

Summary

Analyse Syntaxique CS410 - Langages et Compilation

Julien Henry
Catherine Oriat

Grenoble-INP Esisar

2012-2013

- 1 Méthodes d'analyse syntaxique
- 2 Analyse ascendante
- 3 Analyseur syntaxique LL(1)

Rappel : Analyse Sytaxique

- En *entrée* : une suite de mots renvoyée par l'analyseur lexical.
- En *sortie* : un arbre abstrait représentant le programme.

Objectif : Reconnaître que la suite de mot appartient au langage, et construire en même temps l'arbre abstrait du programme.

Problème de la reconnaissance

La principale difficulté de l'analyse syntaxique est de faire le lien entre le programme (la suite de mots) et la grammaire hors contexte du langage.

Quelles règles de dérivation de la grammaire ont été appliquées pour obtenir cette suite de mots ?

Phrase reconnue

Une phrase m est reconnue si il existe un arbre de dérivation syntaxique :

- Les noeuds internes représentent des symboles non-terminaux.
- Les noeuds externes représentent des symboles terminaux.
- La racine de l'arbre est S .
- Dans un parcours infixe, les feuilles forment le mot m .
- Si un noeud interne étiqueté X possède les sous arbres de racine X_1, \dots, X_n , alors $X \rightarrow X_1 \dots X_n \in R$.

Solution générale

Le problème de la reconnaissance est décidable pour les langages hors contexte : c'est à dire que pour tout langage hors contexte $L(G)$, il existe un algorithme qui détermine si $x \in L(G)$.

Algorithme :

- On part de l'axiome.
- On construit l'arbre des possibilités en utilisant à chaque fois l'ensemble des règles de grammaire possibles.

Si on trouve la chaîne à reconnaître \rightarrow succès. Sinon, il faut un critère d'arrêt pour décider de l'échec.

Solution générale

On manipule des couples (m, α) , avec :

- $m \in (V_T \cup V_N)^*$, un modèle de phrase.
- $\alpha \in V_T^*$, la phrase que l'on veut reconnaître.

On veut déterminer si $m \rightarrow^* \alpha$.

Initialement, on part de (S, α) , avec α la chaîne à reconnaître. On peut appliquer les opérations suivantes :

- **Effacement** : $(xm, x\alpha) \rightarrow (m, \alpha)$.
- **Expansion** : $(Am, \alpha) \rightarrow (\beta m, \alpha)$ pour toutes les règles de la forme $A \rightarrow \beta$.

Exemple

Soit la grammaire G suivante :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \\ B &\rightarrow a \\ A &\rightarrow aA \\ A &\rightarrow Bb \end{aligned}$$

Le mot $aba \in L(G)$?

Autre solution

On utilise des grammaires qui appartiennent à des sous classes des langages hors contexte :

- Grammaires LL : grammaires dont on peut faire une analyse *descendante* déterministe
- Grammaires LR : grammaires dont on peut faire une analyse *ascendante* déterministe

Ici, déterministe veut dire : il existe un algorithme de complexité linéaire par rapport au nombre de mots.

Analyse descendante

Déjà vu en parlant des grammaires LL(1).

Exemple :

Soit la grammaire G suivante :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \\ B &\rightarrow a \\ A &\rightarrow aA \\ A &\rightarrow Bb \end{aligned}$$

Le mot $aba \in L(G)$?

Summary

1 Méthodes d'analyse syntaxique

2 Analyse ascendante

3 Analyseur syntaxique LL(1)

Analyse ascendante

L'analyse ascendante est la méthode d'analyse utilisée dans les "vrais" outils.

Principe :

- On part de la chaîne à reconnaître.
- On essaie de reconnaître des parties droites de règles jusqu'à obtenir l'axiome.

Analyse ascendante

- L'analyse construit l'arbre de dérivation syntaxique en partant des feuilles (on part de la chaîne à reconnaître)
- On garde en mémoire dans une **pile** une liste de non-terminaux et de terminaux correspondant à la portion d'arbre à reconstruire.
- Deux opérations :
 - lecture / shift : on fait passer le terminal du mot à lire sur la pile.
 - réduction / reduce : on reconnaît sur la partie droite $x_1 \dots x_n$ d'une règle $X \rightarrow x_1 \dots x_n$ et on la remplace par X .
- Le mot est reconnu si on termine avec le symbole S sur la pile et le mot vide à lire.

Exemple d'analyse ascendante

Soit la grammaire :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow E \\ E &\rightarrow E + E \\ E &\rightarrow E * E \\ E &\rightarrow id \end{aligned}$$

On fait une analyse ascendante de la phrase $id + id * id$.

| Action | Pile | Phrase |
|--------|--------------|----------------|
| | ϵ | $id + id * id$ |
| shift | id | $+ id * id$ |
| reduce | E | $+ id * id$ |
| shift | $E +$ | $id * id$ |
| shift | $E + id$ | $* id$ |
| reduce | $E + E$ | $* id$ |
| shift | $E + E *$ | id |
| shift | $E + E * id$ | ϵ |
| reduce | $E + E * E$ | ϵ |
| reduce | $E + E$ | ϵ |
| reduce | E | ϵ |
| reduce | S | ϵ |

Conflits

Lors de l'analyse, on peut avoir deux types de conflits :

- Conflits **reduce/reduce** : plusieurs réductions sont possibles.
Exemple : $S \rightarrow fAcd|faBce, A \rightarrow ab, B \rightarrow b$ avec fab en pile, réduire ab à A ou b à B ?
- Conflits **shift/reduce** : on peut choisir entre une lecture ou une réduction.
Exemple : $S \rightarrow fAbc|fBce, A \rightarrow a, B \rightarrow ab$ avec fa en pile, réduire a à A ou lire b pour ensuite réduire ab à B ?

Définition: (Grammaire LR(0))

Une grammaire est LR(0) si elle n'a aucun conflit reduce/reduce ou shift/reduce.

LR(0) : décider de l'action

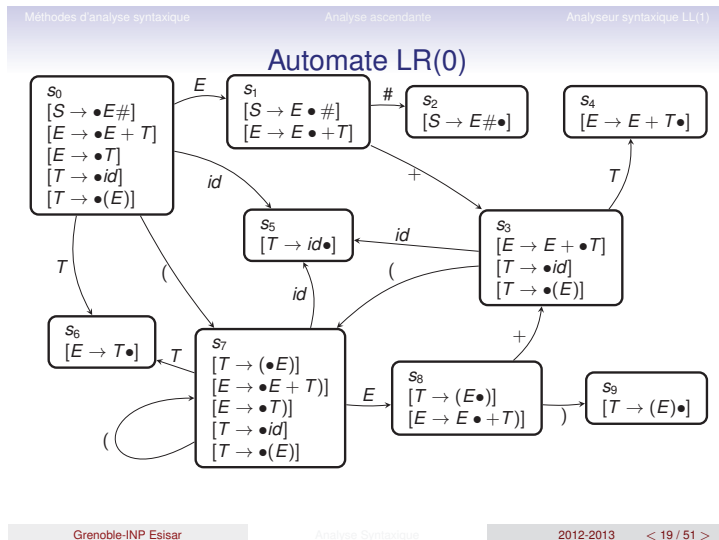
Pour décider si on doit lire ou réduire :

- On utilise un automate.
- Chaque état de la pile est un état de l'automate : un état correspond aux parties droites de règles qui peuvent être reconnues.
- En fonction de l'état de l'automate dans lequel on est et du symbole à lire :
 - si lecture : le nouvel état dépend de l'état courant et du caractère lu.
 - si réduction par $X \rightarrow x_1 x_2 \dots x_n$: le nouvel état dépend de l'état depuis lequel on a lu x_1 .

Exemple

On considère la grammaire suivante :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow E\# \\ E &\rightarrow E + T \\ E &\rightarrow T \\ T &\rightarrow id \\ T &\rightarrow (E) \end{aligned}$$



Méthodes d'analyse syntaxique

Analyse ascendante

Analyseur syntaxique LL(1)

Table de l'automate LR(0)

| Etats | Action | table de saut | | | | | | |
|-------|--------------------------------|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | id | + | (|) | # | E | T |
| s_0 | shift | s_5 | | s_7 | | | s_1 | s_6 |
| s_1 | shift | | s_3 | | | s_2 | | |
| s_2 | reduce $[S \rightarrow E\#]$ | | | | | | | |
| s_3 | shift | s_5 | | s_7 | | | | s_4 |
| s_4 | reduce $[E \rightarrow E + T]$ | | | | | | | |
| s_5 | reduce $[T \rightarrow id]$ | | | | | | | |
| s_6 | reduce $[E \rightarrow T]$ | | | | | | | |
| s_7 | shift | s_5 | | s_7 | | | s_8 | s_6 |
| s_8 | shift | | s_3 | | s_9 | | | |
| s_9 | reduce $[T \rightarrow (E)]$ | | | | | | | |

Grenoble-INP Esisar

Analyse Syntaxique

2012-2013

< 20 / 51 >

Méthodes d'analyse syntaxique Analyse ascendante Analyseur syntaxique LL(1)

Exemple

| Action | Pile | Phrase |
|--------|--|------------------|
| | S_0 | id + (id + id) # |
| shift | $S_0.id.S_5$ | + (id + id) # |
| reduce | $S_0.T.S_6$ | + (id + id) # |
| reduce | $S_0.E.S_1$ | + (id + id) # |
| shift | $S_0.E.S_1 + .S_3$ | (id + id) # |
| shift | $S_0.E.S_1 + .S_3.(.S_7$ | id + id) # |
| shift | $S_0.E.S_1 + .S_3.(.S_7.id.S_5$ | + id) # |
| reduce | $S_0.E.S_1 + .S_3.(.S_7.T.S_6$ | + id) # |
| reduce | $S_0.E.S_1 + .S_3.(.S_7.E.S_8$ | + id) # |
| shift | $S_0.E.S_1 + .S_3.(.S_7.E.S_8 + .S_3$ | id) # |
| shift | $S_0.E.S_1 + .S_3.(.S_7.E.S_8 + .S_3.id.S_5$ |) # |
| reduce | $S_0.E.S_1 + .S_3.(.S_7.E.S_8 + .S_3.T.S_4$ |) # |
| reduce | $S_0.E.S_1 + .S_3.(.S_7.E.S_8$ |) # |
| shift | $S_0.E.S_1 + .S_3.(.S_7.E.S_8.)S_9$ | # |
| reduce | $S_0.E.S_1 + .S_3.TS_4$ | # |
| reduce | $S_0.E.S_1$ | # |
| shift | $S_0.E.S_1.#.S_2$ | |
| reduce | ACCEPT | |

Grenoble-INP Esisar Analyse Syntaxique 2012-2013 < 21 / 51 >

Méthodes d'analyse syntaxique Analyse ascendante Analyseur syntaxique LL(1)

Conflits LR(0)

Si un état contient des items décidant d'actions différentes, on a un conflit LR(0) :

- conflit shift/reduce : si l'état de l'automate possède à la fois un item $[A \rightarrow \alpha \bullet]$ et un item $[B \rightarrow \beta \bullet a\gamma]$.
- conflit reduce/reduce : si l'état de l'automate possède à la fois un item $[A \rightarrow \alpha \bullet]$ et un item $[B \rightarrow \beta \bullet]$ ($A \neq B$ ou $\alpha \neq \beta$).

Grenoble-INP Esisar Analyse Syntaxique 2012-2013 < 22 / 51 >

Méthodes d'analyse syntaxique Analyse ascendante Analyseur syntaxique LL(1)

L'outil Cup

On comprend mieux les messages d'erreurs de Cup, notamment en cas de grammaire ambiguë :

```
[java] Warning : *** Shift/Reduce conflict found
[java] in state #60
[java] between expr ::= expr MOINS expr (*)
[java] and expr ::= expr (*) MOINS expr
[java] under symbol MOINS
[java] Resolved in favor of shifting.
```

Grenoble-INP Esisar Analyse Syntaxique 2012-2013 < 23 / 51 >

Méthodes d'analyse syntaxique Analyse ascendante Analyseur syntaxique LL(1)

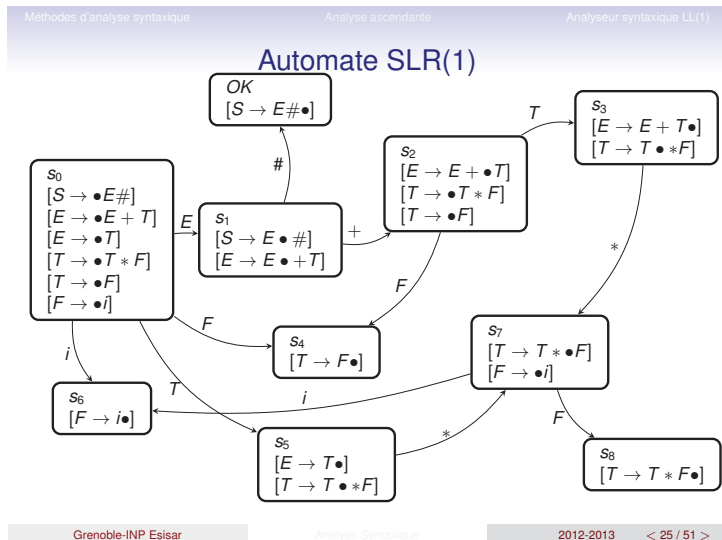
Analyse SLR(1)

Prenons maintenant la grammaire

$$\begin{aligned} E &\rightarrow E + T \mid T \\ T &\rightarrow T * F \mid F \\ F &\rightarrow i \end{aligned}$$

- il est facile de voir que les items $[E \rightarrow \bullet T]$ et $[T \rightarrow \bullet T * F]$ de s_0 , après transition sur T , donneront un état contenant $[E \rightarrow T \bullet]$ et $[T \rightarrow T \bullet * F]$: conflit décalage-réduction !
- on peut voir que les suivants de E sont $+$ et $\#$, mais pas $*$
- on peut donc décider le décalage sur $*$ et la réduction sur les suivants de E
- on obtient un automate SLR(1), soit simple LR(1).
 - $[A \rightarrow \alpha \bullet]$ décide une réduction uniquement sur les suivants de A
 - $[A \rightarrow \alpha \bullet a\beta]$ décide un décalage uniquement sur a

Grenoble-INP Esisar Analyse Syntaxique 2012-2013 < 24 / 51 >

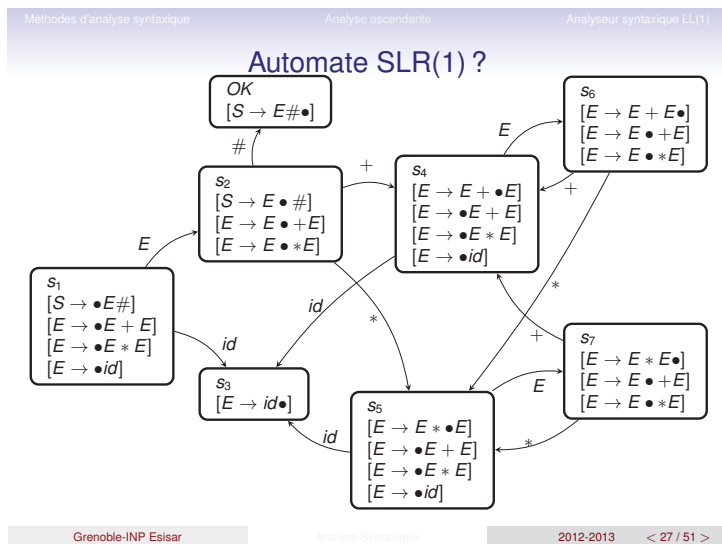


Méthodes d'analyse syntaxique Analyse ascendante Analyseur syntaxique LL(1)

Table SLR(1)

| Etats | table des actions | | | | F | E | T |
|-------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|----|----|----|
| | i | + | * | # | | | |
| S0 | S6 | | | | S4 | S1 | S5 |
| S1 | | | | OK | | | |
| S2 | | S2 | | | S4 | | S3 |
| S3 | | $[E \rightarrow E + T]$ | S_7 | $[E \rightarrow E + T]$ | | | |
| S4 | $[T \rightarrow F]$ | $[T \rightarrow F]$ | $[T \rightarrow F]$ | $[T \rightarrow F]$ | | | |
| S5 | | $[E \rightarrow T]$ | S_7 | $[E \rightarrow T]$ | | | |
| S6 | $[F \rightarrow i]$ | $[F \rightarrow i]$ | $[F \rightarrow i]$ | $[F \rightarrow i]$ | | | |
| S7 | S6 | | | | | | S8 |
| S8 | $[T \rightarrow T * F]$ | $[T \rightarrow T * F]$ | $[T \rightarrow T * F]$ | $[T \rightarrow T * F]$ | | | |
| OK | $[S \rightarrow E \#]$ | $[S \rightarrow E \#]$ | $[S \rightarrow E \#]$ | $[S \rightarrow E \#]$ | | | |

Grenoble-INP Esisar Analyse Syntaxique 2012-2013 < 26 / 51 >



Méthodes d'analyse syntaxique Analyse ascendante Analyseur syntaxique LL(1)

Règles de précédenes

Parfois, on peut des règles de précedence pour savoir lequel a la priorité parmi un *shift* ou un *reduce*.

Grenoble-INP Esisar Analyse Syntaxique 2012-2013 < 28 / 51 >

Méthodes d'analyse syntaxique Analyse ascendante Analyseur syntaxique LL(1)

Exemple

| Action | Pile | Phrase |
|--------|----------------------------------|--------------|
| shift | S1 | id + id*id # |
| reduce | S1.id.S3 | + id * id # |
| shift | S1.E.S2 | + id * id # |
| shift | S1.E.S2. + .S4 | id * id # |
| shift | S1.E.S2. + .S4.id.S3 | * id # |
| reduce | S1.E.S2. + .S4.E.S6 | * id # |
| shift | S1.E.S2. + .S4.E.S6. * .S5 | id # |
| shift | S1.E.S2. + .S4.E.S6. * .S5.id.S3 | # |
| reduce | S1.E.S2. + .S4.E.S6. * .S5.E.S7 | # |
| reduce | S1.E.S2. + .S4.E.S5 | # |
| reduce | S1.E.S2 | # |
| shift | S1.E.S2.# | ϵ |
| reduce | S | ϵ |

Grenoble-INP Esisar Analyse Syntaxique 2012-2013 < 29 / 51 >

Méthodes d'analyse syntaxique Analyse ascendante Analyseur syntaxique LL(1)

L'outil Cup

En cas de problème, Cup peut choisir automatiquement les règles de précedence.

```
[java] Warning : *** Shift/Reduce conflict found
[java] in state #60
[java] between expr ::= expr MOINS expr (*)
[java] and expr ::= expr (*) MOINS expr
[java] under symbol MOINS
[java] Resolved in favor of shifting.
```

Grenoble-INP Esisar Analyse Syntaxique 2012-2013 < 30 / 51 >

Analyse descendante / Analyse ascendante

Avantages et inconvénients des deux techniques d'analyse syntaxique :

- L'analyse ascendante
 - est plus adaptée à l'analyse des langages de programmation.
 - permet de reconnaître de façon déterministe une plus grande classe de langages.
- L'analyse descendante
 - est utilisée lorsqu'on écrit un analyseur à la main (plus simple).
 - est bien adaptée au rattrapage d'erreurs.

Summary

- 1 Méthodes d'analyse syntaxique
- 2 Analyse ascendante
- 3 Analyseur syntaxique LL(1)

Analyseur syntaxique LL(1)

On peut facilement écrire un analyseur syntaxique pour une grammaire LL(1).

- On écrit une méthode par symbole non-terminal
- Ces méthodes font une action différente selon le premier lexème lu, et s'appellent mutuellement.
- L'analyse syntaxique débute en appelant la méthode associée au symbole initial S.

Type Lexeme

```
public enum Code_lex {Begin_lex, Affect, Num, ...}

public class Lexeme {
    // code du lexeme
    Code_lex code;
    // chaine correspondant a l'unité lexicale
    String chaine;
    // numeros de ligne et colonne du lexeme
    int num_ligne, num_colonne;
}
```

Méthode correspondant à un non-terminal A

Si la grammaire du langage a les règles $A \rightarrow \alpha_1 | \alpha_2 | \dots | \alpha_n$, avec les $\alpha_i \in (V_T \cup V_N)^*$:

```
Lexeme LC; //lexeme courant
public void RecA() {
    switch (LC.code) {
        case <éléments de Directeur(A → α₁)>: analyser(α₁);
        case <éléments de Directeur(A → α₂)>: analyser(α₂);
        ...
        case <éléments de Directeur(A → αₙ)>: analyser(αₙ);
        default : Erreur de syntaxe;
    }
}
```

Grammaire LL(1) \Rightarrow les éléments directeurs sont disjoints, donc le switch est correct.

Fonction *analyser*

On code la fonction *analyser* de la façon suivante :

```
analyser(ε) ≡ ;

analyser(X₁X₂...Xₙ) ≡ analyser(X₁); ...; analyser(Xₙ);

analyser(X ∈ V_T) ≡
    if (LC.code == X)
        Lex_suiv;
    else Erreur de syntaxe;

analyser(X ∈ V_N) ≡ RecX();
```

Enfin, l'analyse syntaxique se lance en appelant RecS.

Exemple

On considère la grammaire des expressions arithmétiques :

$exp \rightarrow terme | exp + exp | exp - exp$
 $terme \rightarrow terme * terme | Facteur$
 $Facteur \rightarrow idf | num | (exp)$

Dans un premier temps, on transforme la grammaire pour qu'elle soit LL(1) :

$exp \rightarrow terme \ exp_suite$
 $exp_suite \rightarrow \epsilon | + exp | - exp$
 $terme \rightarrow Facteur \ terme_suite$
 $terme_suite \rightarrow \epsilon | * terme$
 $Facteur \rightarrow idf | num | (exp)$

Exemple : exp

$exp \rightarrow terme \ exp_suite$

```
Lexeme LC; //lexeme courant
public void Rec_exp() {
    Rec_terme();
    Rec_exp_suite();
}
```

Exemple : exp_suite

$exp_suite \rightarrow \epsilon | + exp | - exp$

```
public void Rec_exp_suite() {
    switch (LC.code) {
        case PLUS_TOKEN :
            Lex_suiv();
            Rec_exp();
            break;
        case MOINS_TOKEN :
            Lex_suiv();
            Rec_exp();
            break;
        case EOF_TOKEN :
        case PARDROITE_TOKEN :
            break;
        default :
            Erreur_syntaxe();
            break;
    }
}
```

Exemple : terme

$terme \rightarrow Facteur \ terme_suite$

```
public void Rec_terme() {
    Rec_Facteur();
    Rec_terme_suite();
}
```

Exemple : terme_suite

$terme_suite \rightarrow \epsilon | * terme$

```
public void Rec_terme_suite() {
    switch (LC.code) {
        case PARDROITE_TOKEN :
        case EOF_TOKEN :
        case PLUS_TOKEN :
        case MOINS_TOKEN :
            break;
        case MULT_TOKEN :
            Lex_suiv();
            Rec_terme();
            break;
        default :
            Erreur_syntaxe("MULT_TOKEN attendu");
            break;
    }
}
```

Exemple : Facteur

$Facteur \rightarrow idf | num | (exp)$

```
public void Rec_Facteur() {
    switch (LC.code) {
        case IDF_TOKEN :
        case NUM_TOKEN :
            Lex_suiv();
            break;
        case PARGAUCHE_TOKEN :
            Lex_suiv();
            Rec_exp();
            if (LC.code == PARDROITE_TOKEN)
                Lex_suiv();
            else
                Erreur_syntaxe("Erreur : manque PARDROITE_TOKEN");
            break;
        default :
            Erreur_syntaxe("Erreur");
    }
}
```

Calcul d'attributs

Si, au lieu de travailler sur une grammaire LL(1), on travaille sur une grammaire LL(1) attribuée, il faut calculer les attributs pendant l'analyse.

Les attributs de la grammaires deviennent des paramètres des méthodes `Rec_*` :

- attributs *hérités* : deviennent des paramètres entrants de la méthode.
- attributs *synthétisés* : deviennent des paramètres sortants de la méthode.

Exemple

On veut calculer la valeur des expressions dans la grammaire.

$$\begin{array}{ll} \text{exp} \uparrow^{val} & \rightarrow \text{terme} \uparrow^{val_1} \text{exp_suite} \downarrow_{val_1} \uparrow^{val} \\ \text{exp_suite} \downarrow_{val} \uparrow^{val'} & \rightarrow \varepsilon \mid + \text{exp} \uparrow^{val_1} \mid - \text{exp} \uparrow^{val_1} \\ \text{terme} \uparrow^{val} & \rightarrow \text{Facteur} \uparrow^{val_1} \text{terme_suite} \downarrow_{val_1} \uparrow^{val} \\ \text{terme_suite} \downarrow_{val} \uparrow^{val'} & \rightarrow \varepsilon \mid * \text{terme} \uparrow^{val_1} \\ \text{Facteur} \uparrow^{val} & \rightarrow \text{idf} \mid \text{num} \mid (\text{exp} \uparrow^{val_1}) \end{array}$$

Exemple : exp

$$\text{exp} \uparrow^{val} \rightarrow \text{terme} \uparrow^{val_1} \text{exp_suite} \downarrow_{val_1} \uparrow^{val}$$

```
Lexeme LC; //lexeme courant
public void Rec_exp(Integer val) {
    Integer val1;
    Rec_terme(val1);
    Rec_exp_suite(val1, val);
}
```

Exemple : exp_suite

$$\text{exp_suite} \downarrow_{val} \uparrow^{val'} \rightarrow \varepsilon \mid + \text{exp} \uparrow^{val_1} \mid - \text{exp} \uparrow^{val_1}$$

```
public void Rec_exp_suite(Integer val, Integer val2) {
    Integer val1;
    switch (LC.code) {
        case PLUS_TOKEN :
            Lex_suiv(); Rec_exp(val1);
            val2 = val + val1;
            break;
        case MOINS_TOKEN :
            Lex_suiv(); Rec_exp(val1);
            val2 = val - val1;
            break;
        case EOF_TOKEN :
        case PARDROITE_TOKEN :
            val2 = val;
            break;
        default : Erreur_syntaxe();
    }
}
```

Exemple : terme

$$\text{terme} \uparrow^{val} \rightarrow \text{Facteur} \uparrow^{val_1} \text{terme_suite} \downarrow_{val_1} \uparrow^{val}$$

```
public void Rec_terme(Integer val) {
    Integer val1;
    Rec_Facteur(val1);
    Rec_terme_suite(val1, val);
}
```

Exemple : terme_suite

$$\text{terme_suite} \downarrow_{val} \uparrow^{val'} \rightarrow \varepsilon \mid * \text{terme} \uparrow^{val_1}$$

```
public void Rec_terme_suite(Integer val, Integer val2) {
    Integer val1;
    switch (LC.code) {
        case PARDROITE_TOKEN :
        case EOF_TOKEN :
        case PLUS_TOKEN :
        case MOINS_TOKEN :
            val2 = val;
            break;
        case MULT_TOKEN :
            Lex_suiv();
            Rec_terme(val1);
            val2 = val * val1;
            break;
        default : Erreur_syntaxe("MULT_TOKEN attendu");
    }
}
```


Exemple : Facteur

$Facteur \uparrow^{val} \rightarrow idf | num | (exp \uparrow^{val_1})$

```
public void Rec_Facteur(Integer val) {
    switch (LC.code) {
        case IDF_TOKEN :
        case NUM_TOKEN :
            Lex_suiv();
            val = LC.valeur;
            break;
        case PARGAUCHE_TOKEN:
            Lex_suiv();
            Rec_exp(val);
            if (LC.code == PARDROITE_TOKEN)
                Lex_suiv();
            else
                Erreur_syntaxe("Erreur : manque PARDROITE_TOKEN");
            break;
        default: Erreur_syntaxe("Erreur");
    }
}
```

Construction d'un arbre abstrait

La construction d'un arbre abstrait se fait grâce à une grammaire attribuée.

- Les attributs sont de type `Noeud`, où `Noeud` représente un noeud de l'arbre.
- Les attributs `Noeud` sont synthétisés : on fait une construction de l'arbre depuis les feuilles.

Exemple

La grammaire des expressions arithmétiques peut être attribuée pour générer un arbre :

| | | |
|--------------------------------|---------------|---|
| $exp \uparrow^a$ | \rightarrow | $terme \uparrow^a$ |
| $exp \uparrow^{Plus(a1,a2)}$ | \rightarrow | $exp \uparrow^{a1} + exp \uparrow^{a2}$ |
| $exp \uparrow^{Moins(a1,a2)}$ | \rightarrow | $exp \uparrow^{a1} - exp \uparrow^{a2}$ |
| $terme \uparrow^{Mult(a1,a2)}$ | \rightarrow | $terme \uparrow^{a1} * terme \uparrow^{a2}$ |
| $terme \uparrow^a$ | \rightarrow | $Facteur \uparrow^a$ |
| $Facteur \uparrow^{Idf(val)}$ | \rightarrow | $idf \uparrow^{val}$ |
| $Facteur \uparrow^{Num(val)}$ | \rightarrow | $num \uparrow^{val}$ |
| $Facteur \uparrow^a$ | \rightarrow | $exp \uparrow^a$ |