

Die Kuen'sche Fläche

Veronica Schier, Adrian Löwenberg Casas,
Julien Caselmann

12. Dezember 2019

- 1 Geschichte
- 2 Zugrundeliegende Mathematik
- 3 Parametrisierung

Ursprung und Entdeckung

- benannt nach Theodor Kuen
- experimentierte mit Bianchi-Transformationen und der Pseudosphäre
- viel Vorarbeit in der Differentialgeometrie durch Luigi Bianchi [Wiki]

„Die schönste Bianchi - Transformation der Pseudosphäre“

- Jeder Mathematiker, immer

- 1 Pseudosphäre
- 2 Bianchi-Kongruenzen
- 3 Bianchi-Transformationen

Pseudosphäre

- untersucht von Ferdinand Minding und Eugene Beltrami in 1868
- Differentialgeometrie: Fläche mit konstanter, negativer Gaußkrümmung [Wiki]
- Pseudosphäre mit Radius R : Fläche mit konstanter, negativer Gaußkrümmung $-\frac{1}{R^2}$ [Mathcurve] [Wiki]

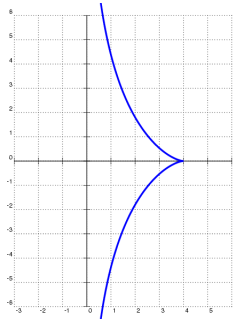
Beispiele einer Pseudosphäre

- Hyperboloid
- Traktrikoid
- theoretische Oberflächen

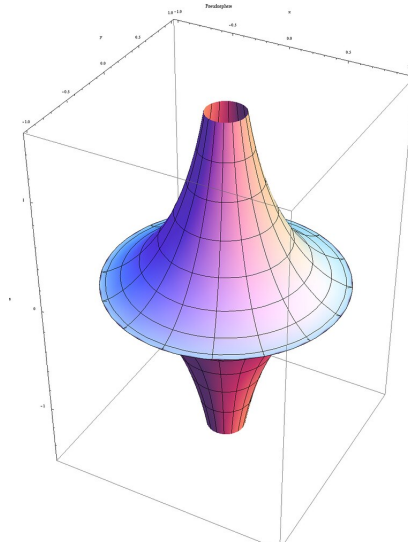
Beispiel: Traktrikoid

- Traktrix = Schleppkurve
- Traktrikoid = Drehfläche einer Traktrix

Beispiel: Traktrikoid



Beispiel: Traktrikoid



Bianchi - Kongruenzen

- Kongruenz von Geraden
- Krümmungen der Brennflächen an den Punkten einer Geraden sind alle gleich und negativ
- Kongruenzgeraden bilden die asymptotischen Netze auf den Brennflächen auf ein orthogonales Netz auf einer Sphäre ab [Encycl.]

Bianchi - Kongruenzen

Krümmung einer Brennfläche einer Bianchi - Kongruenz:

$$K = \frac{1}{(\phi(u) + \psi(v))^2}$$

Jede Fläche, deren Krümmungen diese Bedingung erfüllen, ist eine Bianchi - Fläche [Encycl.]

Bianchi - Transformationen

- Übergang einer Brennfläche S einer Bianchi - Kongruenz in die andere Brennfläche S' derselben Bianchi - Kongruenz
- S Pseudosphäre $\Rightarrow S'$ Pseudosphäre
- behält Gesamtkrümmung bei

Parametrisierung der Kuen'schen Fläche

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2 \cosh(u) * (\cos(v) + v * \sin(v))}{v^2 + \cosh(u)^2} \\ \frac{2 \cosh(u) * (\sin(v) - v * \cos(v))}{v^2 + \cosh(u)^2} \\ \frac{\sinh(2u)}{v^2 + \cosh(u)^2} \end{pmatrix} \quad u, v \in [-2\pi, 2\pi]$$



Wikipedia

Die Pseudosphäre

<https://de.wikipedia.org/wiki/Pseudosph%C3%A4re>

5. Dezember 2019



Mathcurve

The pseudosphere

<https://www.mathcurve.com/surfaces.gb/pseudosphere/pseudosphere.shtml>

5. Dezember 2019



Wikipedia

Luigi Bianchi

https://de.wikipedia.org/wiki/Luigi_Bianchi

12. Dezember 2019



Encyclopedia of Mathematics

Bianchi congruence

https://www.encyclopediaofmath.org/index.php/Bianchi_congruence

12. Dezember 2019



Encyclopedia of Mathematics

Bianchi transformation

https://www.encyclopediaofmath.org/index.php/Bianchi_transformation

12. Dezember 2019