_c)$, $\delta_n(v, v_c) = \min_{v_i \in \mathcal{F}} \delta_n(v, v_i)$, $\forall v \in \mathcal{S}$;
 - Invariance affine et isométrique ;
 - “Expressivité” : lignes de niveau selon les protrusions.



Perturbation

- Objectifs :
 - Transformer f_I en une fonction PL Morse simple et générale ;
 - Supprimer les sommets critiques sur les zones de discontinuité ;

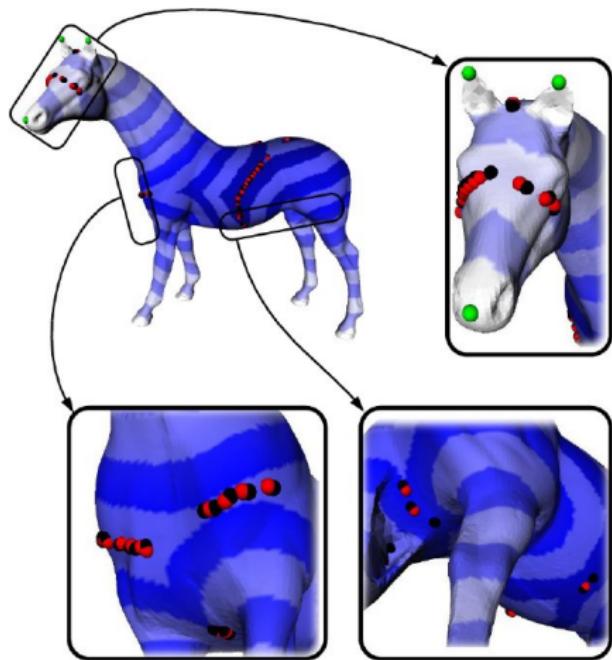
Observation

- $f_\delta : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$ $f_\delta(v) = \delta(v, v_s)$ $\forall v \in \mathcal{S}, v_s \in \mathcal{S}$;
- f_δ admet v_s comme unique minimum.

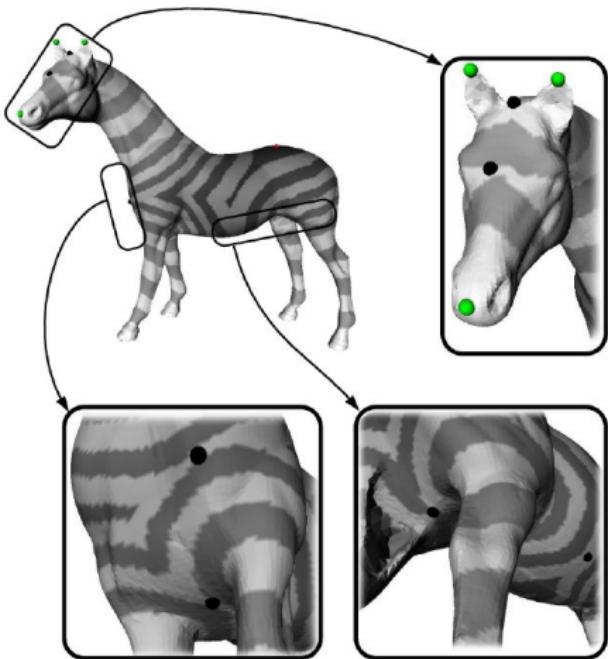
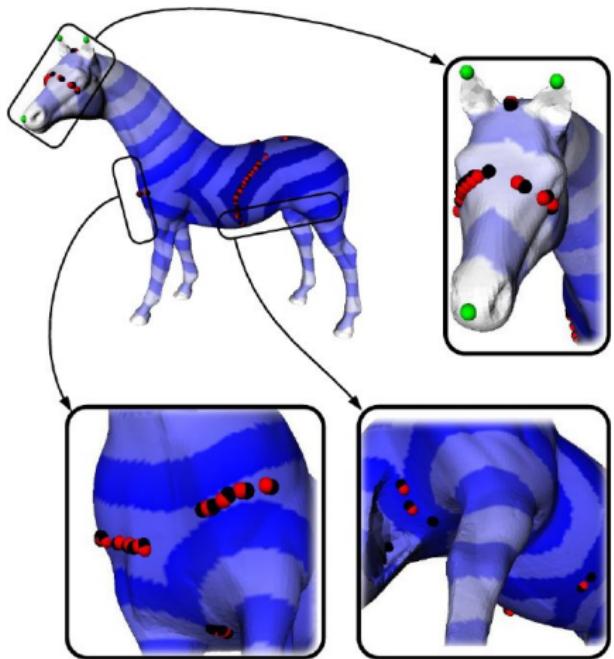
Perturbation : algorithme de Dijkstra

- Départ : minimum global de f_I ;
- Poids d'un sommet v : $f_I(v)$;
- Valeur perturbée de v : $f(v) = \frac{i}{N_V} \Rightarrow$ PL **simple et générale** ;
- Dépliage de selles multiples [EHZ01] \Rightarrow PL **Morse** simple et générale.

Résultats de la perturbation



Résultats de la perturbation



Notion de graphe de Reeb dans le discret (1/2)

- $f : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction PL Morse à valeurs distinctes.

Sous-ensemble de niveau discret

$$f^{-1}[\mathbb{R}^+ \cup \{-\infty, f(v)\}] = \{t_i \in \mathcal{S} \mid \exists v_j \leq t_i \mid f(v_j) < f(v)\}$$

Ligne de niveau discrète

$$\begin{aligned} f^{-1}(f(v)) = v \cup & \{v_i \leq t_k \mid t_k \in f^{-1}[\mathbb{R}^+ \cup \{-\infty, f(v)\}] \mid f(v_i) > f(v)\} \\ & \cup \{e_j \leq t_k \mid t_k \in f^{-1}[\mathbb{R}^+ \cup \{-\infty, f(v)\}] \mid f(v_I) \geq f(v), \forall v_I \leq e_j\} \end{aligned}$$

Notion de graphe de Reeb dans le discret (1/2)

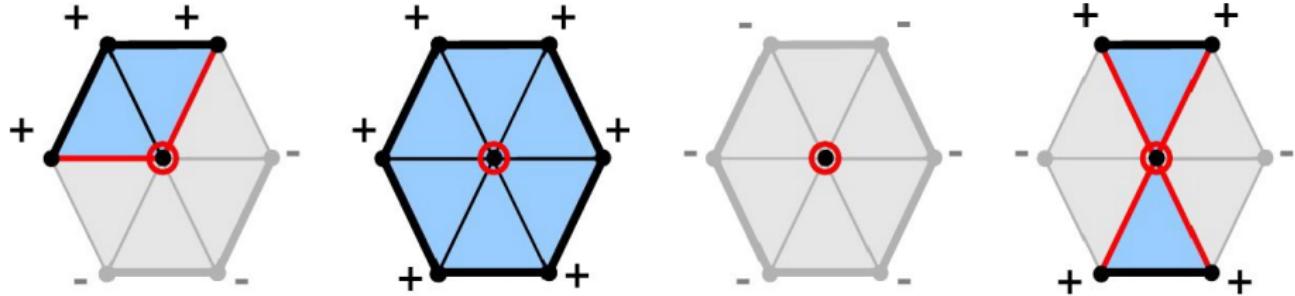
- $f : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$: fonction PL Morse à valeurs distinctes.

Sous-ensemble de niveau discret

$$f^{-1}[-\infty, f(v)] = \{t_i \in \mathcal{S} \mid \exists v_j \leq t_i \mid f(v_j) < f(v)\}$$

Ligne de niveau discrète

$$\begin{aligned} f^{-1}(f(v)) = v \cup \{v_i \leq t_k \mid t_k \in f^{-1}[-\infty, f(v)] \mid f(v_i) > f(v)\} \\ \cup \{e_j \leq t_k \mid t_k \in f^{-1}[-\infty, f(v)] \mid f(v_I) \geq f(v), \forall v_I \leq e_j\} \end{aligned}$$



Notion de graphe de Reeb dans le discret (2/2)

Contour discret

$(f^{-1}(f(v)))_v$: composante connexe de $f^{-1}(f(v))$ contenant v .

Graphe de Reeb d'une surface triangulée

$\mathcal{R}(f)$ est l'espace quotient sur $\mathcal{S} \times \mathbb{R}$ par $(v_1, f(v)) \sim (v_2, f(v))$:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1, v_2 \in f^{-1}(f(v)) \\ v_1, v_2 \in (f^{-1}(f(v)))_v \end{array} \right.$$

Noeud d'un graphe de Reeb

Classe d'équivalence de sommets **critiques**.

Arête d'un graphe de Reeb

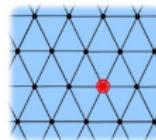
Union maximalement connexe de classes d'équivalence **régulières**.

Construction du graphe

Algorithme

- Construction itérative de $f^{-1}[\infty, f(v_t)]$;
- À chaque itération t :
 - Mise à jour de $f^{-1}(f(v_t))$;
 - Ajout de $(f^{-1}(f(v_t)))_{v_t}$ dans $\mathcal{R}(f)$.

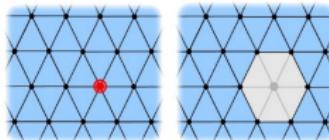
Construction du graphe



Algorithme

- Construction itérative de $f^{-1}[\infty, f(v_t)]$;
- À chaque itération t :
 - Mise à jour de $f^{-1}(f(v_t))$;
 - Ajout de $(f^{-1}(f(v_t)))_{v_t}$ dans $\mathcal{R}(f)$.

Construction du graphe



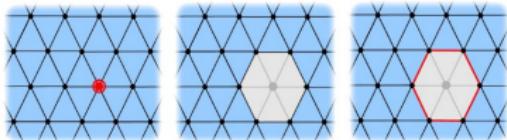
Algorithme

- Construction itérative de $f^{-1}[\infty, f(v_t)]$;
- À chaque itération t :
 - Mise à jour de $f^{-1}(f(v_t))$;
 - Ajout de $(f^{-1}(f(v_t)))_{v_t}$ dans $\mathcal{R}(f)$.

Construction du graphe

Algorithme

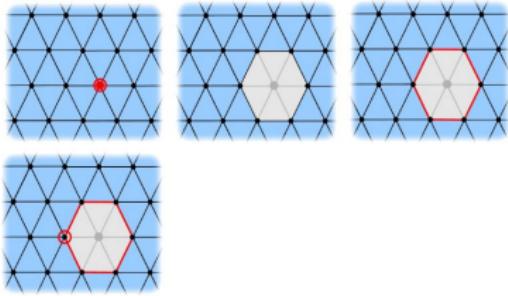
- Construction itérative de $f^{-1}[\infty, f(v_t)]$;
- À chaque itération t :
 - Mise à jour de $f^{-1}(f(v_t))$;
 - Ajout de $(f^{-1}(f(v_t)))_{v_t}$ dans $\mathcal{R}(f)$.



Construction du graphe

Algorithme

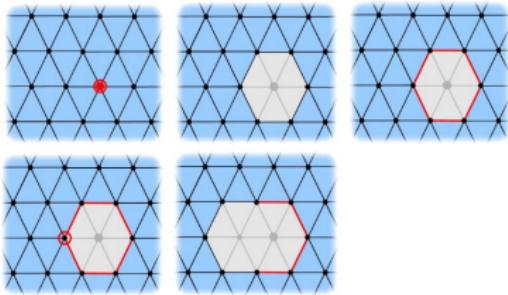
- Construction itérative de $f^{-1}[\infty, f(v_t)]$;
- À chaque itération t :
 - Mise à jour de $f^{-1}(f(v_t))$;
 - Ajout de $(f^{-1}(f(v_t)))_{v_t}$ dans $\mathcal{R}(f)$.



Construction du graphe

Algorithme

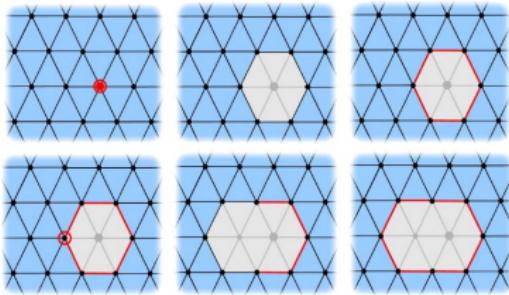
- Construction itérative de $f^{-1}[\infty, f(v_t)]$;
- À chaque itération t :
 - Mise à jour de $f^{-1}(f(v_t))$;
 - Ajout de $(f^{-1}(f(v_t)))_{v_t}$ dans $\mathcal{R}(f)$.



Construction du graphe

Algorithme

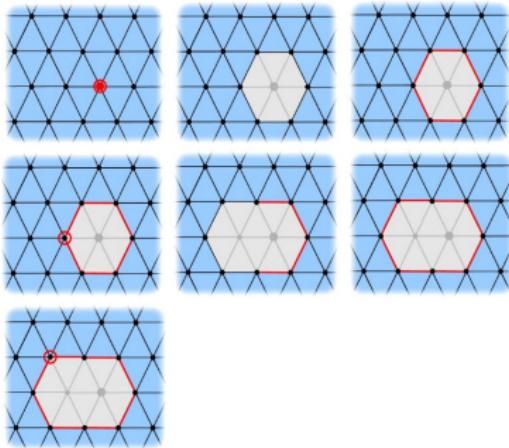
- Construction itérative de $f^{-1}[-\infty, f(v_t)]$;
- À chaque itération t :
 - Mise à jour de $f^{-1}(f(v_t))$;
 - Ajout de $(f^{-1}(f(v_t)))_{v_t}$ dans $\mathcal{R}(f)$.



Construction du graphe

Algorithme

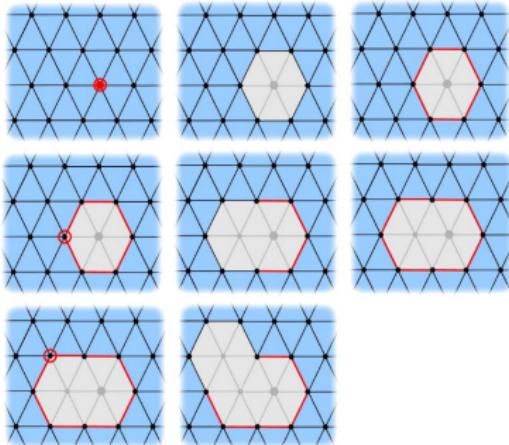
- Construction itérative de $f^{-1}[-\infty, f(v_t)]$;
- À chaque itération t :
 - Mise à jour de $f^{-1}(f(v_t))$;
 - Ajout de $(f^{-1}(f(v_t)))_{v_t}$ dans $\mathcal{R}(f)$.



Construction du graphe

Algorithme

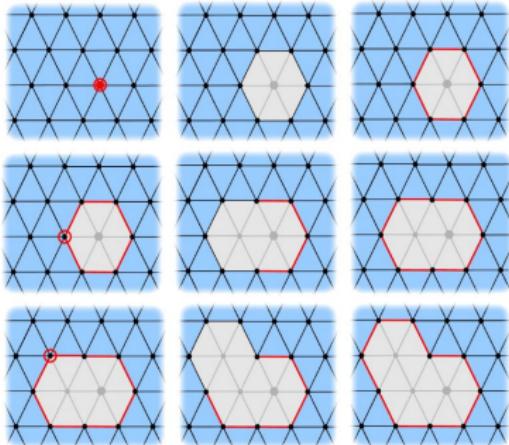
- Construction itérative de $f^{-1}[-\infty, f(v_t)]$;
- À chaque itération t :
 - Mise à jour de $f^{-1}(f(v_t))$;
 - Ajout de $(f^{-1}(f(v_t)))_{v_t}$ dans $\mathcal{R}(f)$.



Construction du graphe

Algorithme

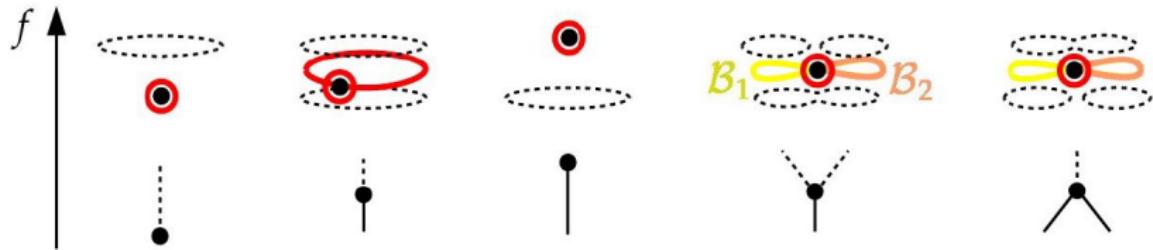
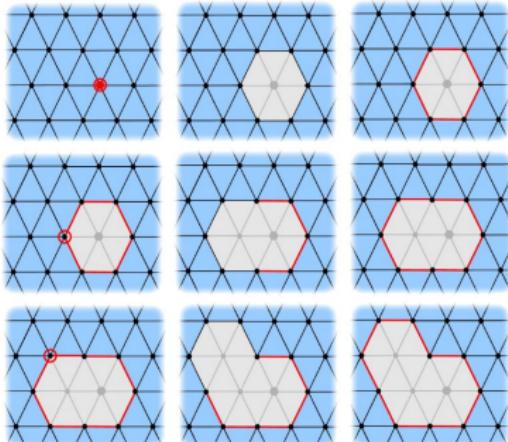
- Construction itérative de $f^{-1}[-\infty, f(v_t)]$;
- À chaque itération t :
 - Mise à jour de $f^{-1}(f(v_t))$;
 - Ajout de $(f^{-1}(f(v_t)))_{v_t}$ dans $\mathcal{R}(f)$.



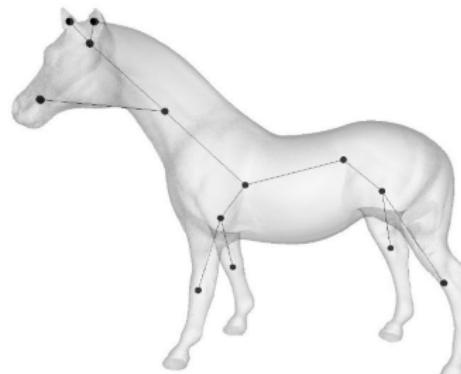
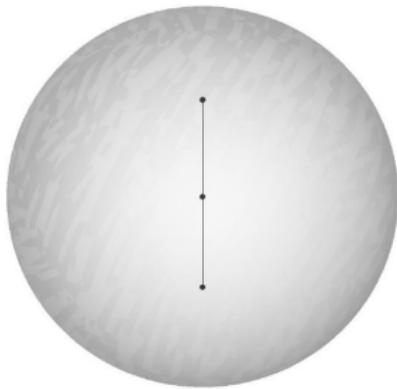
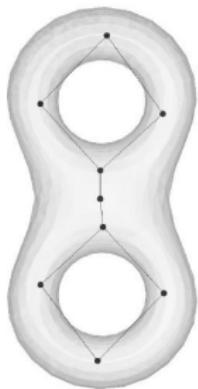
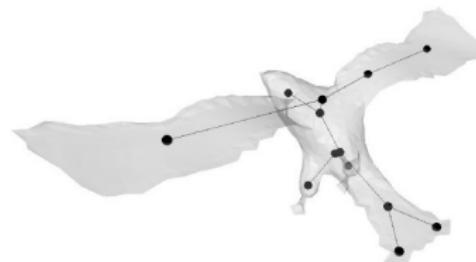
Construction du graphe

Algorithm

- Construction itérative de $f^{-1}[-\infty, f(v_t)]$;
- À chaque itération t :
 - Mise à jour de $f^{-1}(f(v_t))$;
 - Ajout de $(f^{-1}(f(v_t)))_{v_t}$ dans $\mathcal{R}(f)$.

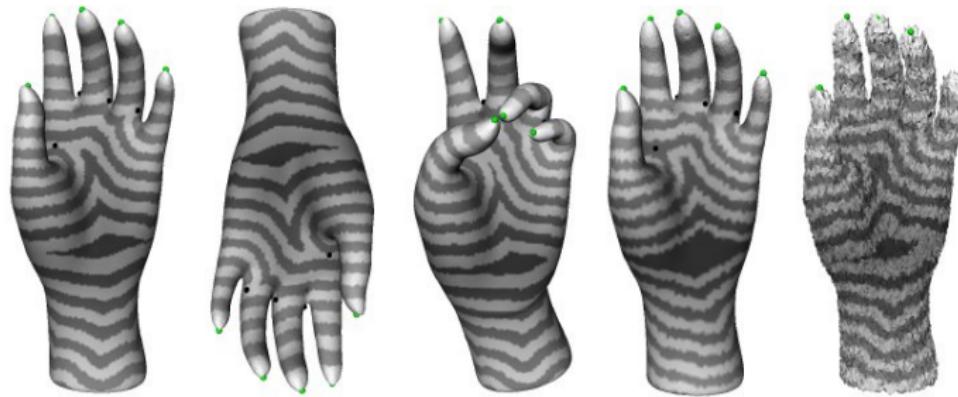


Résultats (représentation duale)

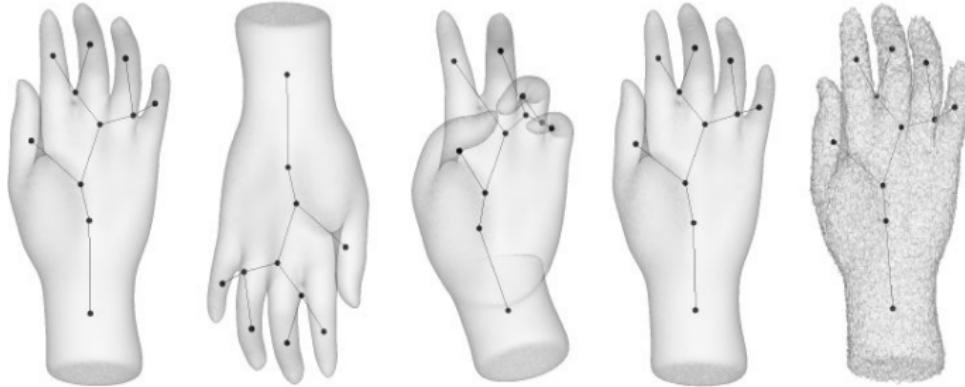
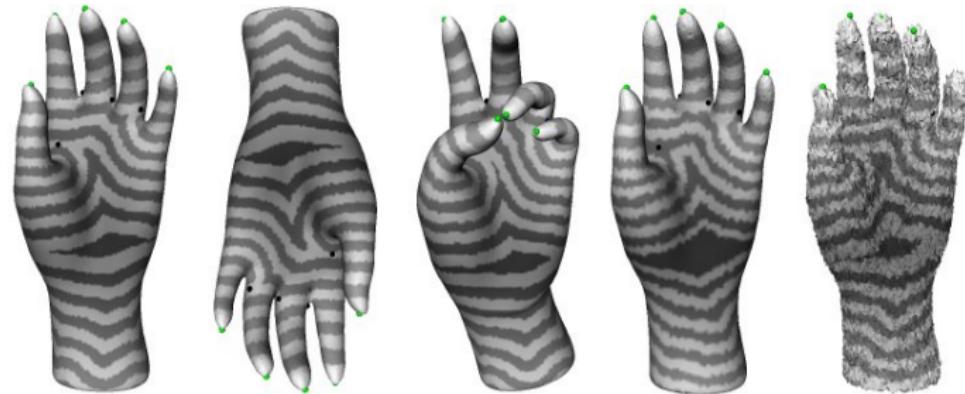


Invariance et robustesse

Invariance et robustesse



Invariance et robustesse



Modélisation par squelette topologique avancé : propriétés

Modélisation

- Expressivité :
 - Capture de la structure **fine** et **globale** ;
 - Capture exacte de la topologie ;
 - Graphes non bruités.
- Représentation **complète** :
 - Union des classes $\implies \mathcal{S}$;
 - Capture de la géométrie !

Invariance (affine, isométrique) et robustesse

Complexité en temps globale

- $O(N_V^2)$, N_V : nombre de sommets dans \mathcal{S} (pire cas) ;
- En pratique : 60 s. (50k triangles), 0.5 s (2k triangles).

Problèmes connexes

Abstraction pour la manipulation de forme

The Visual Computer, Volume 24(3), 2008 [TVD08a]

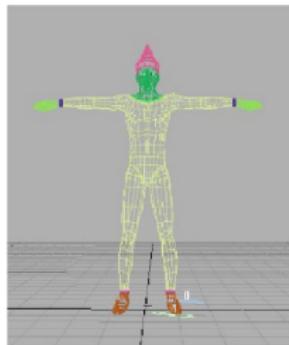
Abstraction pour la manipulation de forme

- Objectifs :
 - Ré-utilisation de formes pré-existantes ;
 - Édition de pose et animation.

Paradigme du squelette de contrôle

- Très utilisé en animation ;
- Définition manuelle d'un squelette :
 - "Bones"** : segments rigides ;
 - "Joints"** : articulations ;
 - Mise en correspondance avec le maillage.
- Travail fastidieux !**
- Vers des techniques automatiques

[WML*06, AHLD07, ATC*08].



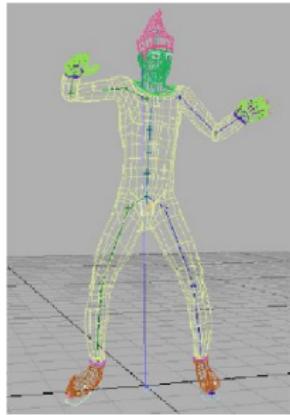
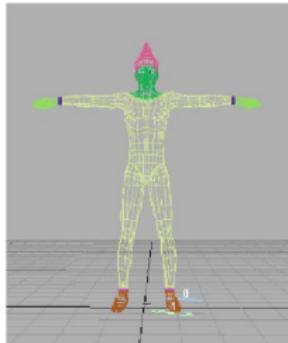
Abstraction pour la manipulation de forme

- Objectifs :
 - Ré-utilisation de formes pré-existantes ;
 - Édition de pose et animation.

Paradigme du squelette de contrôle

- Très utilisé en animation ;
- Définition manuelle d'un squelette :
 - "Bones"** : segments rigides ;
 - "Joints"** : articulations ;
 - Mise en correspondance avec le maillage.
- Travail fastidieux !**
- Vers des techniques automatiques

[WML*06, AHLD07, ATC*08].



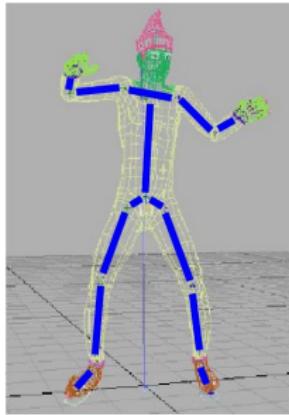
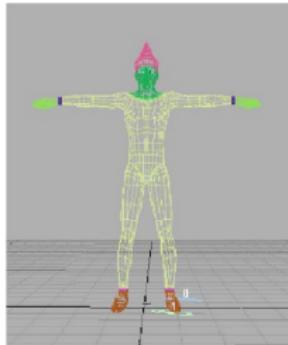
Abstraction pour la manipulation de forme

- Objectifs :
 - Ré-utilisation de formes pré-existantes ;
 - Édition de pose et animation.

Paradigme du squelette de contrôle

- Très utilisé en animation ;
- Définition manuelle d'un squelette :
 - "Bones"** : segments rigides ;
 - "Joints"** : articulations ;
 - Mise en correspondance avec le maillage.
- Travail fastidieux !**
- Vers des techniques automatiques

[WML*06, AHLD07, ATC*08].



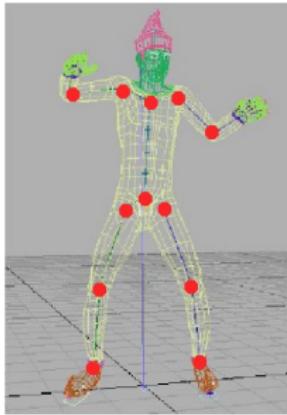
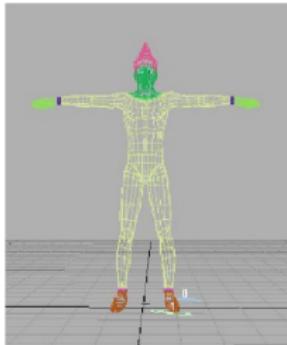
Abstraction pour la manipulation de forme

- Objectifs :
 - Ré-utilisation de formes pré-existantes ;
 - Édition de pose et animation.

Paradigme du squelette de contrôle

- Très utilisé en animation ;
- Définition manuelle d'un squelette :
 - "Bones"** : segments rigides ;
 - "Joints"** : articulations ;
 - Mise en correspondance avec le maillage.
- Travail fastidieux !**
- Vers des techniques automatiques

[WML*06, AHLD07, ATC*08].



Segments rigides par contraction de contour

- Objectifs :
 - Centrer* le squelette ;
 - Lier le squelette au maillage ;
 - Squelette non bruité et stable ;

Principe

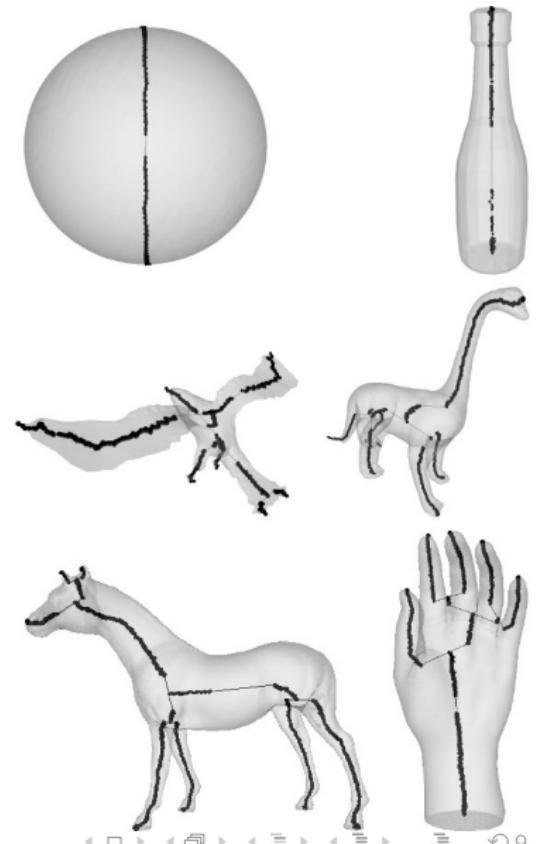
- Plongement individuel des classes d'équivalence ;
- $p : \mathcal{R}(f) \rightarrow \mathbb{R}^3$;
- $\forall (f^{-1}(f(v)))_v \in \mathcal{R}(f)$:
 \implies plongement au barycentre.

Segments rigides par contraction de contour

- Objectifs :
 - *Centrer* le squelette ;
 - Lier le squelette au maillage ;
 - Squelette non bruité et stable ;

Principe

- Plongement individuel des classes d'équivalence ;
 - $p : \mathcal{R}(f) \rightarrow \mathbb{R}^3$;
 - $\forall (f^{-1}(f(v)))_v \in \mathcal{R}(f) :$
 \implies plongement au barycentre.



Articulations par constriction de contour

- Placer les articulations sur zones resserrées (constrictions) ;
- Estimation basée sur la courbure [HÓ5].

Calcul géométrique sur $\mathcal{R}(f)$

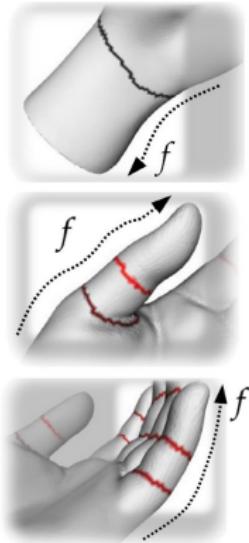
- $g : \mathcal{R}(f) \rightarrow \mathbb{R}$;
- $\forall (f^{-1}(f(v)))_v, g :$
moyenne pondérée de
l'index de courbure [KvD92] ;
- $\hat{g} := FT^{-1}(\mathcal{H}(f).FT(g))$;
- Minima négatifs de \hat{g} .

Articulations par constriction de contour

- Placer les articulations sur zones resserrées (constrictions) ;
- Estimation basée sur la courbure [HÓ5].

Calcul géométrique sur $\mathcal{R}(f)$

- $g : \mathcal{R}(f) \rightarrow \mathbb{R}$;
- $\forall (f^{-1}(f(v)))_v, g :$
moyenne pondérée de l'index de courbure [KvD92];
- $\hat{g} := FT^{-1}(\mathcal{H}(f).FT(g))$;
- Minima négatifs de \hat{g} .

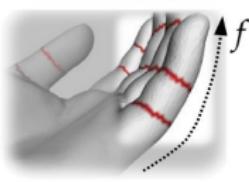
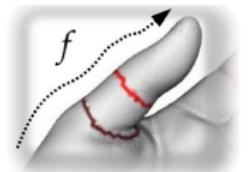
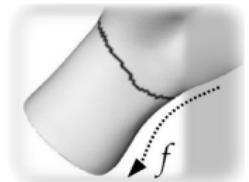
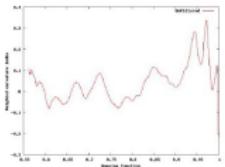
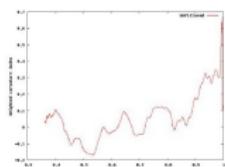
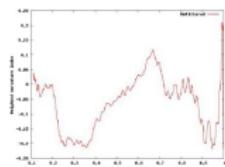


Articulations par constriction de contour

- Placer les articulations sur zones resserrées (constrictions) ;
- Estimation basée sur la courbure [Hö5].

Calcul géométrique sur $\mathcal{R}(f)$

- $g : \mathcal{R}(f) \rightarrow \mathbb{R}$;
- $\forall (f^{-1}(f(v)))_v, g :$
moyenne pondérée de
l'index de courbure [KvD92] ;
- $\hat{g} := FT^{-1}(\mathcal{H}(f).FT(g))$;
- Minima négatifs de \hat{g} .

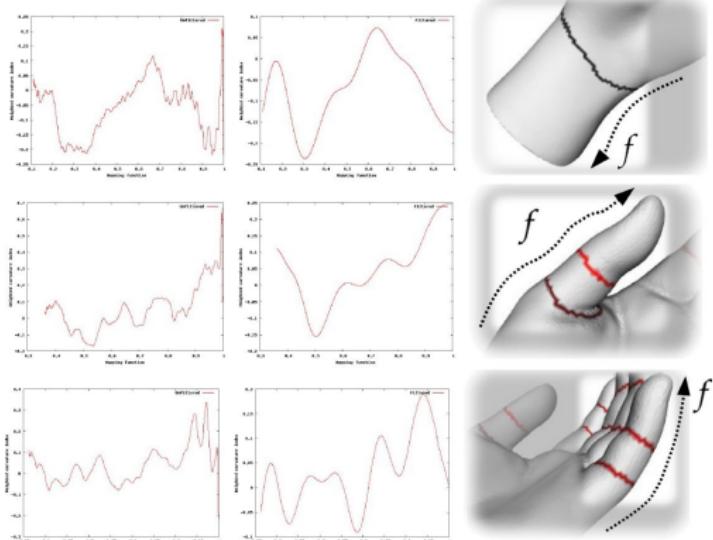


Articulations par constriction de contour

- Placer les articulations sur zones resserrées (constrictions) ;
- Estimation basée sur la courbure [Hö5].

Calcul géométrique sur $\mathcal{R}(f)$

- $g : \mathcal{R}(f) \rightarrow \mathbb{R}$;
- $\forall (f^{-1}(f(v)))_v, g :$
moyenne pondérée de
l'index de courbure [KvD92] ;
- $\hat{g} := FT^{-1}(\mathcal{H}(f).FT(g))$;
- Minima négatifs de \hat{g} .



Résultats

- Propriétés du *squelette topologique avancé* :

- Invariance, robustesse ;
- Structure non bruitée ;

- Plongement :

- Au centre de la forme ;
- Articulations plausibles ;
- Lien *naturel* au maillage.

- Temps de calcul :

- 110 s. (50k triangles) ;
- 0.5 s. (2k triangles) ;
- Plus rapide que l'état de l'art !
([WML*06], rapport 20)

Résultats

- Propriétés du *squelette topologique avancé* :

- Invariance, robustesse ;
- Structure non bruitée ;



- Plongement :

- Au centre de la forme ;
- Articulations plausibles ;
- Lien *naturel* au maillage.

- Temps de calcul :

- 110 s. (50k triangles) ;
- 0.5 s. (2k triangles) ;
- Plus rapide que l'état de l'art ! ([WML*06], rapport 20)

Application à la déformation interactive

Principe

- L'utilisateur manipule directement les *bones* ;
- Rotation selon les *joints* ;
- Répercussion instantanée des rotations sur le maillage.

Application à la déformation interactive

Principe

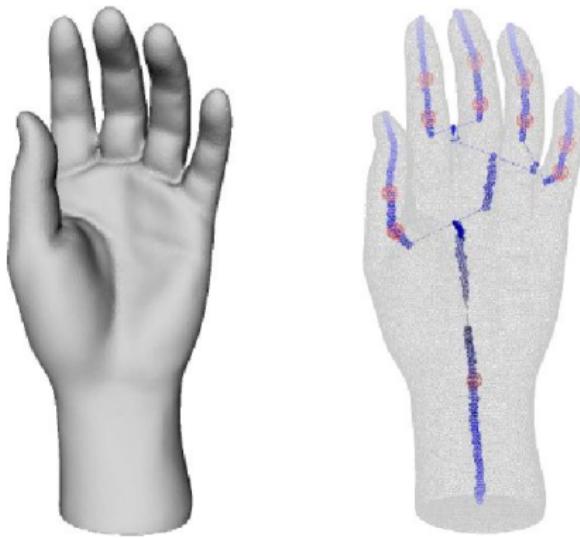
- L'utilisateur manipule directement les *bones* ;
- Rotation selon les *joints* ;
- Répercussion instantanée des rotations sur le maillage.



Application à la déformation interactive

Principe

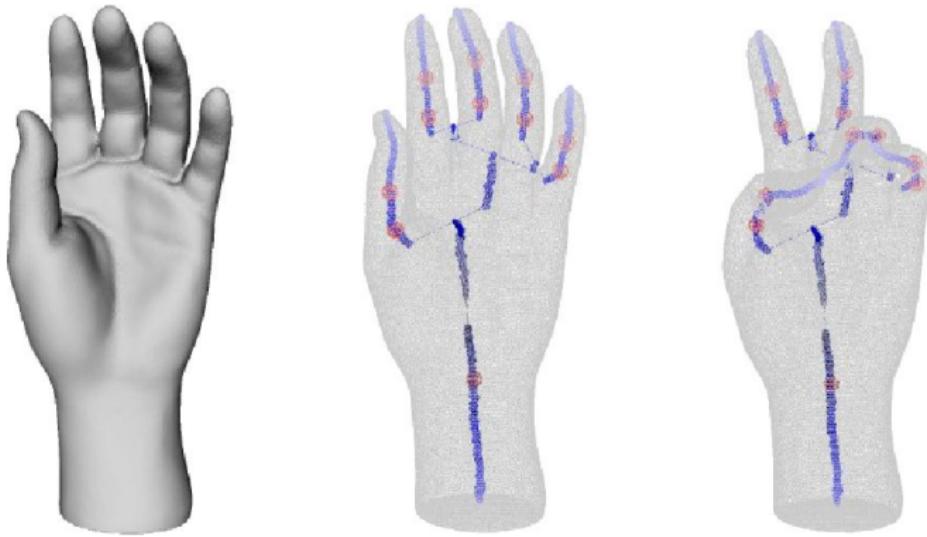
- L'utilisateur manipule directement les *bones* ;
- Rotation selon les *joints* ;
- Répercussion instantanée des rotations sur le maillage.



Application à la déformation interactive

Principe

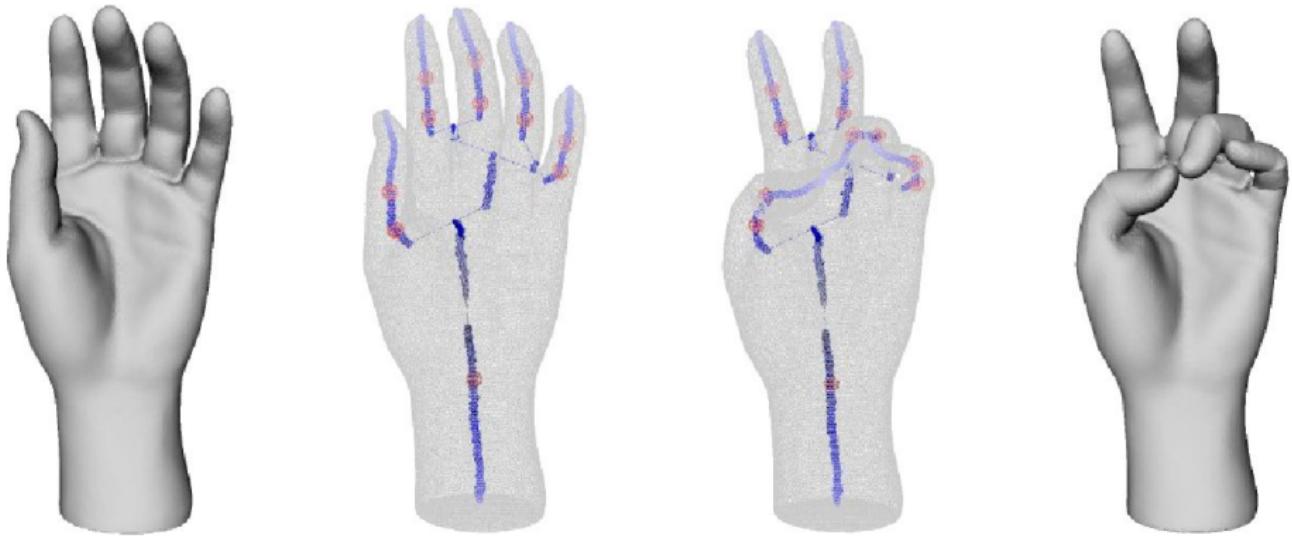
- L'utilisateur manipule directement les *bones* ;
- Rotation selon les *joints* ;
- Répercussion instantanée des rotations sur le maillage.



Application à la déformation interactive

Principe

- L'utilisateur manipule directement les *bones* ;
- Rotation selon les *joints* ;
- Répercussion instantanée des rotations sur le maillage.



Indexation par similarité partielle

Eurographics 2007 [TVD07a]

Computer Graphics Forum, à paraître [TVD08c]

L'indexation multimedia aujourd'hui

- Constat :
 - Recherche textuelle ;
 - Ambiguités, traduction, etc.
- Recherche **par le contenu !**

L'indexation 3D

- Conception, e-commerce, patrimoine culturel, etc ;
- Description **compacte, invariante et robuste** ;
- Nouveau challenge :
 - **Similarité partielle.**

- Évaluation **quantitative !**

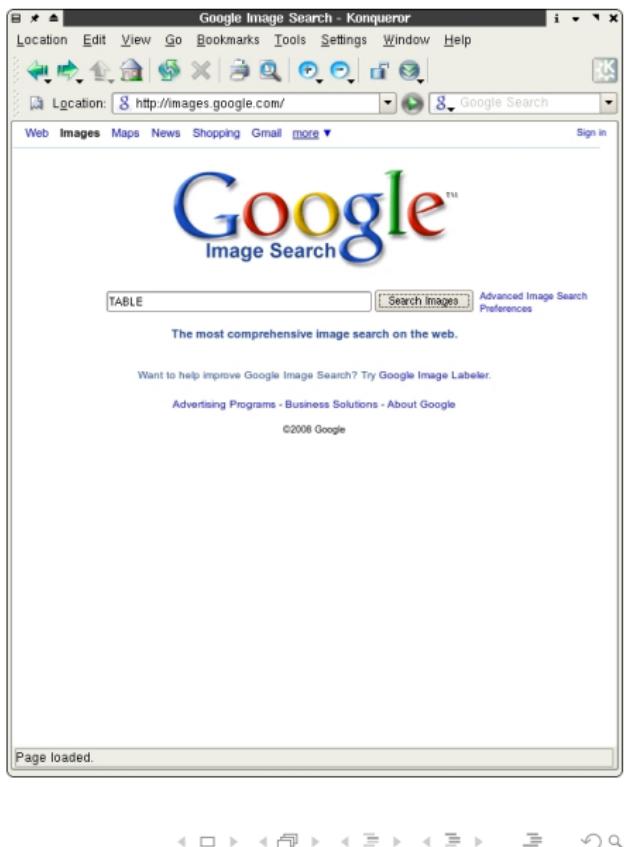
L'indexation multimedia aujourd'hui

- Constat :
 - Recherche textuelle ;
 - Ambiguités, traduction, etc.
- Recherche **par le contenu !**

L'indexation 3D

- Conception, e-commerce, patrimoine culturel, etc ;
- Description **compacte, invariante et robuste** ;
- Nouveau challenge :
 - **Similarité partielle.**

- **Évaluation quantitative !**



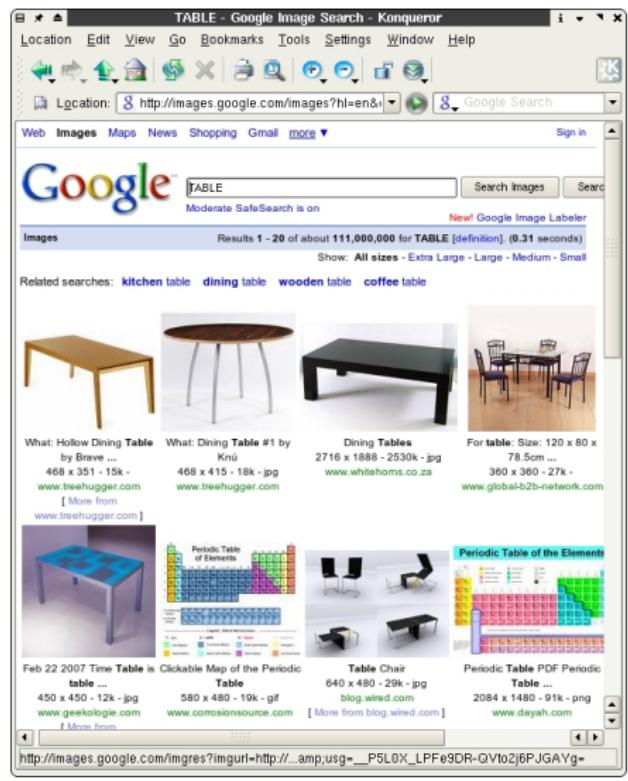
L'indexation multimedia aujourd'hui

- Constat :
 - Recherche textuelle ;
 - Ambiguités, traduction, etc.
- Recherche **par le contenu !**

L'indexation 3D

- Conception, e-commerce, patrimoine culturel, etc ;
- Description **compacte, invariante et robuste** ;
- Nouveau challenge :
 - Similarité partielle.

- Évaluation quantitative !



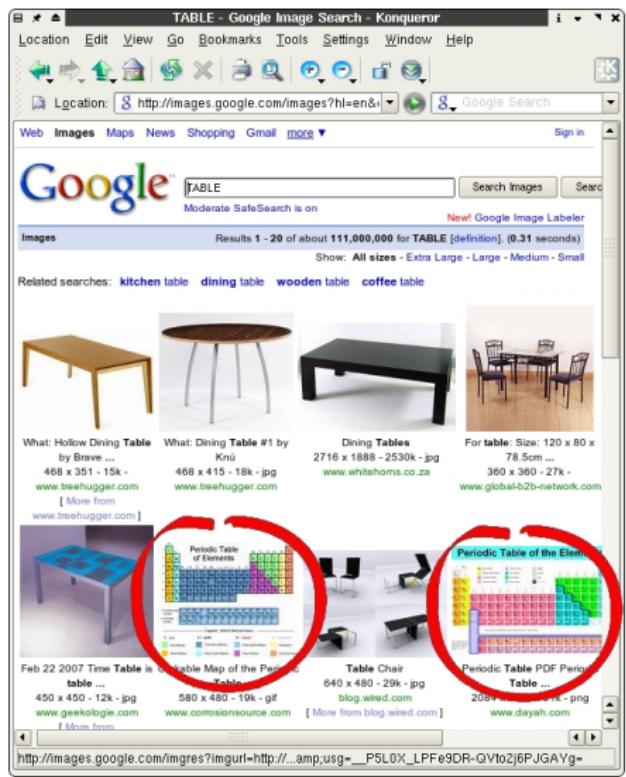
L'indexation multimedia aujourd'hui

- Constat :
 - Recherche textuelle ;
 - Ambiguités, traduction, etc.
- Recherche **par le contenu !**

L'indexation 3D

- Conception, e-commerce, patrimoine culturel, etc ;
- Description **compacte, invariante et robuste** ;
- Nouveau challenge :
 - Similarité partielle.

- Évaluation quantitative !



Signature géométrique par dépliage de cartes de Reeb

- **Idée :**

- Similarité entre graphes ;
- Quid de la géométrie ?

Carte de Reeb

- $\Psi : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{R}(f)$;
- $\mathcal{C}_i = \Psi^{-1}(\mathcal{E}_i)$;

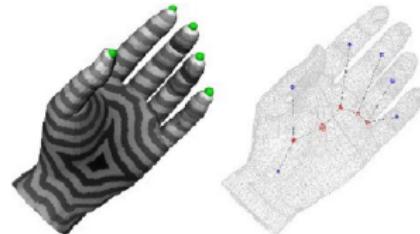
Propriétés des cartes de Reeb [TV07a]

- Genre 0 ;
 - Topologie d'un disque ;
 - ...ou d'un anneau ;
-
- Analyse géométrique possible !

Signature géométrique par dépliage de cartes de Reeb

- **Idée :**

- Similarité entre graphes ;
- Quid de la géométrie ?



Carte de Reeb

- $\Psi : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{R}(f)$;
- $\mathcal{C}_i = \Psi^{-1}(\mathcal{E}_i)$;

Propriétés des cartes de Reeb [TV07a]

- Genre 0 ;
- Topologie d'un disque ;
- ...ou d'un anneau ;
- Analyse géométrique possible !

Signature géométrique par dépliage de cartes de Reeb

- **Idée :**

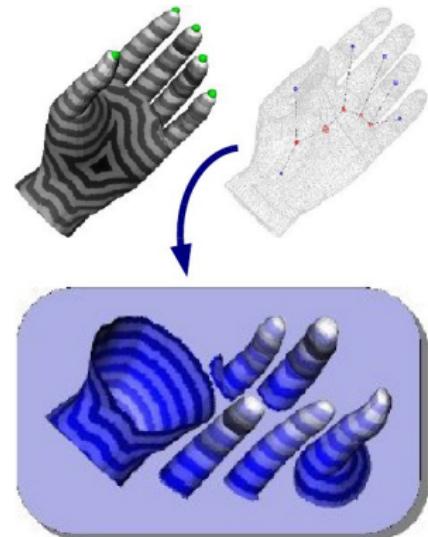
- Similarité entre graphes ;
- Quid de la géométrie ?

Carte de Reeb

- $\Psi : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{R}(f)$;
- $\mathcal{C}_i = \Psi^{-1}(\mathcal{E}_i)$;

Propriétés des cartes de Reeb [TVD07a]

- Genre 0 ;
- Topologie d'un disque ;
- ...ou d'un anneau ;
- Analyse géométrique possible !



Signature géométrique par dépliage de cartes de Reeb

- **Idée :**

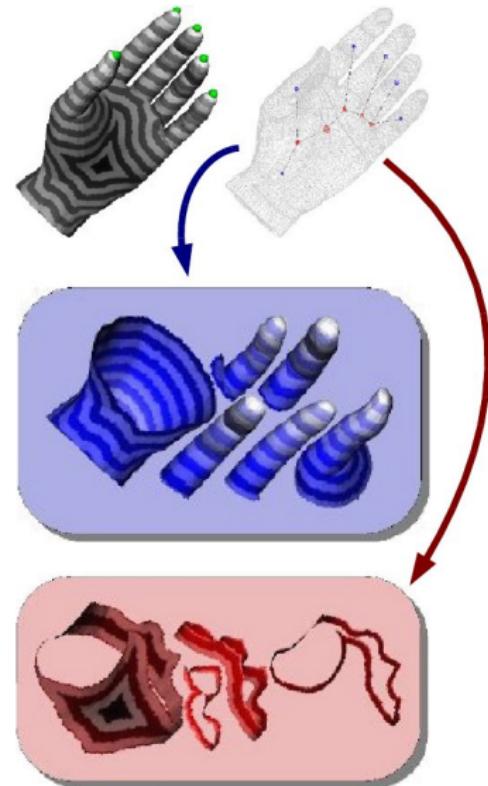
- Similarité entre graphes ;
- Quid de la géométrie ?

Carte de Reeb

- $\Psi : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{R}(f)$;
- $\mathcal{C}_i = \Psi^{-1}(\mathcal{E}_i)$;

Propriétés des cartes de Reeb [TVD07a]

- Genre 0 ;
- Topologie d'un disque ;
- ...ou d'un anneau ;
- Analyse géométrique possible !



Dépliage de cartes de type disque

- Application vers un domaine canonique :
 - Disque planaire unitaire.
- Caractériser sa distorsion.

Application

- ϕ_i :
 - Lignes de niveau de f ;
 - \Rightarrow cercles concentriques ;

Signature

- $\rho(v) \in]0, 1]$;
- $\lambda_{\phi_i}(\rho) = \frac{\mathcal{A}_{C_i}(\rho)}{\mathcal{A}_{D_D}(\rho)} = \frac{\mathcal{A}_{C_i}(\rho)}{\pi\rho^2}$;

Dépliage de cartes de type disque

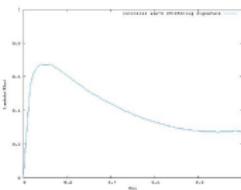
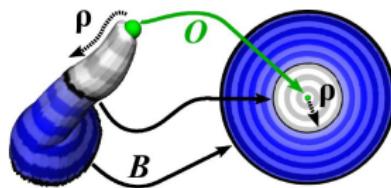
- Application vers un domaine canonique :
 - Disque planaire unitaire.
- Caractériser sa distortion.

Application

- ϕ_i :
 - Lignes de niveau de f ;
 - \Rightarrow cercles concentriques ;

Signature

- $\rho(v) \in]0, 1]$;
- $\lambda_{\phi_i}(\rho) = \frac{\mathcal{A}_{C_i}(\rho)}{\mathcal{A}_{D_D}(\rho)} = \frac{\mathcal{A}_{C_i}(\rho)}{\pi\rho^2}$;



Dépliage de cartes de type disque

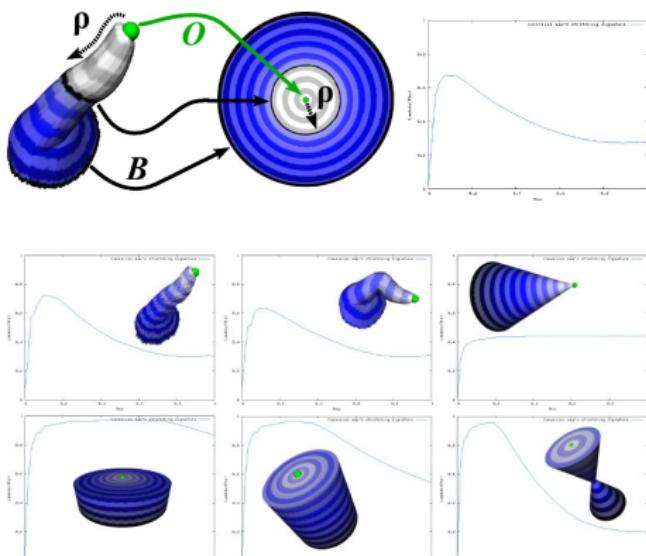
- Application vers un domaine canonique :
 - Disque planaire unitaire.
- Caractériser sa distortion.

Application

- ϕ_i :
 - Lignes de niveau de f ;
 - \Rightarrow cercles concentriques ;

Signature

- $\rho(v) \in]0, 1]$;
- $\lambda_{\phi_i}(\rho) = \frac{\mathcal{A}_{C_i}(\rho)}{\mathcal{A}_{D_D}(\rho)} = \frac{\mathcal{A}_{C_i}(\rho)}{\pi \rho^2}$;



Dépliage de cartes de type anneau

- Raisonnement analogue ;
- Domaine canonique :
 - Anneau planaire unitaire.
- Caractériser la distorsion.

Application

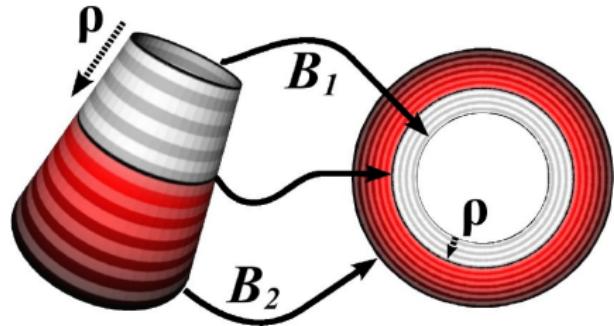
- ϕ_j :
 - Lignes de niveau de f ;
 - \Rightarrow cercles concentriques ;

Signature

- $\lambda_{\phi_j}(\rho) = \frac{\mathcal{A}_{C_j}(\rho)}{\mathcal{A}_{D_A}(\rho)} = \frac{\mathcal{A}_{C_j}(\rho)}{\pi(\rho+1)^2 - \pi}$

Dépliage de cartes de type anneau

- Raisonnement analogue ;
- Domaine canonique :
 - Anneau planaire unitaire.
- Caractériser la distorsion.

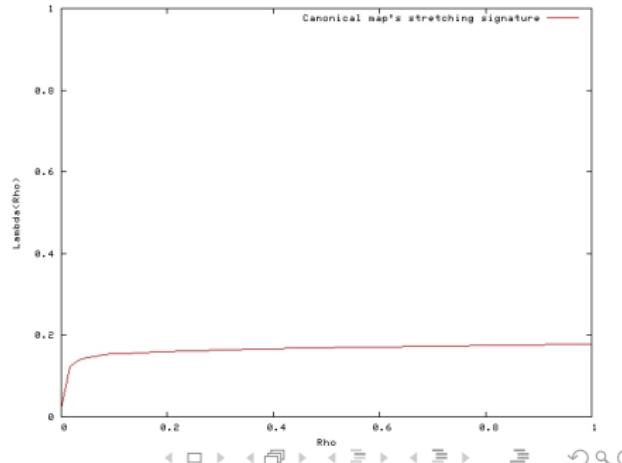


Application

- ϕ_j :
 - Lignes de niveau de f ;
 - \Rightarrow cercles concentriques ;

Signature

- $\lambda_{\phi_j}(\rho) = \frac{\mathcal{A}_{C_j}(\rho)}{\mathcal{A}_{D_A}(\rho)} = \frac{\mathcal{A}_{C_j}(\rho)}{\pi(\rho+1)^2 - \pi}$



Motifs de Reeb

- Idées :
 - Mise en correspondance de sous-graphes ;
 - Similarité fonction des signatures géométriques ;
 - Distorsion *structurelle* possible !

Motif de Reeb

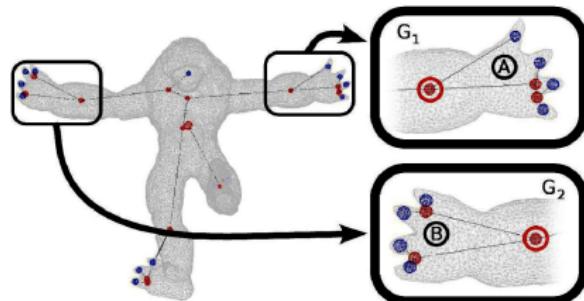
- \mathcal{C}_i : carte de Reeb type anneau ;
- \mathcal{B}^- : bord *bas* ($f_{\mathcal{B}^-}$) de \mathcal{C}_i ;
- **Motif de Reeb :**
 - CC de $f^{-1}[f_{\mathcal{B}^-}, +\infty[$;
 - \mathcal{B}^- : seul bord.

Propriété [TVD08c]

$$n_{\mathcal{D}}(\mathcal{P}_i) = n_{\mathcal{A}}(\mathcal{P}_i) + 1 - 3g$$

Motifs de Reeb

- Idées :
 - Mise en correspondance de sous-graphes ;
 - Similarité fonction des signatures géométriques ;
 - Distorsion *structurelle* possible !



Motif de Reeb

- \mathcal{C}_i : carte de Reeb type anneau ;
- \mathcal{B}^- : bord bas ($f_{\mathcal{B}^-}$) de \mathcal{C}_i ;
- Motif de Reeb :**
 - CC de $f^{-1}[f_{\mathcal{B}^-}, +\infty[$;
 - \mathcal{B}^- : seul bord.

Propriété [TVD08c]

$$n_{\mathcal{D}}(\mathcal{P}_i) = n_{\mathcal{A}}(\mathcal{P}_i) + 1 - 3g$$

Motifs de Reeb

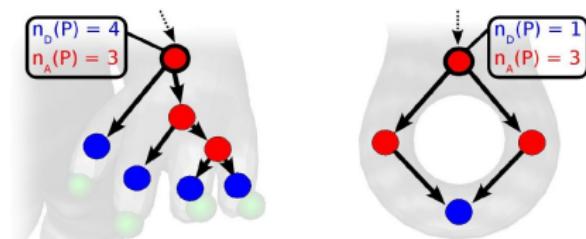
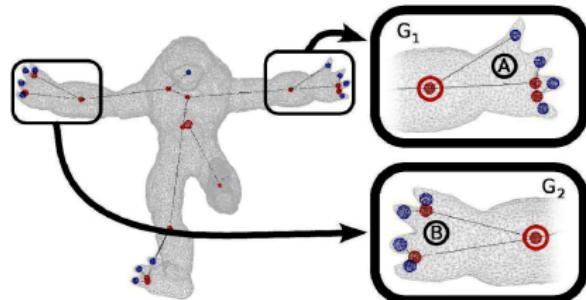
- Idées :
 - Mise en correspondance de sous-graphes ;
 - Similarité fonction des signatures géométriques ;
 - Distorsion *structurelle* possible !

Motif de Reeb

- \mathcal{C}_i : carte de Reeb type anneau ;
- \mathcal{B}^- : bord bas ($f_{\mathcal{B}^-}$) de \mathcal{C}_i ;
- Motif de Reeb :**
 - CC de $f^{-1}[f_{\mathcal{B}^-}, +\infty[$;
 - \mathcal{B}^- : seul bord.

Propriété [TVD08c]

$$n_D(\mathcal{P}_i) = n_A(\mathcal{P}_i) + 1 - 3g$$



Mise en correspondance

Principe

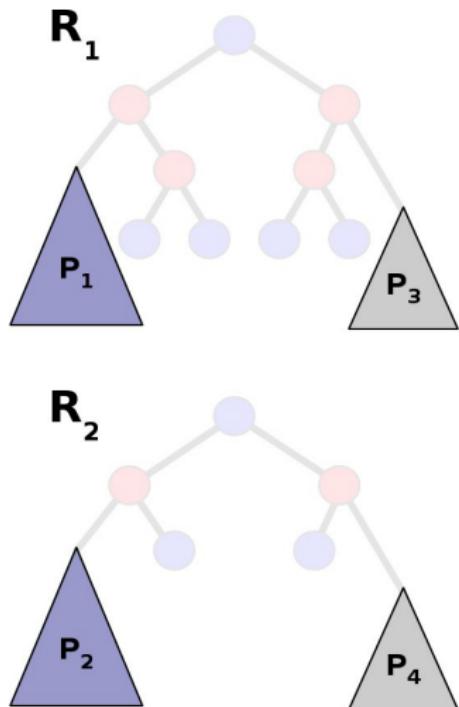
- $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2$: graphes de $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$;
- $m : \mathcal{T}(\mathcal{P})_1 \rightarrow \mathcal{T}(\mathcal{P})_2$, $m \in \mathcal{M}$;
- Pour chaque m :
 - Expansion dans les graphes (MAJ m) ;
 - Correspondance bipartite intra-motif ;
 - Similarité $S(m)$ (L_1 des signatures).
- **Résultat** :
 - $\widehat{m^*}$: maximum de S dans \mathcal{M} ;
 - $S(\widehat{m^*})$: similarité partielle entre \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 ;
 - $\widehat{\mathcal{G}}_1^*, \widehat{\mathcal{G}}_2^*$: sous-parties similaires de \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 .
- Réduction de l'espace de recherche ;
- Prise en compte de la distorsion.

Mise en correspondance

Principe

- $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2$: graphes de $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$;
 - $m : \mathcal{T}(\mathcal{P})_1 \rightarrow \mathcal{T}(\mathcal{P})_2$, $m \in \mathcal{M}$;
 - Pour chaque m :
 - Expansion dans les graphes (MAJ m) ;
 - Correspondance bipartite intra-motif ;
 - Similarité $S(m)$ (L_1 des signatures).
 - **Résultat** :
 - $\widehat{m^*}$: maximum de S dans \mathcal{M} ;
 - $S(\widehat{m^*})$: similarité partielle entre \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 ;
 - $\widehat{\mathcal{G}}_1^*, \widehat{\mathcal{G}}_2^*$: sous-parties similaires de \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 .

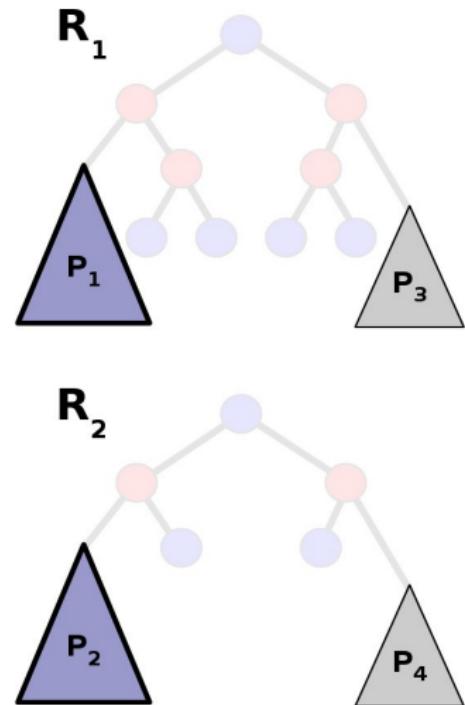
- Réduction de l'espace de recherche ;
 - Prise en compte de la distorsion.



Mise en correspondance

Principe

- $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2$: graphes de $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$;
- $m : \mathcal{T}(\mathcal{P})_1 \rightarrow \mathcal{T}(\mathcal{P})_2, m \in \mathcal{M}$;
- Pour chaque m :
 - Expansion dans les graphes (MAJ m) ;
 - Correspondance bipartite intra-motif ;
 - Similarité $S(m)$ (L_1 des signatures).
- **Résultat :**
 - $\widehat{m^*}$: maximum de S dans \mathcal{M} ;
 - $S(\widehat{m^*})$: similarité partielle entre \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 ;
 - $\mathcal{G}_1^*, \mathcal{G}_2^*$: sous-parties similaires de \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 .

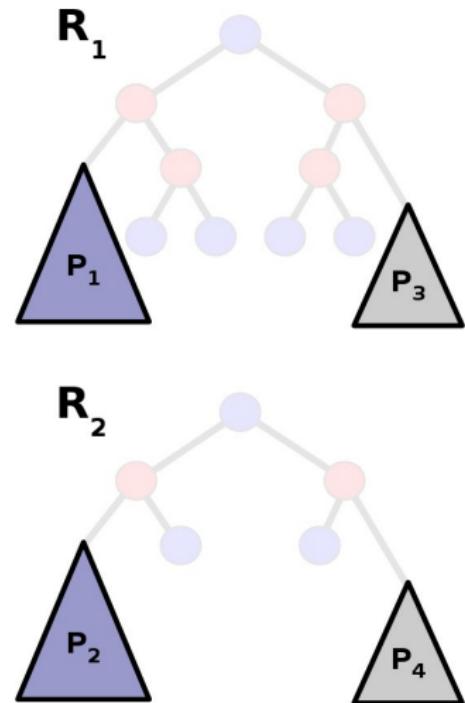


- Réduction de l'espace de recherche ;
- Prise en compte de la distorsion.

Mise en correspondance

Principe

- $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2$: graphes de $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$;
- $m : \mathcal{T}(\mathcal{P})_1 \rightarrow \mathcal{T}(\mathcal{P})_2$, $m \in \mathcal{M}$;
- Pour chaque m :
 - Expansion dans les graphes (MAJ m) ;
 - Correspondance bipartite intra-motif ;
 - Similarité $S(m)$ (L_1 des signatures).
- **Résultat :**
 - $\widehat{m^*}$: maximum de S dans \mathcal{M} ;
 - $S(\widehat{m^*})$: similarité partielle entre \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 ;
 - $\mathcal{G}_1^*, \mathcal{G}_2^*$: sous-parties similaires de \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 .

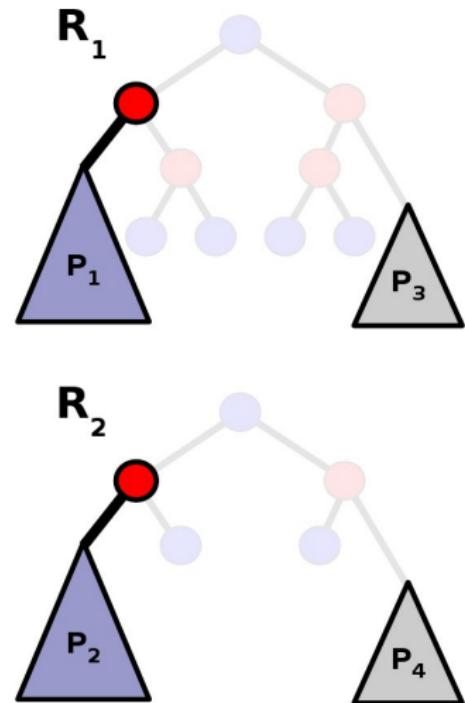


- Réduction de l'espace de recherche ;
- Prise en compte de la distorsion.

Mise en correspondance

Principe

- $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2$: graphes de $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$;
- $m : \mathcal{T}(\mathcal{P})_1 \rightarrow \mathcal{T}(\mathcal{P})_2$, $m \in \mathcal{M}$;
- Pour chaque m :
 - Expansion dans les graphes (MAJ m) ;
 - Correspondance bipartite intra-motif ;
 - Similarité $S(m)$ (L_1 des signatures).
- **Résultat** :
 - $\widehat{m^*}$: maximum de S dans \mathcal{M} ;
 - $S(\widehat{m^*})$: similarité partielle entre \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 ;
 - $\widehat{\mathcal{G}}_1^*, \widehat{\mathcal{G}}_2^*$: sous-parties similaires de \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 .

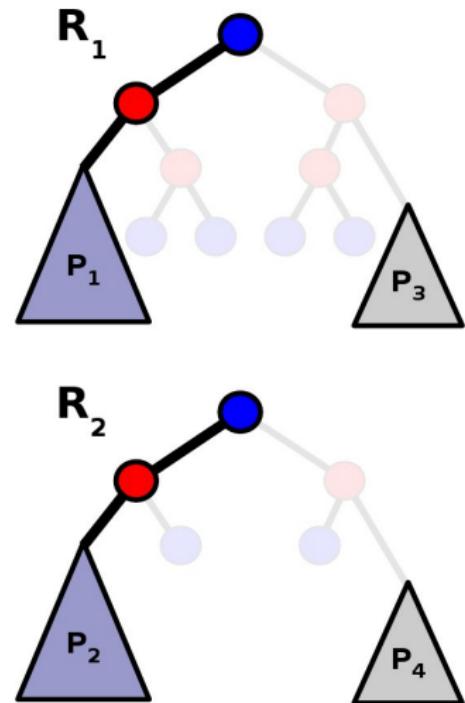


- Réduction de l'espace de recherche ;
- Prise en compte de la distorsion.

Mise en correspondance

Principe

- $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2$: graphes de $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$;
- $m : \mathcal{T}(\mathcal{P})_1 \rightarrow \mathcal{T}(\mathcal{P})_2$, $m \in \mathcal{M}$;
- Pour chaque m :
 - Expansion dans les graphes (MAJ m) ;
 - Correspondance bipartite intra-motif ;
 - Similarité $S(m)$ (L_1 des signatures).
- **Résultat** :
 - $\widehat{m^*}$: maximum de S dans \mathcal{M} ;
 - $S(\widehat{m^*})$: similarité partielle entre \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 ;
 - $\widehat{\mathcal{G}}_1^*, \widehat{\mathcal{G}}_2^*$: sous-parties similaires de \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 .

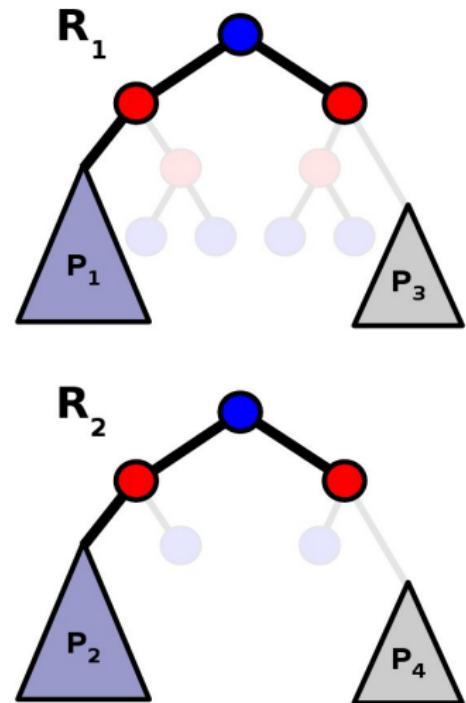


- Réduction de l'espace de recherche ;
- Prise en compte de la distorsion.

Mise en correspondance

Principe

- $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2$: graphes de $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$;
- $m : \mathcal{T}(\mathcal{P})_1 \rightarrow \mathcal{T}(\mathcal{P})_2$, $m \in \mathcal{M}$;
- Pour chaque m :
 - Expansion dans les graphes (MAJ m) ;
 - Correspondance bipartite intra-motif ;
 - Similarité $S(m)$ (L_1 des signatures).
- **Résultat** :
 - $\widehat{m^*}$: maximum de S dans \mathcal{M} ;
 - $S(\widehat{m^*})$: similarité partielle entre \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 ;
 - $\widehat{\mathcal{G}}_1^*, \widehat{\mathcal{G}}_2^*$: sous-parties similaires de \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 .



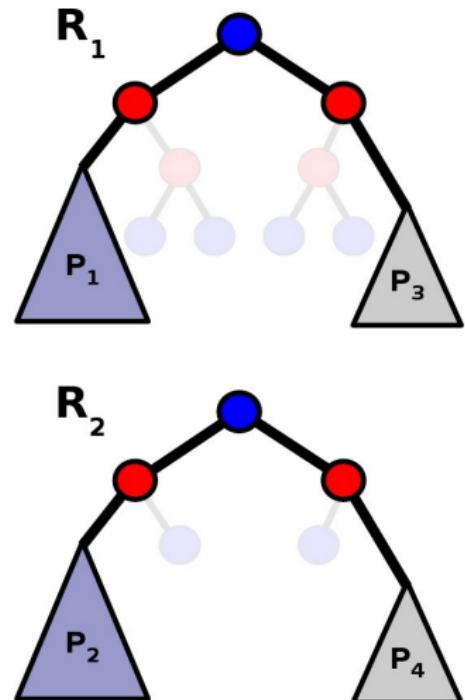
- Réduction de l'espace de recherche ;
- Prise en compte de la distorsion.

Mise en correspondance

Principe

- $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2$: graphes de $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$;
- $m : \mathcal{T}(\mathcal{P})_1 \rightarrow \mathcal{T}(\mathcal{P})_2, m \in \mathcal{M}$;
- Pour chaque m :
 - Expansion dans les graphes (MAJ m) ;
 - Correspondance bipartite intra-motif ;
 - Similarité $S(m)$ (L_1 des signatures).
- **Résultat :**
 - $\widehat{m^*}$: maximum de S dans \mathcal{M} ;
 - $S(\widehat{m^*})$: similarité partielle entre \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 ;
 - $\widehat{\mathcal{G}}_1^*, \widehat{\mathcal{G}}_2^*$: sous-parties similaires de \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 .

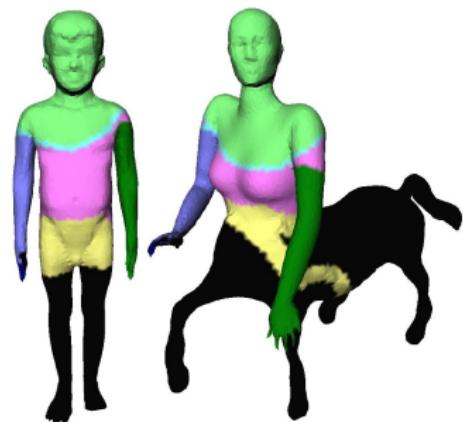
- Réduction de l'espace de recherche ;
- Prise en compte de la distorsion.



Mise en correspondance

Principe

- $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2$: graphes de $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$;
- $m : \mathcal{T}(\mathcal{P})_1 \rightarrow \mathcal{T}(\mathcal{P})_2$, $m \in \mathcal{M}$;
- Pour chaque m :
 - Expansion dans les graphes (MAJ m) ;
 - Correspondance bipartite intra-motif ;
 - Similarité $S(m)$ (L_1 des signatures).
- **Résultat** :
 - $\widehat{m^*}$: maximum de S dans \mathcal{M} ;
 - $S(\widehat{m^*})$: similarité partielle entre \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 ;
 - $\widehat{\mathcal{G}}_1^*, \widehat{\mathcal{G}}_2^*$: sous-parties similaires de \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 .

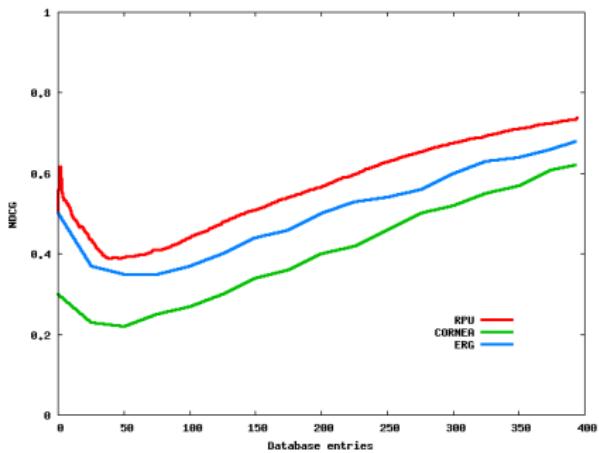


- Réduction de l'espace de recherche ;
- Prise en compte de la distorsion.

Résultats

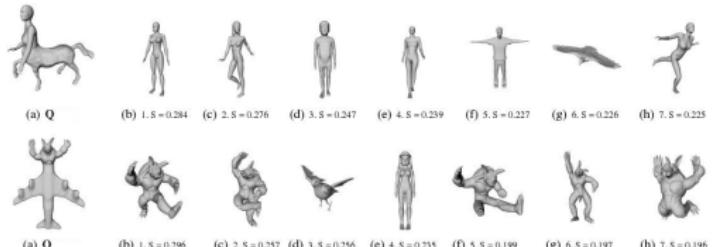
Jeu de données

- Concours international SHREC'07 ;
- 400 surfaces, 20 classes :
 - Variation topologique ;
 - Variation affine, isométrique ;
 - Opérations booléennes, etc.
- 30 requêtes “mixtes” ;
- Vérité terrain par requête.



Performances :

- Gain de **14,1%** ;
- 4 à 30 s. par requête ;
- Implémentation disponible.



Application à la modélisation par l'exemple



[SBS CO06]

Principe

- ① Modèle *exemple* ;
- ② Requête par similarité partielle : **exemples fournis par le système** ;
- ③ Suggestions automatiques de compositions, permutations ;
- ④ Permutations interactives des sous-parties [SBS CO06].

Exemple d'utilisation

Exemple requête

Nouvelle forme

Résultats

Exemple d'utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats

Exemple d'utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.61$



2. $S = 0.50$



3. $S = 0.42$



4. $S = 0.40$

Exemple d'utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.61$



2. $S = 0.50$



3. $S = 0.42$



4. $S = 0.40$

Exemple d'utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.61$



2. $S = 0.50$



3. $S = 0.42$



4. $S = 0.40$

Exemple d'utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.61$



2. $S = 0.50$



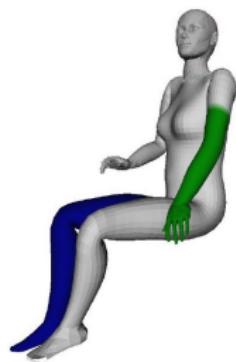
3. $S = 0.42$



4. $S = 0.40$

Exemple d'utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.61$



2. $S = 0.50$



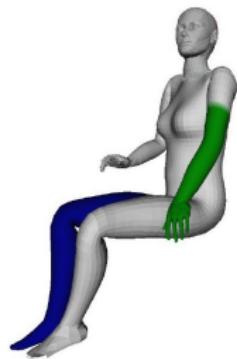
3. $S = 0.42$



4. $S = 0.40$

Exemple d'utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.61$



2. $S = 0.50$



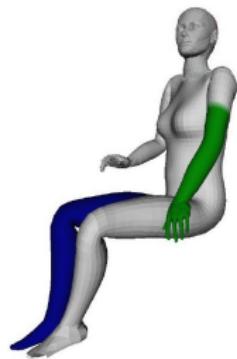
3. $S = 0.42$



4. $S = 0.40$

Exemple d'utilisation

Exemple requête

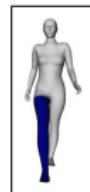


Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.61$



2. $S = 0.50$



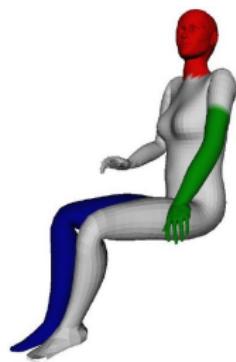
3. $S = 0.42$



4. $S = 0.40$

Exemple d'utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.61$



2. $S = 0.50$



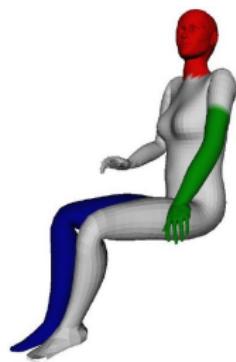
3. $S = 0.42$



4. $S = 0.40$

Exemple d'utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.61$



2. $S = 0.50$



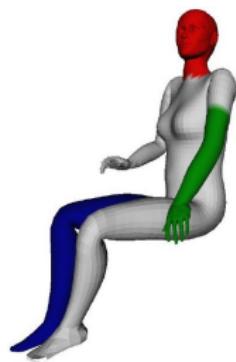
3. $S = 0.42$



4. $S = 0.40$

Exemple d'utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.61$



2. $S = 0.50$



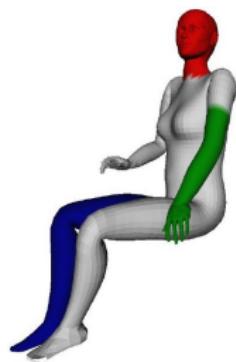
3. $S = 0.42$



4. $S = 0.40$

Exemple d'utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.61$



2. $S = 0.50$



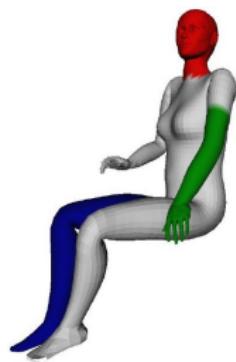
3. $S = 0.42$



4. $S = 0.40$

Exemple d'utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme



Résultats



1. $S = 0.61$



2. $S = 0.50$



3. $S = 0.42$



4. $S = 0.40$

Décomposition fonctionnelle d'une forme

IEEE SMI 2007 [TVD07b]

IEEE ICPR 2008 [TVD08b]

Segmentation orientée sémantique

- Objectifs :

- Décomposition de l'objet ;
- Segments assurant des fonctions distinctes ;
- Inférer une connaissance de l'objet par sa structure.

Applications

- Reconnaissance ;
- Édition de forme, morphing ;
- Coloriage et placage de texture ;

Approches

- Théorie de la perception [Bie87] (heuristiques) ;
- Analyse de forme 3D variant dans le temps.**

Segmentation orientée sémantique

- Objectifs :
 - Décomposition de l'objet ;
 - Segments assurant des fonctions distinctes ;
 - Inférer une connaissance de l'objet par sa structure.

Applications

- Reconnaissance ;
- Édition de forme, morphing ;
- Coloriage et placage de texture ;



[KLT05]



[LZ07]

Approches

- ① Théorie de la perception [Bie87] (heuristiques) ;
- ② **Analyse de forme 3D variant dans le temps.**

Segmentation orientée sémantique

- Objectifs :
 - Décomposition de l'objet ;
 - Segments assurant des fonctions distinctes ;
 - Inférer une connaissance de l'objet par sa structure.



[KLT05]

Applications

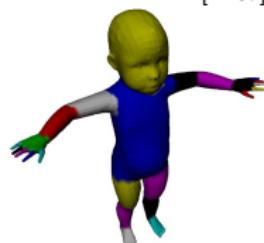
- Reconnaissance ;
- Édition de forme, morphing ;
- Coloriage et placage de texture ;



[LZ07]

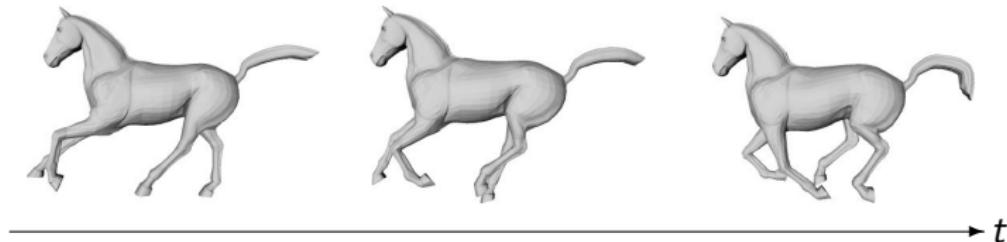
Approches

- Théorie de la perception [Bie87] (heuristiques) ;
- Analyse de forme 3D variant dans le temps.**



[TVD07b]

Analyse de forme 3D variant dans le temps



Données 3D+T

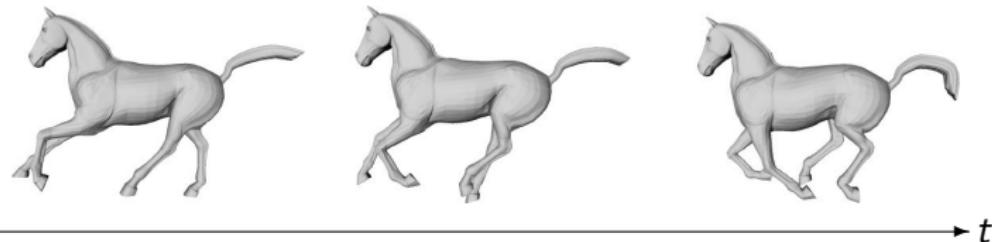
- Surface triangulée ;
- $\forall v \in S :$ séquence $p \in \mathbb{R}^3 !$
- Surveillance, simulation.

Principe

- Zones de mouvements homogènes ;
- Mouvement : transformations affines

[MZP06, LWC06, SY07, dATTS08].

Analyse de forme 3D variant dans le temps



Données 3D+T

- Surface triangulée ;
- $\forall v \in S :$ séquence $p \in \mathbb{R}^3 !$
- Surveillance, simulation.

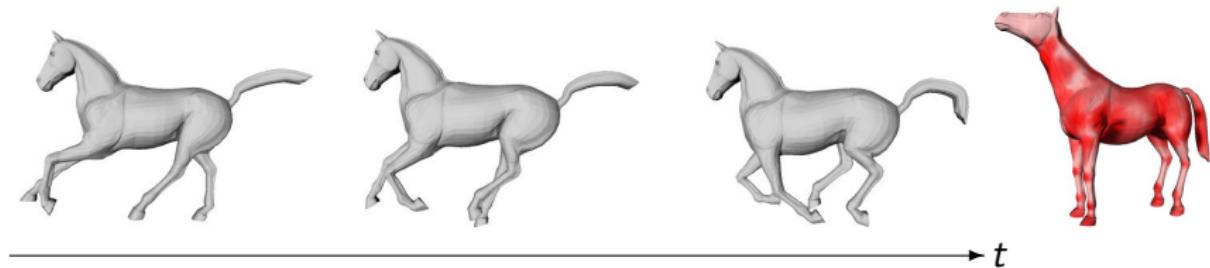
Principe

- Zones de mouvements homogènes ;
- Mouvement : transformations affines

[MZP06, LWC06, SY07, dATTS08].

- Rotations, translations : affinités **mais aussi** isométries ;
- $\mathcal{L}_d(v) = \sum_{t=0}^{N_F} \sum_{\forall v_i \in Lk_0(v)} \frac{1}{|Lk_0(v)|} (d(v^t, v_i^t) - d(v^{t+1}, v_i^{t+1}))^2 ;$

Analyse de forme 3D variant dans le temps



Données 3D+T

- Surface triangulée ;
- $\forall v \in S :$ séquence $p \in \mathbb{R}^3 !$
- Surveillance, simulation.

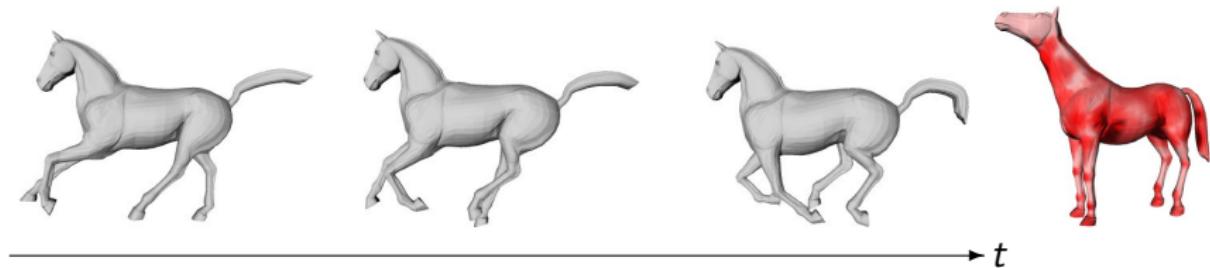
Principe

- Zones de mouvements homogènes ;
- Mouvement : transformations affines

[MZP06, LWC06, SY07, dATTS08].

- Rotations, translations : affinités **mais aussi** isométries ;
- $\mathcal{L}_d(v) = \sum_{t=0}^{N_F} \sum_{\forall v_i \in Lk_0(v)} \frac{1}{|Lk_0(v)|} (d(v^t, v_i^t) - d(v^{t+1}, v_i^{t+1}))^2 ;$

Analyse de forme 3D variant dans le temps



Données 3D+T

- Surface triangulée ;
- $\forall v \in S :$ séquence $p \in \mathbb{R}^3 !$
- Surveillance, simulation.

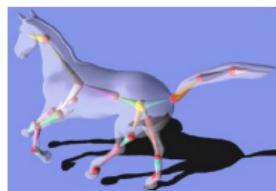
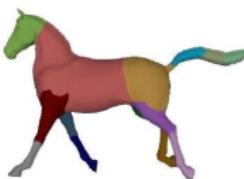
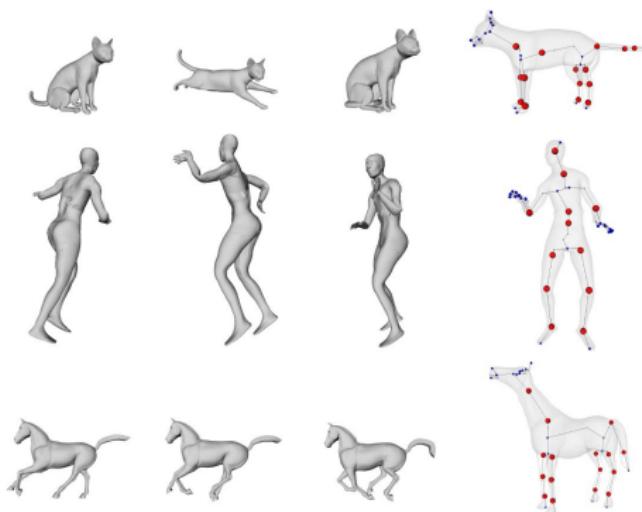
Principe

- Zones de mouvements homogènes ;
- Mouvement : transformations affines

[MZP06, LWC06, SY07, dATTS08].

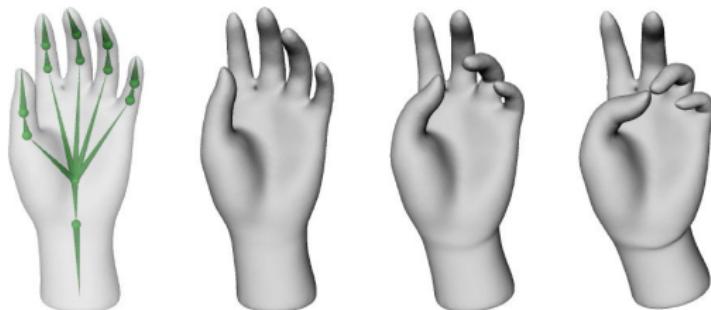
- Rotations, translations : affinités **mais aussi** isométries ;
- $\mathcal{L}_d(v) = \sum_{t=0}^{N_F} \sum_{\forall v_i \in Lk_0(v)} \frac{1}{|Lk_0(v)|} (d(v^t, v_i^t) - d(v^{t+1}, v_i^{t+1}))^2 ;$
- Constriction de contours (fonction g).

Résultats : squelettes kinématiques

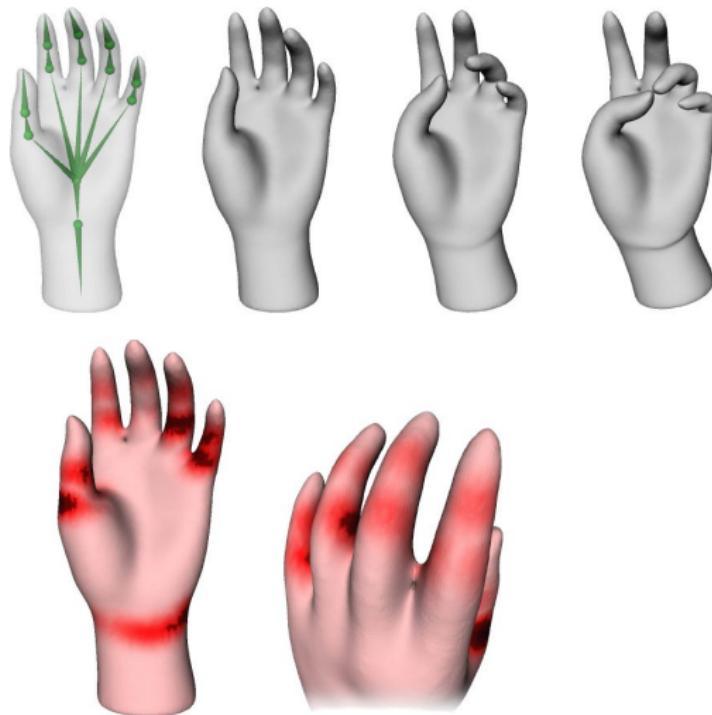


Approches	Temps (s.)
Approche présentée de Aguiar et al. [dATTS08]	12.7
Lee et al. [LWC06]	21
	806

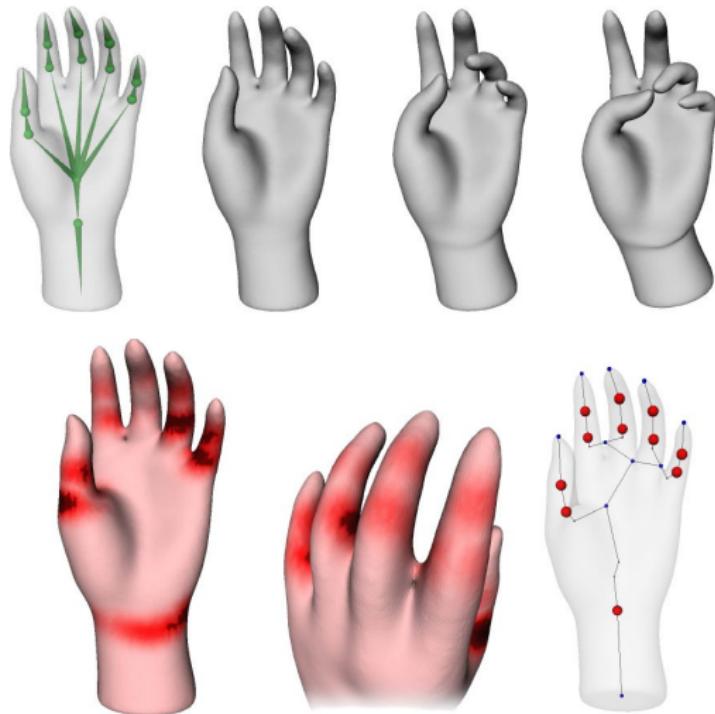
Application à l'ingénierie inverse



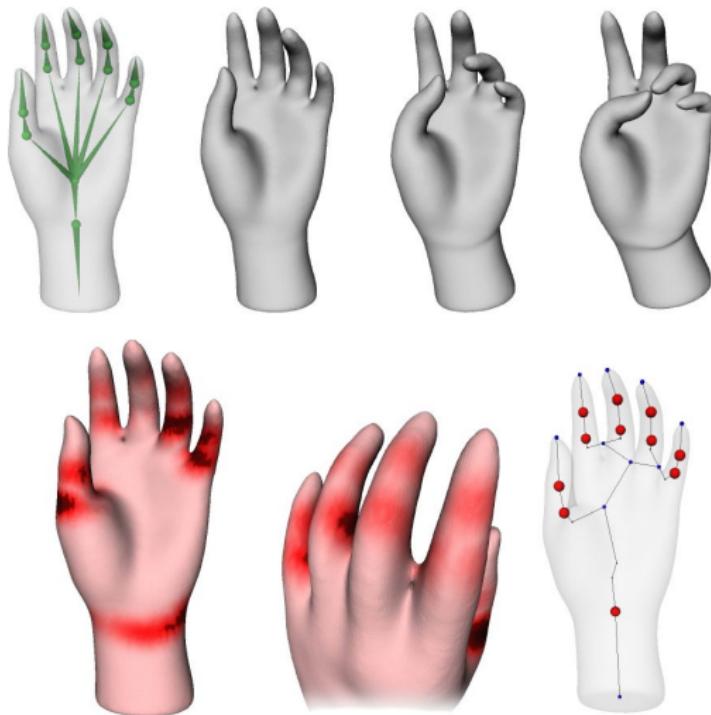
Application à l'ingénierie inverse



Application à l'ingénierie inverse



Application à l'ingénierie inverse



Erreur verticale relative : **0.44%**

Conclusion

Contributions

Contributions

Modélisation de forme 3D

- Graphe de Reeb dans le discret :
 - Capture de la géométrie ;
 - Calcul géométrique sur $\mathcal{R}(f)$.
- Fonction PL Morse :
 - Invariance affine ;
 - Invariance isométrique ;
 - Robustesse ;
 - *Expressivité*.

Contributions

Modélisation de forme 3D

- Graphe de Reeb dans le discret :
 - Capture de la géométrie ;
 - Calcul géométrique sur $\mathcal{R}(f)$.
- Fonction PL Morse :
 - Invariance affine ;
 - Invariance isométrique ;
 - Robustesse ;
 - Expressivité.

Abstraction pour la manipulation

- Utilisation du calcul géométrique :
 - Contraction de contour ;
 - Constriction de contour.
- Déformation interactive ;
- Évaluation qualitative !

Contributions

Modélisation de forme 3D

- Graphe de Reeb dans le discret :
 - Capture de la géométrie ;
 - Calcul géométrique sur $\mathcal{R}(f)$.
- Fonction PL Morse :
 - Invariance affine ;
 - Invariance isométrique ;
 - Robustesse ;
 - Expressivité.

Indexation par similarité partielle

- Notion de cartes et motifs de Reeb :
 - Contrôle topologique ;
 - Améliore la description ;
 - Améliore la comparaison.
- Gain de **14,1%** ;
- Modélisation par l'exemple ;
- **Évaluation quantitative !**

Abstraction pour la manipulation

- Utilisation du calcul géométrique :
 - Contraction de contour ;
 - Constriction de contour.
- Déformation interactive ;
- **Évaluation qualitative !**

Contributions

Modélisation de forme 3D

- Graphe de Reeb dans le discret :
 - Capture de la géométrie ;
 - Calcul géométrique sur $\mathcal{R}(f)$.
- Fonction PL Morse :
 - Invariance affine ;
 - Invariance isométrique ;
 - Robustesse ;
 - Expressivité.

Abstraction pour la manipulation

- Utilisation du calcul géométrique :
 - Contraction de contour ;
 - Constriction de contour.
- Déformation interactive ;
- **Évaluation qualitative !**

Indexation par similarité partielle

- Notion de cartes et motifs de Reeb :
 - Contrôle topologique ;
 - Améliore la description ;
 - Améliore la comparaison.
- Gain de **14,1%** ;
- Modélisation par l'exemple ;
- **Évaluation quantitative !**

Décomposition fonctionnelle

- Analyse de forme 3D+T ;
- squelette kinématique :
 - Notion d'erreur isométrique.
- Ingénierie inverse pour l'animation.

Perspectives

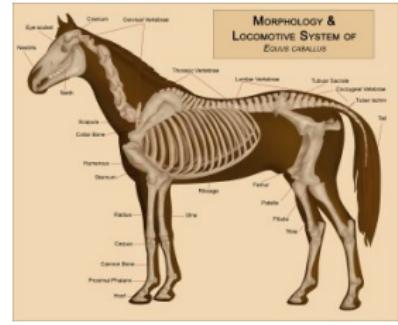
Sémantique des formes

- Animation de personnages :
 - Intégration d'informations anatomiques.
- Structure sémantique :
 - Apprentissage automatique ?
 - Projet ANR MADRAS (2008-2010) :
 - Décompositions vérité *terrain* ;
 - Critères de comparaison.

Perspectives

Sémantique des formes

- Animation de personnages :
 - Intégration d'informations anatomiques.
- Structure sémantique :
 - Apprentissage automatique ?
 - Projet ANR MADRAS (2008-2010) :
 - Décompositions vérité terrain ;
 - Critères de comparaison.

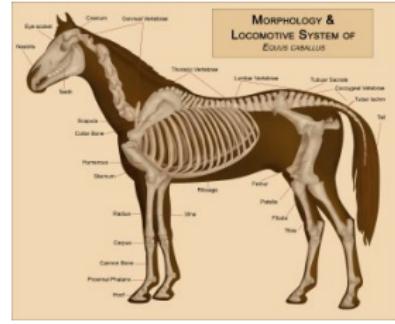


[AHLD07]

Perspectives

Sémantique des formes

- Animation de personnages :
 - Intégration d'informations anatomiques.
- Structure sémantique :
 - Apprentissage automatique ?
 - Projet ANR MADRAS (2008-2010) :
 - Décompositions vérité terrain ;
 - Critères de comparaison.



[AHLD07]

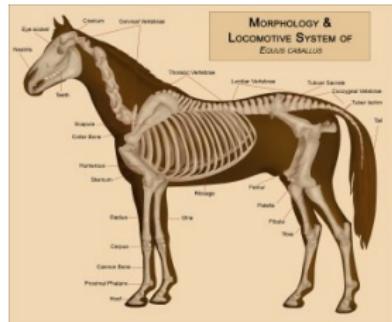
Modélisation de forme 3D+T

- Chemin dans l'espace des formes ?
- Transitions topologiques ?
 - Paramétrisation croisée ;
 - Graphe de Reeb [BPJ07].
- Quid de l'acquisition ? [PSBM07]

Perspectives

Sémantique des formes

- Animation de personnages :
 - Intégration d'informations anatomiques.
 - Structure sémantique :
 - Apprentissage automatique ?
 - Projet ANR MADRAS (2008-2010) :
 - Décompositions vérité terrain ;
 - Critères de comparaison.



[AHLD07]

Modélisation de forme 3D+T

- Chemin dans l'espace des formes
 - Transitions topologiques ?
 - Paramétrisation croisée ;
 - Graphe de Reeb [BPJ07].
 - Quid de l'acquisition ? [PSBM07]

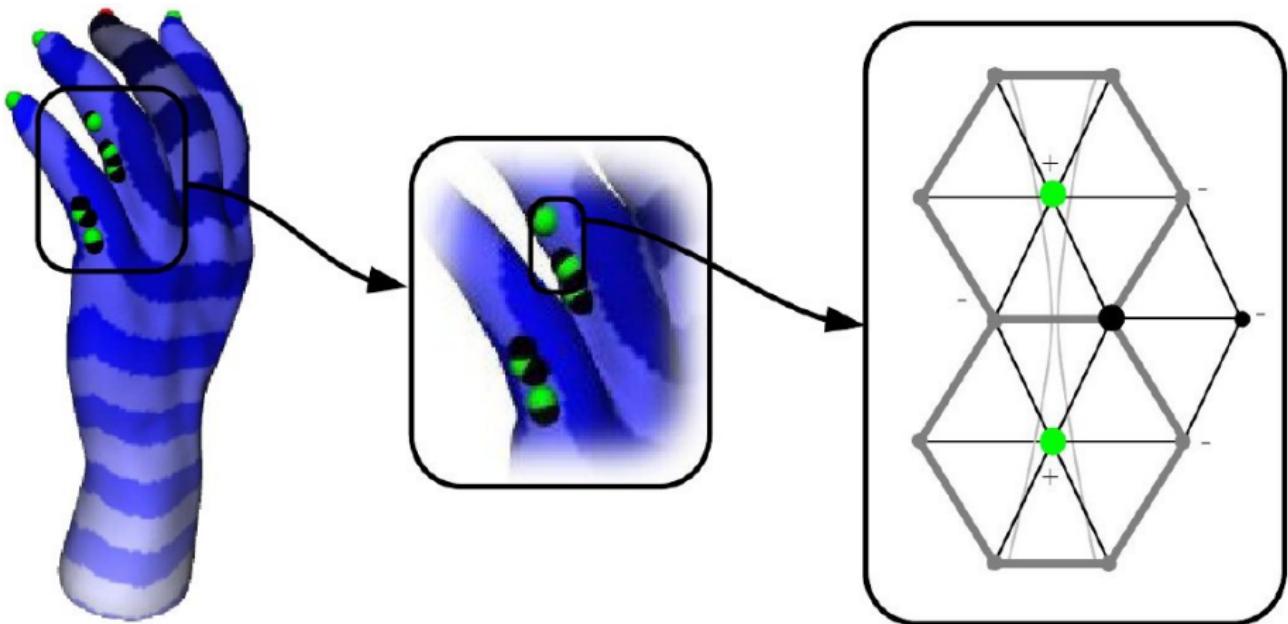


[BPJ07]

- Modélisation de forme 3D par graphe de Reeb :
 - "Invariant high-level Reeb graphs of 3D polygonal meshes",
Tierny J., Vandeborre J-P., Daoudi M. (IEEE 3DPVT 2006)
 - "3D mesh skeleton extraction using topological and geometrical analyses",
Tierny J., Vandeborre J-P., Daoudi M. (Pacific Graphics 2006)
- Abstraction pour la manipulation de forme :
 - "Enhancing 3D mesh topological skeletons with discrete contour constrictions",
Tierny J., Vandeborre J-P., Daoudi M. (The Visual Computer, 24(3), 2008)
- Indexation par similarité partielle :
 - "Reeb chart unfolding based 3D shape signatures",
Tierny J., Vandeborre J-P., Daoudi M. (Eurographics 2007)
 - "Partial 3D shape retrieval by Reeb pattern unfolding",
Tierny J., Vandeborre J-P., Daoudi M. (Computer Graphics Forum, AP 2009)
 - "3D object indexing", Berretti S., Daoudi M., Del Bimbo A., Filali-Ansary T., Pala P., **Tierny J., Vandeborre J-P., Chapitre de "3D object processing : compression, indexing and watermarking", Ed. Wiley, 2008.**
- Décomposition fonctionnelle :
 - "Topology driven 3D mesh hierarchical segmentation",
Tierny J., Vandeborre J-P., Daoudi M. (IEEE SMI 2007)
 - "Fast and precise kinematic skeleton extraction of 3D dynamic meshes",
Tierny J., Vandeborre J-P., Daoudi M. (IEEE ICPR 2008)
- <http://www.lifl.fr/~tierny>

Annexes

Échantillonnage des discontinuités



Extraction de sommets caractéristiques

Vidéo

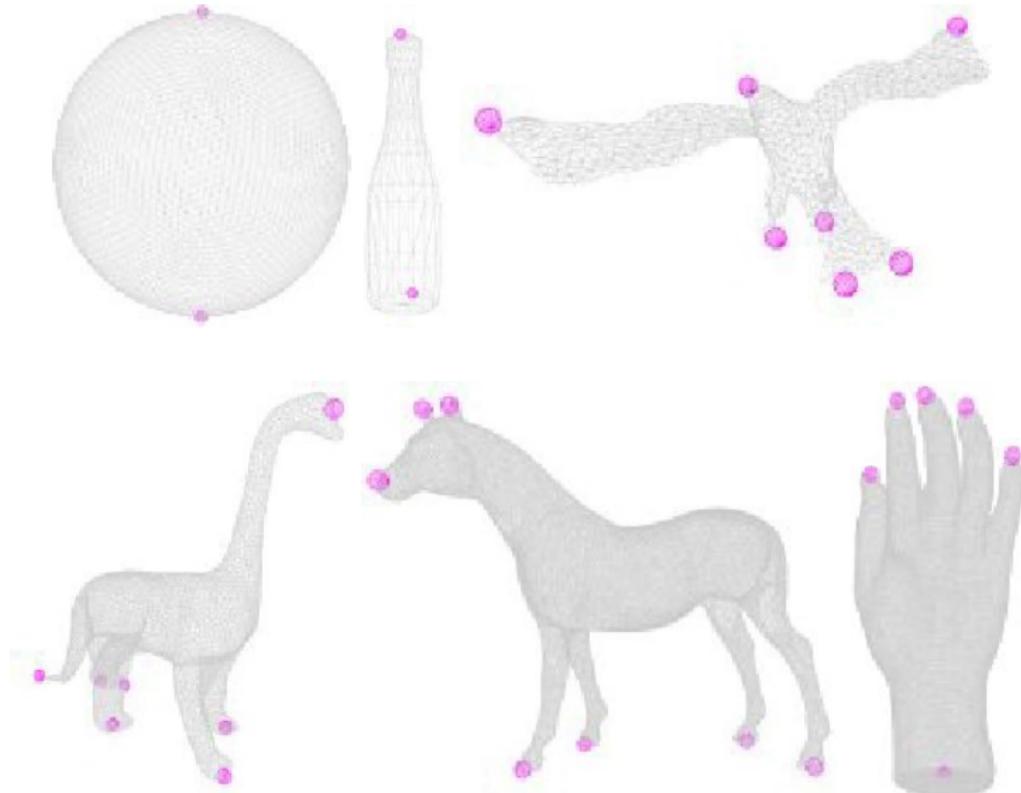
Influence du rayon du voisinage géodésique (ϵ)

Surface triangulée	$\epsilon = 0.01$	$\epsilon = 0.02$	$\epsilon = 0.05$	$\epsilon = 0.1$	$\epsilon = 0.2$
Sphère	2	2	2	2	2
Bouteille	2	2	2	2	2
Oiseau	9	9	7	7	6
Dinosaur	6	8	7	7	7
Cheval	6	6	7	7	7
Main	2	5	6	6	8

TAB.: Nombre de sommets caractéristiques en fonction de ϵ .

(valeur par défaut : $\epsilon = 0.05$)

Exemples de sommets caractéristiques

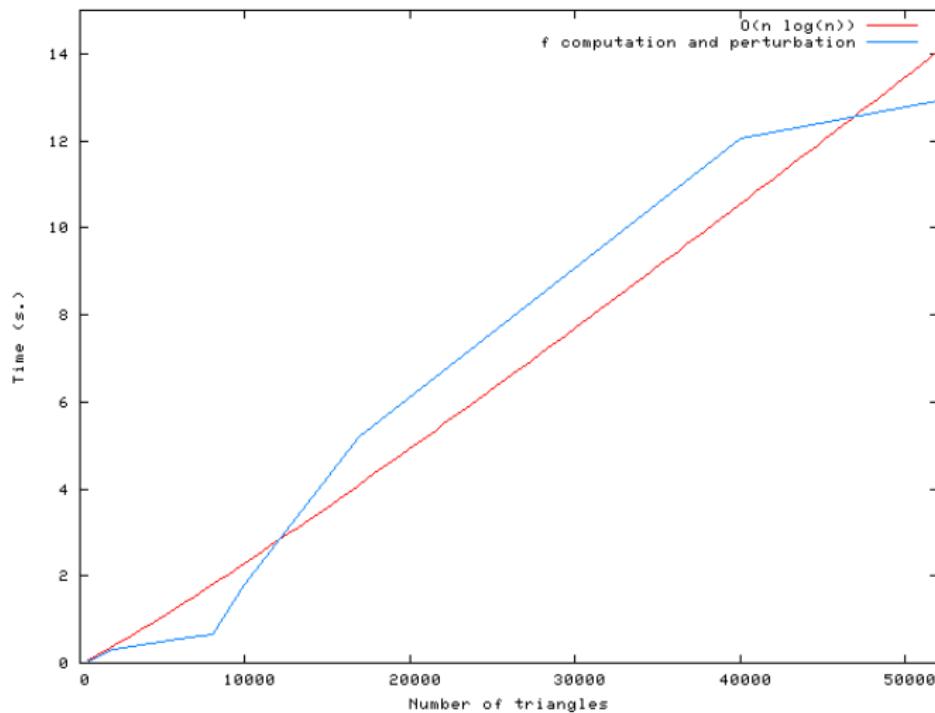


Temps de calcul

Surface triangulée	Triangles	Calcul de f (s.)	STA (s.)	Total (s.)
Ventilateur	456	0.052	0.008	0.060
Bouteille	512	0.033	0.014	0.047
Oiseau	1996	0.295	0.130	0.425
Bi-tore	6004	0.549	0.644	1.193
Sphère	8000	0.664	1.394	2.058
Dinauare	9989	1.813	1.323	3.136
Garçon	16878	5.184	2.726	7.910
Cheval	39996	12.041	14.499	26.54
Main	52000	12.908	51.439	64.347

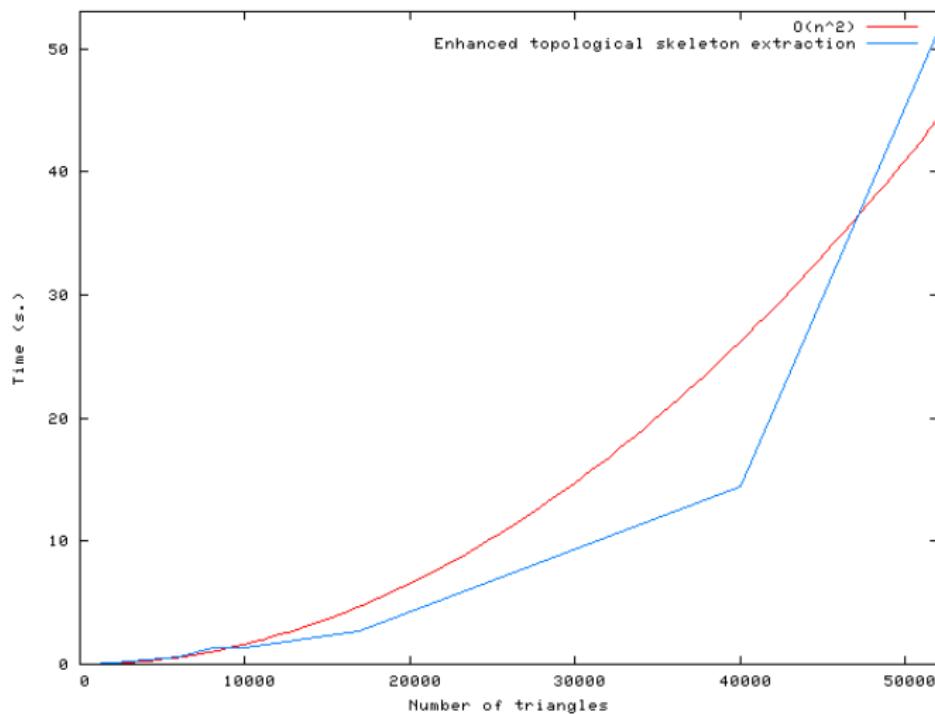
TAB.: Temps de calcul.

Temps de calcul : fonction f



Temps de calcul de f en fonction du nombre de sommets.

Temps de calcul : squelette topologique avancé



Temps de calcul du squelette topologique avancé en fonction du nombre de sommets.

Contraction de contour

Vidéo

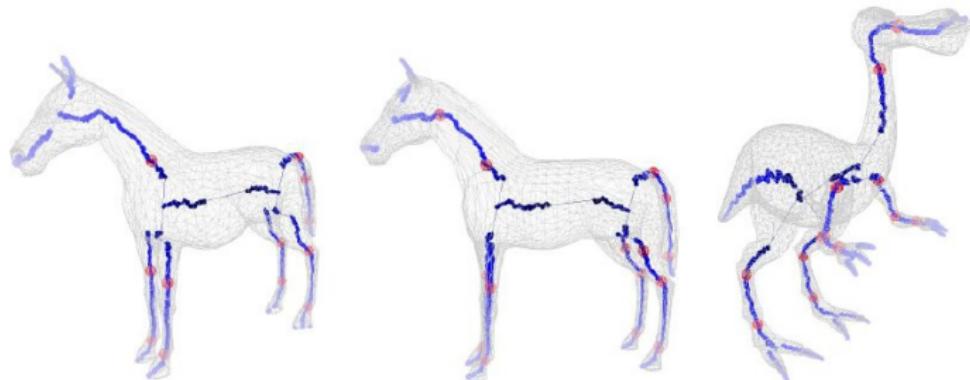
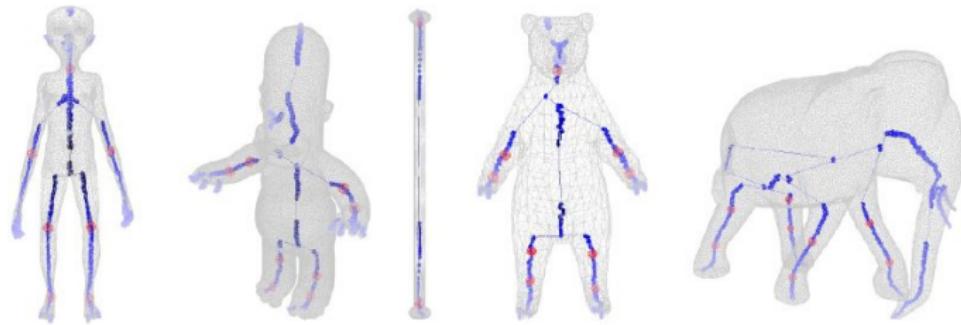
Influence de la fréquence de coupure (f_τ)

Surface triangulée	$f_\tau = 1$	$f_\tau = 5$	$f_\tau = 8$	$f_\tau = 10$	$f_\tau = 20$
Sphère	0	0	0	0	0
Bouteille	0	1	1	2	2
Oiseau	0	8	8	8	8
Dinosaur	0	12	13	15	13
Cheval	0	12	16	14	13
Main	0	10	11	13	13

TAB.: Nombre de constrictions en fonction de f_τ .

(valeur par défaut : $f_\tau = 8$)

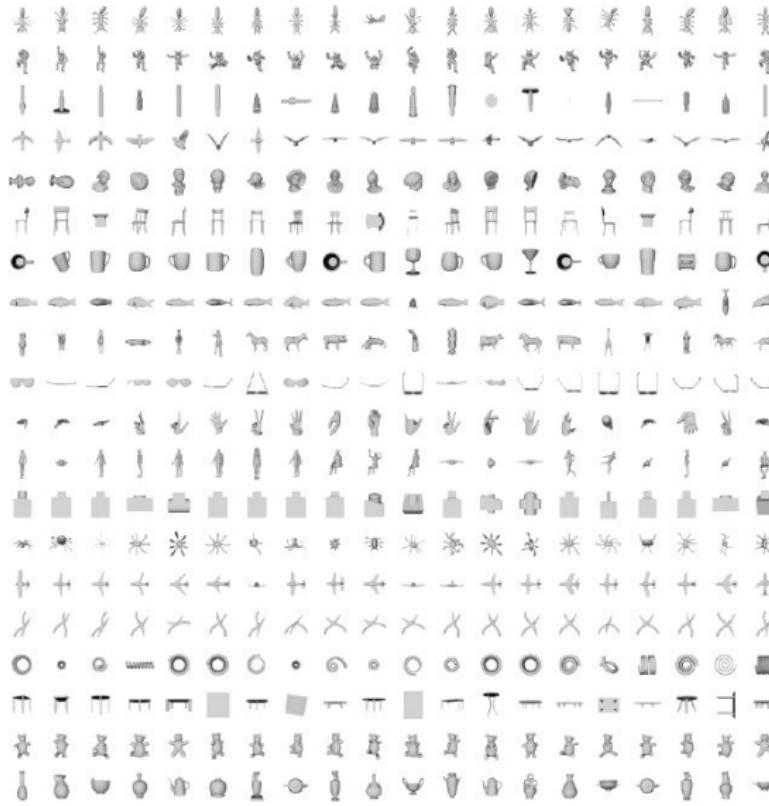
Autres squelettes de contrôle



Application à la déformation interactive

Vidéo

SHREC 2007 : jeu de données



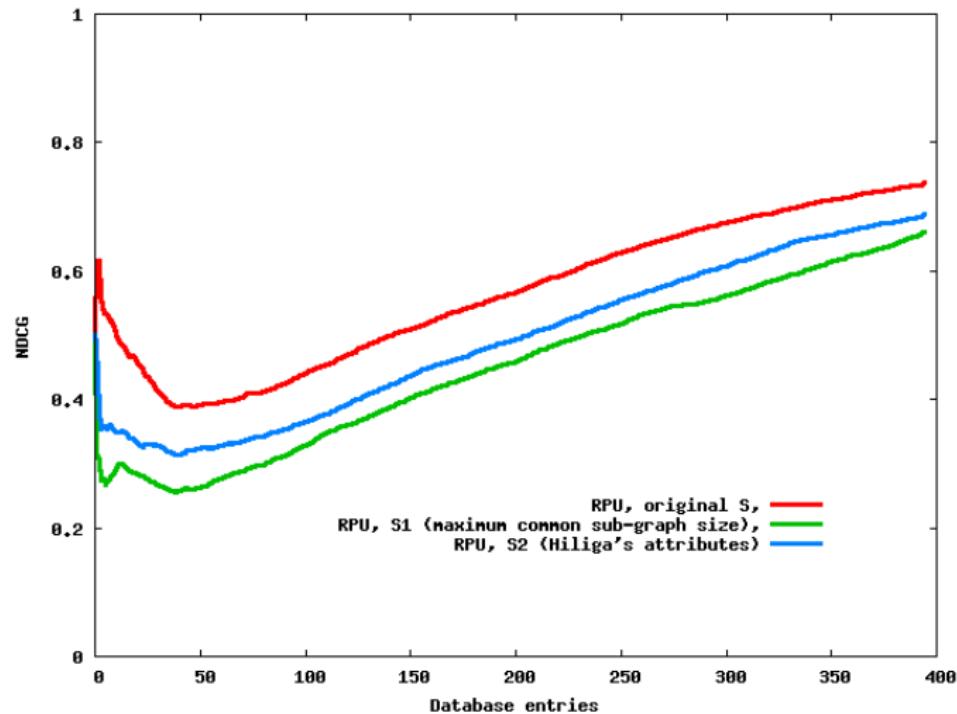
SHREC 2007 : requêtes



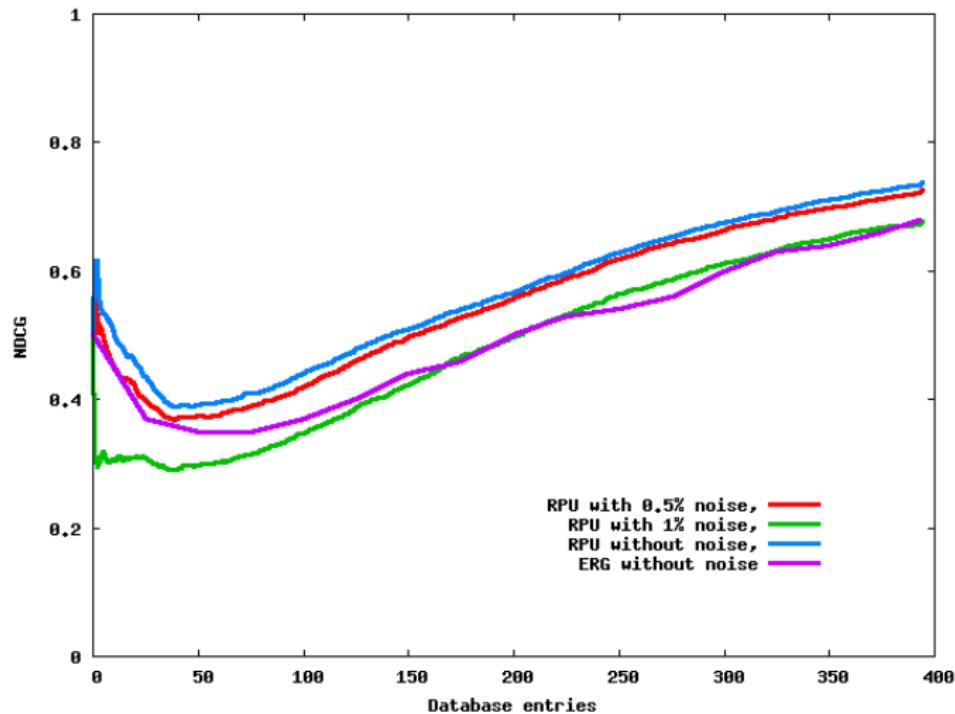
Similarité géométrique $S(m)$

$$S(m) = \frac{\sum_{\forall \mathcal{C}_i \in \mathcal{G}_1^m} (1 - L_{N1}(\mathcal{C}_i, m(\mathcal{C}_i)))^\alpha}{|\mathcal{R}_q|}$$

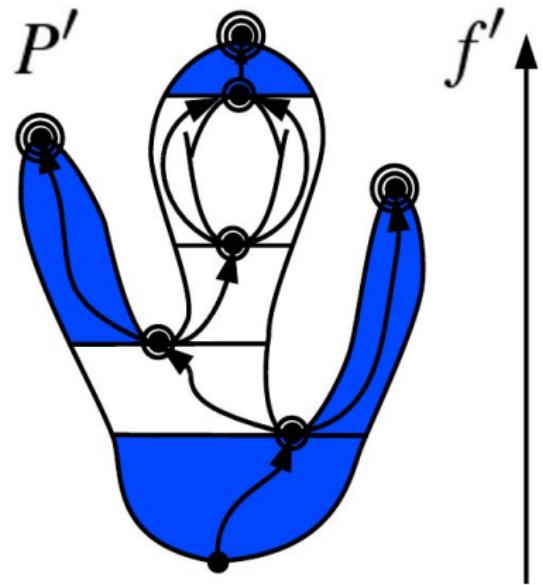
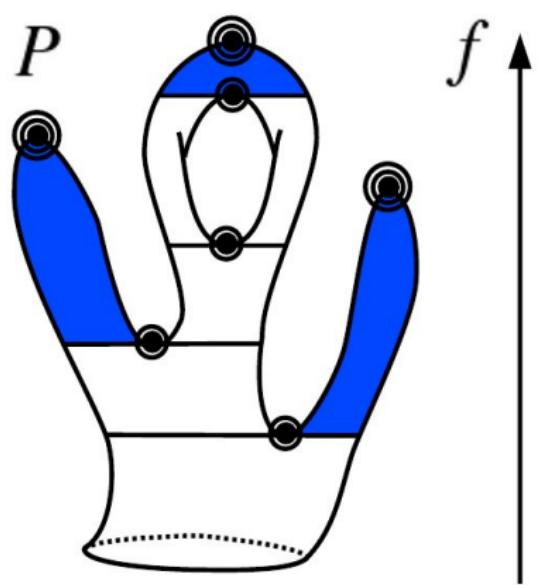
Contribution du dépliage de cartes de Reeb



Performance avec requêtes bruitées

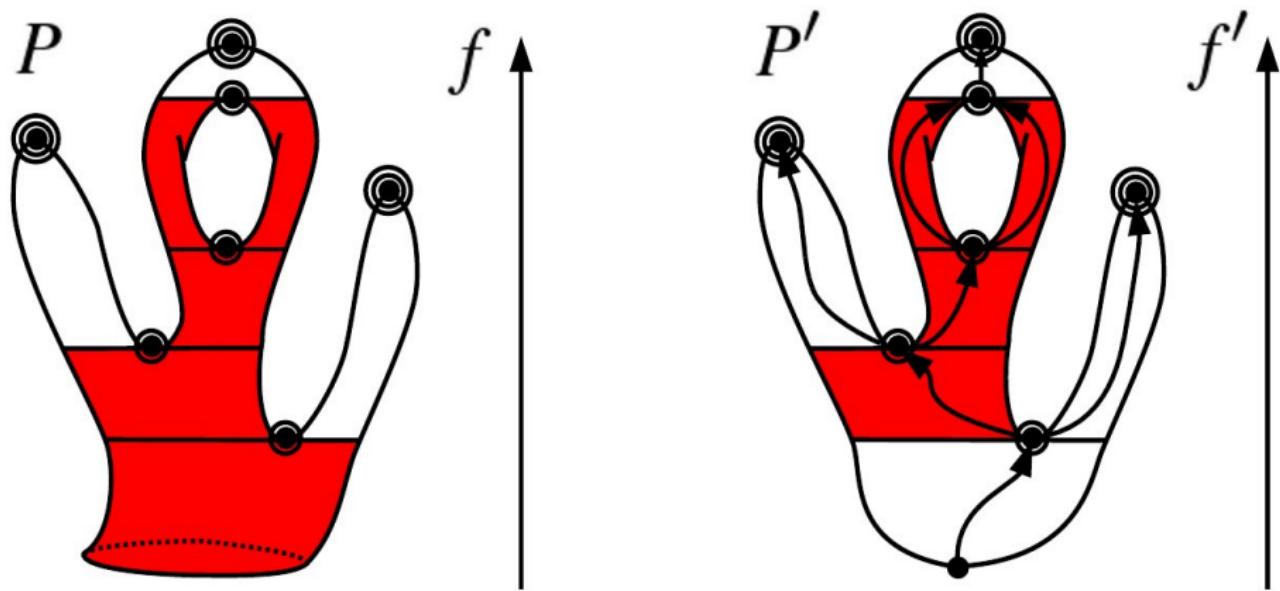


$$n_D(P) = n_A(P) + 1 - 3g_P, \text{ éléments de preuve (1/2)}$$



$$n_D(P) = n_D(P') - 1 = \mu_0(f') + \mu_2(f') - 1$$

$$n_D(P) = n_A(P) + 1 - 3g_P, \text{ éléments de preuve (2/2)}$$



$$n_A(P) = n_A(P') + 1 = \mu_1(f') + g_{P'}$$

Modélisation par l'exemple : autre utilisation

Exemple requête

Nouvelle forme

Résultats

Modélisation par l'exemple : autre utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats

Modélisation par l'exemple : autre utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.22$



2. $S = 0.20$



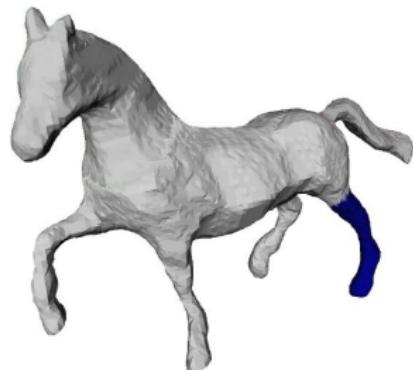
3. $S = 0.19$



4. $S = 0.18$

Modélisation par l'exemple : autre utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.22$



2. $S = 0.20$



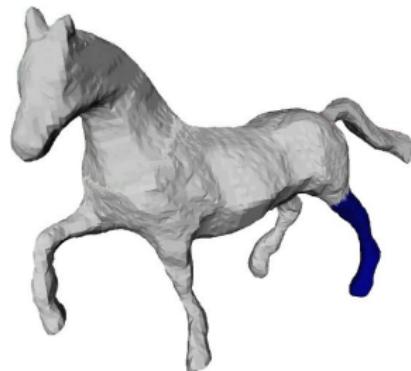
3. $S = 0.19$



4. $S = 0.18$

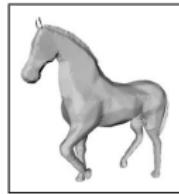
Modélisation par l'exemple : autre utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.22$



2. $S = 0.20$



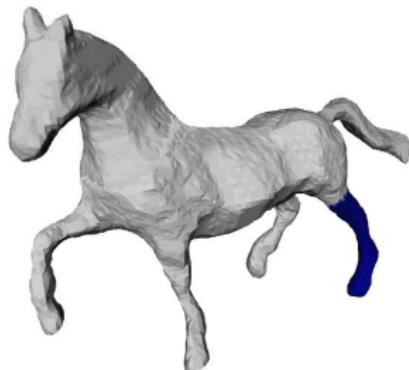
3. $S = 0.19$



4. $S = 0.18$

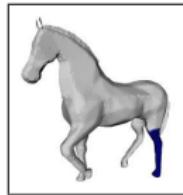
Modélisation par l'exemple : autre utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.22$



2. $S = 0.20$



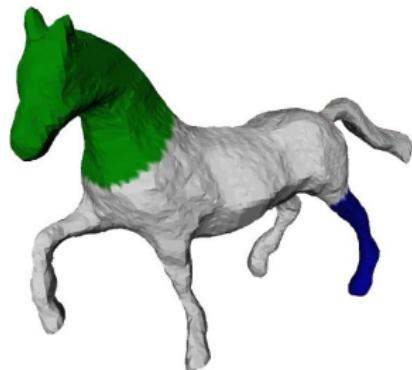
3. $S = 0.19$



4. $S = 0.18$

Modélisation par l'exemple : autre utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.22$



2. $S = 0.20$



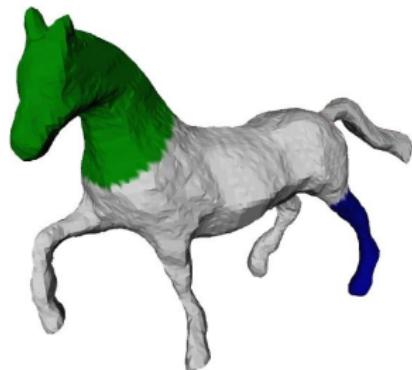
3. $S = 0.19$



4. $S = 0.18$

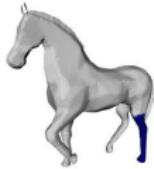
Modélisation par l'exemple : autre utilisation

Exemple requête

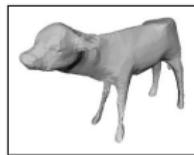


Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.22$



2. $S = 0.20$



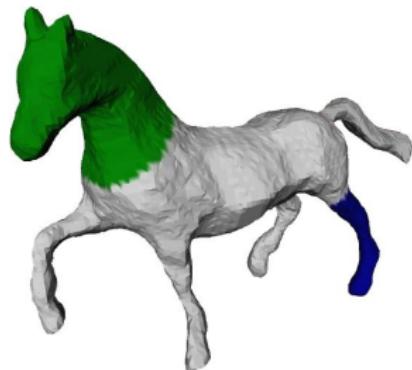
3. $S = 0.19$



4. $S = 0.18$

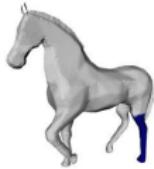
Modélisation par l'exemple : autre utilisation

Exemple requête

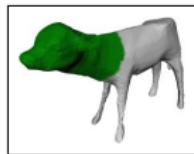


Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.22$



2. $S = 0.20$



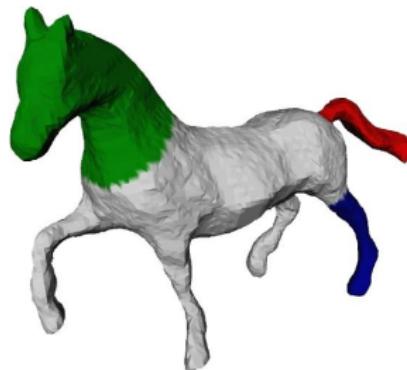
3. $S = 0.19$



4. $S = 0.18$

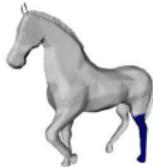
Modélisation par l'exemple : autre utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.22$



2. $S = 0.20$



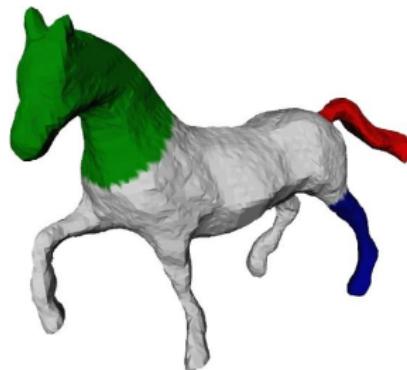
3. $S = 0.19$



4. $S = 0.18$

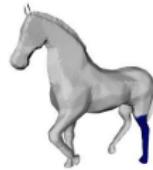
Modélisation par l'exemple : autre utilisation

Exemple requête

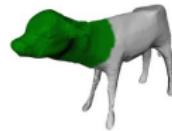


Nouvelle forme

Résultats



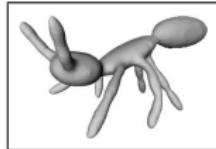
1. $S = 0.22$



2. $S = 0.20$



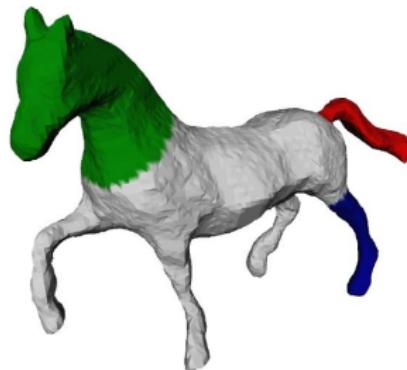
3. $S = 0.19$



4. $S = 0.18$

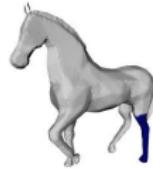
Modélisation par l'exemple : autre utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



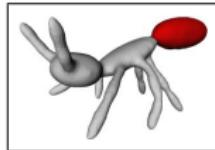
1. $S = 0.22$



2. $S = 0.20$



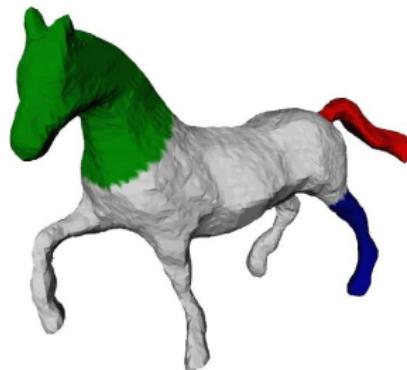
3. $S = 0.19$



4. $S = 0.18$

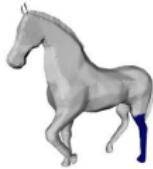
Modélisation par l'exemple : autre utilisation

Exemple requête



Nouvelle forme

Résultats



1. $S = 0.22$



2. $S = 0.20$



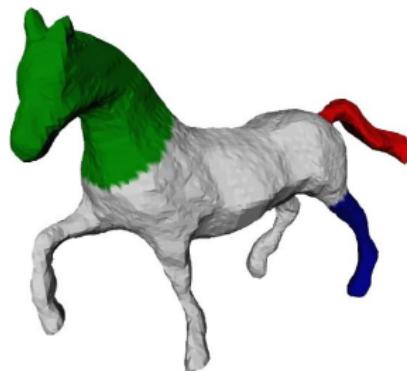
3. $S = 0.19$



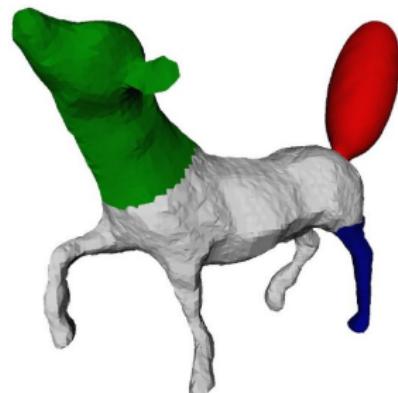
4. $S = 0.18$

Modélisation par l'exemple : autre utilisation

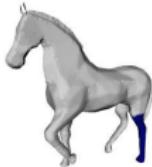
Exemple requête



Nouvelle forme



Résultats



1. $S = 0.22$



2. $S = 0.20$

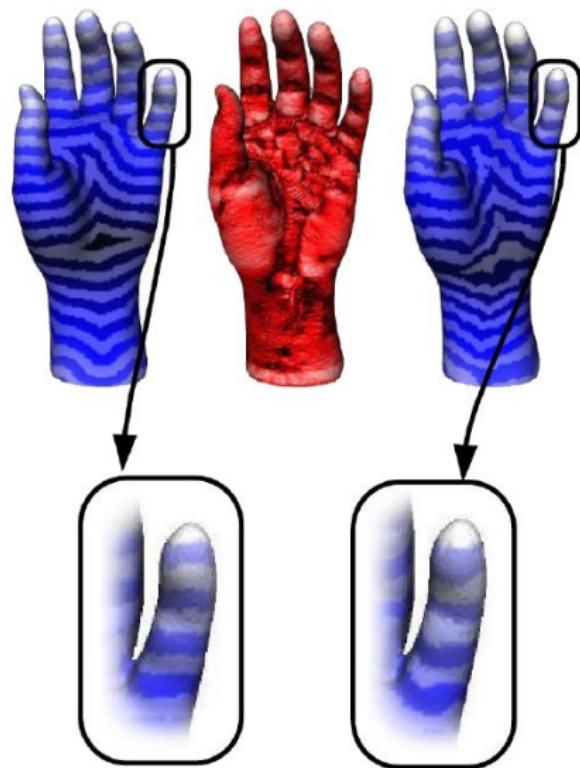


3. $S = 0.19$



4. $S = 0.18$

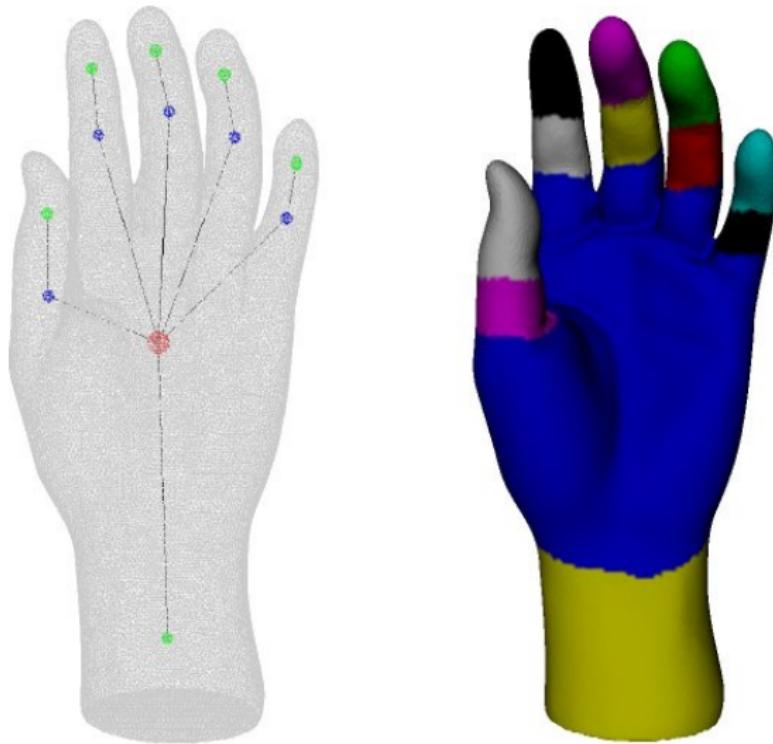
Heuristique de concavité (fonction PL Morse)



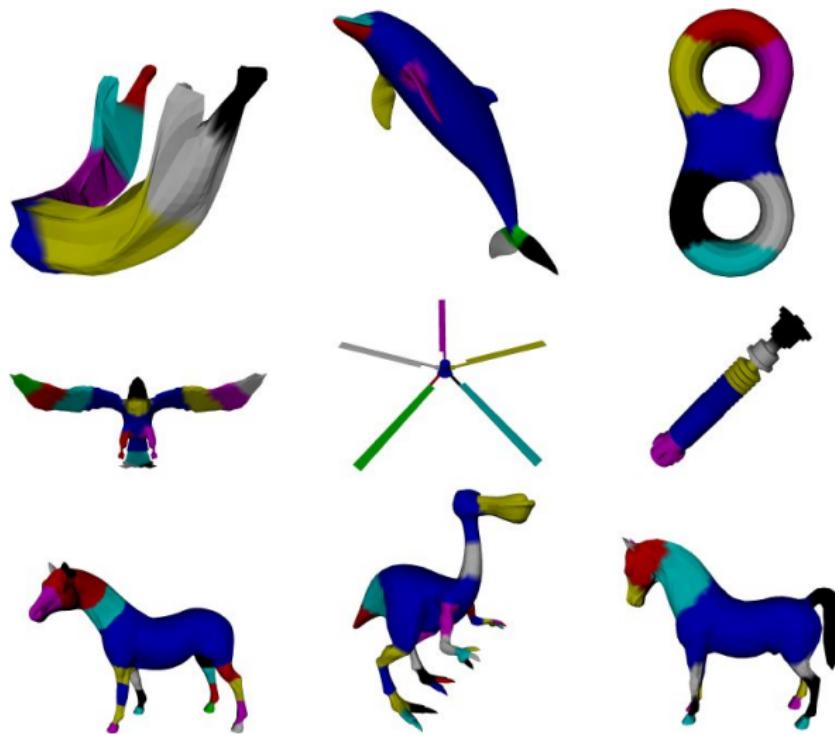
Graphe de segmentation



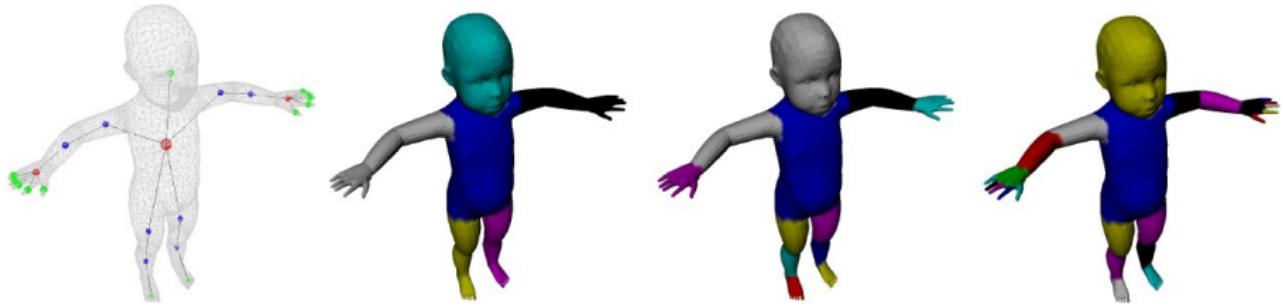
Graphe de segmentation après simplification



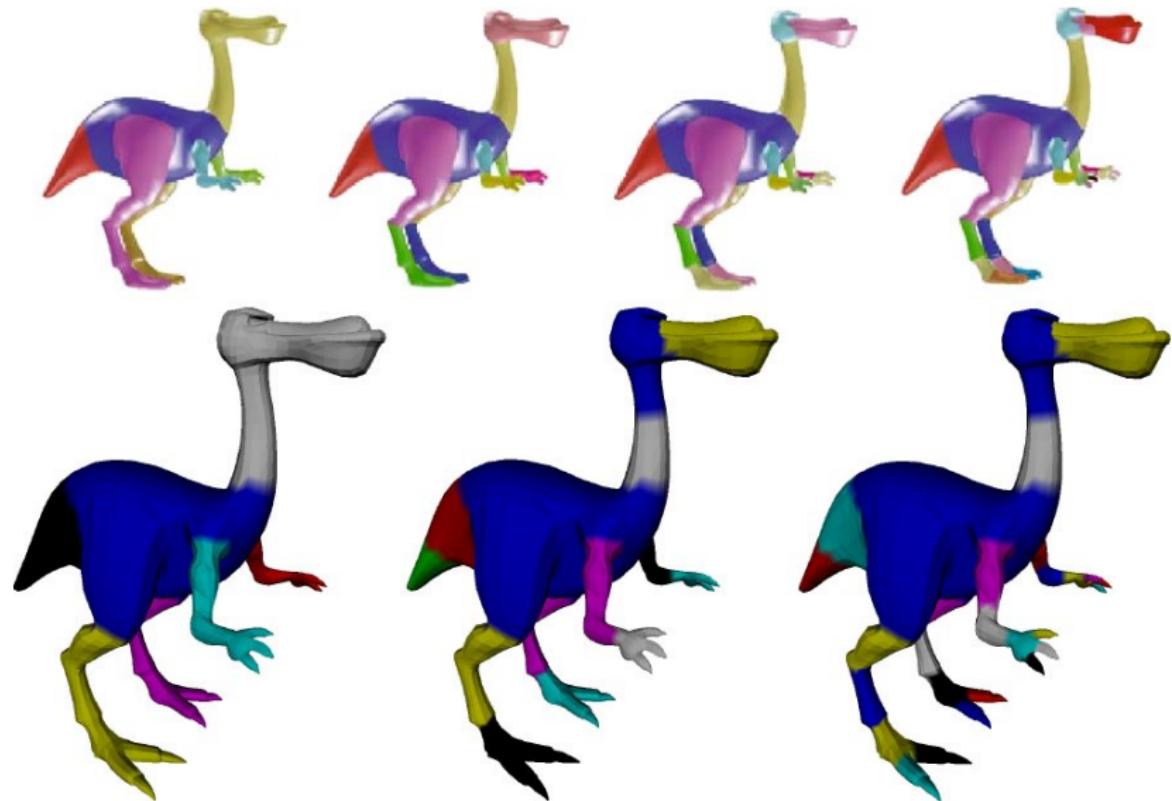
Résultats de segmentation fine



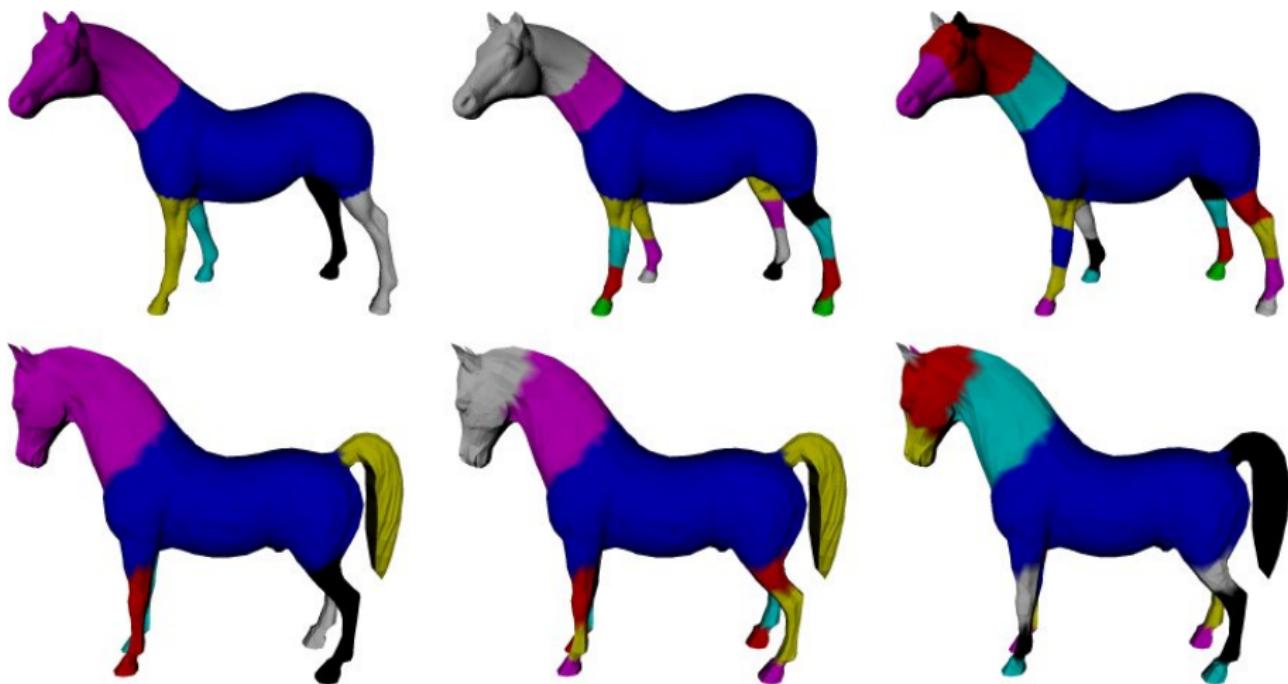
Segmentation hiérarchique



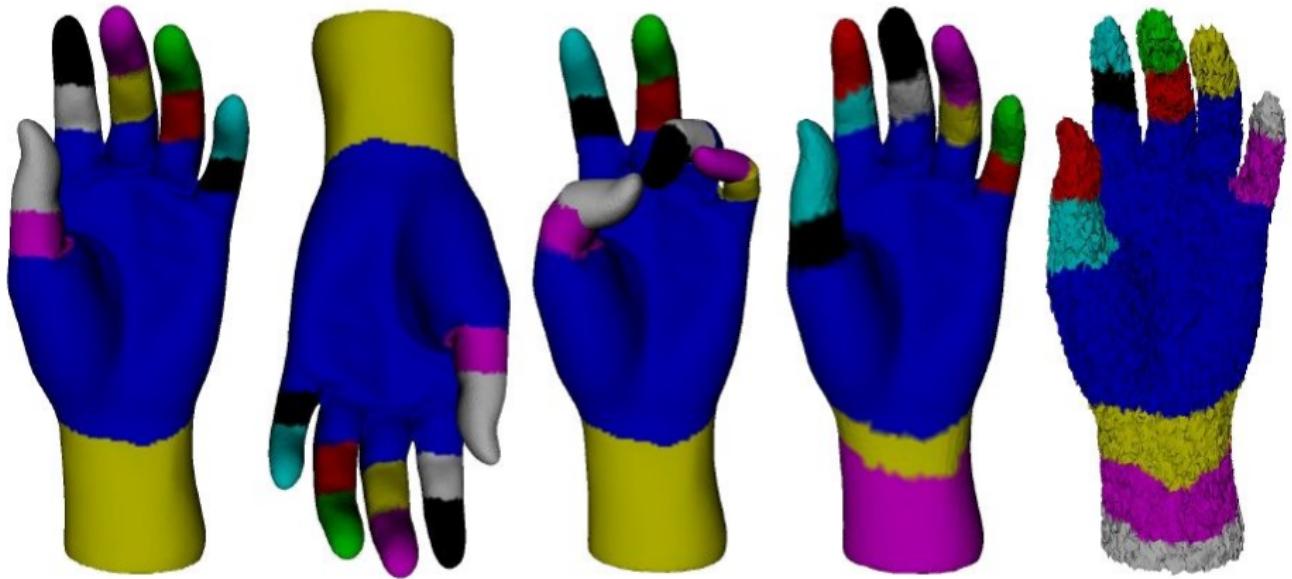
Comparaison des hiérarchies



Compatibilité des hiérarchies



Invariance et robustesse de la segmentation



-  AUJAY G., HÉTROY F., LAZARUS F., DEPRAZ C. :
Harmonic skeletons for realistic character animation.
In *Eurographics Symposium on Computer Animation* (2007),
pp. 151–160.
-  AU O. K.-C., TAI C.-L., CHU H.-K., COHEN-OR D., LEE
T.-Y. :
Skeleton extraction by mesh contraction.
ACM Transactions on Graphics To appear (2008).
-  BANCHOFF T. F. :
Critical points and curvature for embedded polyhedra.
Journal of Differential Geometry 1 (1967), 257–268.
-  BIEDERMAN I. :
Recognition-by-components : A theory of human image
understanding.
Psychological Review 94 (1987), 115–147.
-  BENNETT J., PASCUCCI V., JOY K. :

Genus oblivious cross parameterization : robust topological management of inter-surface maps.

In *Pacific Graphics* (2007), pp. 238–247.



COLE-MCLAUGHLIN K., EDELSBRUNNER H., HARER J., NATARAJAN V., PASCUCCI V. :
Loops in Reeb graphs of 2-manifolds.

In *ACM Symposium on Computational Geometry* (2003), pp. 344–350.



DE AGUIAR E., THEOBALT C., THRUN S., SEIDEL H.-P. :
Automatic conversion of mesh animations into skeleton-based
animations.

Computer Graphics Forum 27 (2008), To appear.



DEY T. K., JIAN S. :
Defining and computing curve skeletons with medial geodesic
function.

In *Eurographics Symposium on Geometry Processing* (2006),
pp. 143–152.

-  EDELSBRUNNER H., HARER J., ZOMORODIAN A. :
Hierarchical Morse-Smale complexes for piecewise linear 2-manifolds.
In *ACM Symposium on Computational Geometry* (2001), pp. 70–79.
-  GU X., YAU S.-T. :
Surface classification using conformal structures.
In *IEEE International Conference on Computer Vision* (2003),
pp. 701–708.
-  HÉTROY F. :
Constriction computation using surface curvature.
In *Eurographics* (2005), pp. 1–4.
-  HART J. C. :
Mathematical Visualization.
Springer, 1998, ch. Morse Theory for implicit surface modeling.
-  KATZ S., LEIFMAN G., TAL A. :
Mesh segmentation using feature point and core extraction.
The Visual Computer 21 (2005), 865–875.

-  KILIAN M., MITRA N., POTTMANN :
Geometric modeling in shape space.
ACM Transactions on Graphics 26 (2007), NID 64.
-  KATZ S., TAL A. :
Hierarchical mesh decomposition using fuzzy clustering and cuts.
ACM Transactions on Graphics 22 (2003), 954–961.
-  KOENDERINK J. J., VAN DOORN A. J. :
Surface shape and curvature scales.
Image and Vision Computing 10 (1992), 557–565.
-  LAZARUS F., VERROUST A. :
Level Set Diagrams of Polyhedral Objects.
Tech. Rep. 3546, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA), 1999.
-  LEE T.-Y., WANG Y.-S., CHEN T.-G. :
Segmenting a deforming mesh into near-rigid components.
The Visual Computer 22 (2006), 729–739.

-  LIU R., ZHANG H. :
Mesh segmentation via spectral embedding and contour analysis.
Computer Graphics Forum 26 (2007), 385–394.
-  MORSE M. :
Relations between the critical points of a real function of n
independant variables.
Transactions of the American Mathematical Society 27 (1925),
345–396.
-  MAMOU K., ZAHARIA T., PRÊTEUX F. :
Multi-chart geometry video : A compact representation for 3D
animations.
In *IEEE 3DPVT* (2006), pp. 711–718.
-  PASCUCCI V., SCORZELLI G., BREMER P. T., MASCARENHAS
A. :
Robust on-line computation of Reeb graphs : simplicity and speed.
ACM Transactions on Graphics 26 (2007), 58.1–58.9.

-  REEB G. :
Sur les points singuliers d'une forme de Pfaff complètement intégrable ou d'une fonction numérique.
Comptes-rendus des Séances de l'Académie des Sciences 222 (1946), 847–849.
-  SHARF A., BLUMENKRANTS M., SHAMIR A., COHEN-OR D. :
Snappaste : an interactive technique for easy mesh composition.
The Visual Computer 22 (2006), 835–844.
-  SRIVASTAVA A., SAMIR C., JOSHI S., DAOUDI M. :
Elastic shape models for face analysis using curvilinear coordinates.
Journal of Mathematical Imaging and Vision (2008), To appear.
-  SCHAEFER S., YUKSEL C. :
Example-based skeleton extraction.
In *Symposium on Geometry Processing* (2007), pp. 153–162.
-  TIERNY J., VANDEBORRE J.-P., DAOUDI M. :

3D mesh skeleton extraction using topological and geometrical analyses.

In *Pacific Graphics* (2006), pp. 85–94.

-  TIERNY J., VANDEBORRE J.-P., DAOUDI M. :
Invariant high level Reeb graphs of 3D polygonal meshes.
In *IEEE 3DPVT* (2006), pp. 105–112.
-  TIERNY J., VANDEBORRE J.-P., DAOUDI M. :
Reeb chart unfolding based 3D shape signatures.
In *Eurographics* (2007), pp. 13–16.
-  TIERNY J., VANDEBORRE J.-P., DAOUDI M. :
Topology driven 3D mesh hierarchical segmentation.
In *IEEE Shape Modeling International* (2007), pp. 215–220.
-  TIERNY J., VANDEBORRE J.-P., DAOUDI M. :
Enhancing 3D mesh topological skeletons with discrete contour constrictions.
The Visual Computer 24 (2008), 155–172.

-  TIERNY J., VANDEBORRE J.-P., DAOUDI M. :
Fast and precise kinematic skeleton extraction of 3D dynamic meshes
(to appear).
In *IEEE International Conference on Pattern Recognition* (2008).
-  TIERNY J., VANDEBORRE J.-P., DAOUDI M. :
Partial 3D shape retrieval by Reeb pattern unfolding.
Computer Graphics Forum To appear (2008).
-  VALLET B., LÉVY B. :
Spectral geometry processing with manifold harmonics.
Computer Graphics Forum 27 (2008).
-  WU F.-C., MA W.-C., LIANG R.-H., CHEN B.-Y., OUHYOUNG M. :
Domain connected graph : the skeleton of a closed 3D shape for animation.
The Visual Computer 22 (2006), 117–135.