**Un arc paramétré de classe d’un ean** , correspond à un couple où est un intervalle de et de classe avec .  
**La** **trajectoire/Le support d’un arc paramétré**  correspond à l’ensemble   
**Deux arcs paramétrés d’un ean sont équivalents** ssi avec un difféomorphisme de sur . (qui doit donc être strictement monotone)  
**Deux arcs paramétrés d’un ean sont équivalents positivement** ssi avec un difféomorphisme croissant de sur   
**Deux arcs paramétrés d’un ean sont équivalents négativement** ssi avec un difféomorphisme décroissant de sur   
Ces trois dernières propriétés sont des relations d’équivalence sur la classe des arcs paramétrés.  
Deux arcs paramétrés équivalents le sont soit positivement, et on dit qu’ils sont **de même sens** soit négativement et on dit qu’ils sont **de sens contraire**.  
Un arc paramétré, équivalent à un autre arc , est automatiquement par composition.  
Deux arcs paramétrés équivalents ont même trajectoire.  
Deux arcs paramétrés ayant même trajectoire, peuvent ne pas être équivalents : par exemple un arc parcourant un segment directement sans revenir en arrière, et un arc qui revient sur ses pas temporairement ne sont pas équivalents, car il ne pourrait y avoir une bijection continue monotone entre les deux. Intuitivement deux arcs équivalents correspondent au même parcours, deux arcs non équivalents correspondent à des parcours différents, quand bien même les trajectoires peuvent coïncider.  
**Un arc géométrique de classe d’un ean**, correspond à une classe de la relation -équivalent sur l’ensemble des arcs paramétrés de l’espace. Intuitivement un arc géométrique correspond donc à un sens de parcours donné de l’arc, sans information de vitesse.  
**Un paramétrage (admissible) d’un arc géométrique**, est un arc paramétré élément de sa classe d’équivalence.  
Les paramétrages d’un même arc géométrique, ont même trajectoire.  
**La trajectoire d’un arc géométrique**, est la trajectoire de n’importe lequel de ses paramétrages.  
La trajectoire d’un arc géométrique, peut être celle de plusieurs arcs géométriques distincts ayant des parcours différents.  
Un arc géométrique est aussi pour tout   
Parmi les paramétrages admissibles d’un arc géométrique , il y a au plus 2 classes de -équivalence positive. S’il y en a bien on dit que **l’arc géométrique est orientable.**  
**Orienter un arc géométrique orientable**, c’est désigner une de ces 2 classes de équivalence positive comme **directe**. L’autre classe est qualifiée d’**indirecte**.  
Une **courbe différentiable**  de / d’un ean / d’une variété différentiable correspond à une sous-variété de dimension .  
Un **arc géométrique est simple** si n’importe lequel de ses paramétrages est injectif.  
La trajectoire d’un arc géométrique/paramétré simple est une courbe connexe ? TODO  
Une courbe connexe, est la trajectoire d’un arc simple ? TODO  
**Etude des arcs géométriques.**  
**Un point d’un arc géométrique**, est un point de sa trajectoire.  
Pour deux paramétrages d’un même arc géométrique avec , et un point de l’arc, on a .  
Pour un arc géométrique avec , en un point de la trajectoire,   
 existe ? et est indépendant du paramétrage.  
Pour un arc géométrique avec , en un point de la trajectoire,  
 existe ? et est indépendant du paramétrage.  
**La tangente en un point d’un arc ()** est   
 ??  
**Un arc admet une demi-tangente en dirigée par**  ssi .   
**Un arc admet une tangente en parallèle à**  ssi l’arc admet une demi tangente en et en chacune dirigée par ou . C’est toujours le cas si  ??  
Pour soit repère en un point d’un arc (), alors pour . On a et   
**Un point d’un arc () est régulier** ssi ssi   
**Un point d’un arc () est birégulier** ssi et   
**Un point d’un arc () est ordinaire** ssi impair et pair.  
**Un point d’un arc () est d’inflexion** ssi impair et impair.  
**Un point d’un arc () est de rebroussement de 1ère espèce** ssi pair et impair.  
**Un point d’un arc () est de rebroussement de 2e espèce** ssi pair et pair.  
TODO schémas.  
**Relèvement sur le cercle unité.** Pour tout , une fonction d’un intervalle vers , de classe et admet un relèvement imaginaire pur : sur tel que   
Pour un arc paramétré normal en dimension 2 de composantes cartésiennes , il existe une fonction telle que et   
**Passage coordonnées polaires.** En dimension , un arc écrit sous **forme cartésienne** dans une b.o.n., ne passant pas par , peut s’écrire sous **forme polaire**   
**Etude asymptotique.**  
Soit un point d’accumulation d’un intervalle de d’un paramétrage d’un arc .  
**Une droite est une asymptote à un arc en** ssi   
**Un arc admet une branche infinie en** ssi  
Dans ce cas en dimension :  
Si alors asymptote verticale en   
Si alors asymptote horizontale en   
Si alors direction asymptotique de pente (verticale si )  
Si alors asymptote oblique   
**Un arc admet une branche infinie en de direction asymptotique** ssi  
**Longueur et abscisse curviligne.  
Un arc est régulier** ssi tous ses points le sont càd ssi   
**Un arc paramétré est normal** ssi . Dans ce cas il est régulier.  
**La longueur d’un arc compact de paramétrage d’un espace euclidien**, se définit par , elle est indépendante du paramétrage équivalent choisi.  
Pour un arc cartésien ,   
Pour le graphe d’une fonction ,   
Pour un arc polaire ,   
Pour un arc d’équation polaire ,   
**L’abscisse curviligne d’un arc d’un espace euclidien selon un paramétrage d’origine**  est .  
Autrement dit une abscisse curviligne selon un paramétrage est une primitive de   
Une abscisse curviligne est un paramétrage de l’arc de même sens que . De plus si l’arc est régulier et simple, alors ce paramétrage est normal.  
Tout paramétrage normal de l’arc s’écrit comme une abscisse curviligne d’un paramétrage fixé de , donc avec . ( si de même sens que , sinon)  
**Repère de Frenet.** On se place dans un espace euclidien de dimension 2.  
Pour un arc régulier et de paramétrage normal alors en , définit un repère orthonormé direct de , appelé **repère de Frenet de en** .  
Rappel relèvement: Pour un tel arc il existe telle que   
(En assimilant l’espace à , car paramétrage normal)  
**La fonction angulaire de en un point**  est  et   
**La courbure de**  **en un point s** est  et   
, donc Pour un paramétrage quelconque , on calcule la courbure avec   
Courbure d’un paramétrage quelconque :  
En coordonnées cartésiennes :   
Pour un graphe de fonction :   
Pour une équation polaire :  **Le rayon de courbure en un point de courbure non nulle**, est   
**Le centre de courbure en un point de courbure non nulle**, est   
L’arc est birégulier ssi sa courbure ne s’annule pas ().  
Dans ce cas **la développée de**  est l’arc de paramétrage les centres de courbure.  
Le cercle osculateur en est le cercle de centre et de rayon   
**Equation de courbe**  
**Une équation de courbe d’un espace affine euclidien de dimension**  correspond à une fonction et s’écrit   
**La courbe implicite d’équation dans un repère orthonormé de** est   
**Un point d’une courbe implicite d’équation est régulier** ssi ssi ou   
Une courbe implicite d’équation , définit en tout point régulier, un arc paramétrique localement grâce au théorème des fonctions implicites.   
La tangente à cet arc en un point régulier a pour équation cartésienne càd

**Classification des courbes du second degré dans un espace affine euclidien de dimension .**  
Soit un polynôme de degré 2 identifié à sa fonction polynomiale .  
   
   
Soit la forme quadratique de matrice dans la base canonique.  
 donc ,   
On cherche la nature de la courbe d’équation implicite dans un r.o.n.d. de .  
On pose b.o.n. et la b.o.n. telle que   
- Si , le SLE admet une unique solution   
Dans le r.o.n.d   
Dans le r.o.n.d   
On a une équation de la forme qu’on peut réécrire avec et interpréter :  
- correspond à une courbe vide .  
- correspond à l’unique point   
- correspond à une ellipse de centre d’axes , de paramétrage , et est un cercle ssi ssi ssi   
- correspond à une union de deux droites sécantes en   
- correspond à une hyperbole de centre d’axes , de paramétrage   
- Si on peut supposer , .   
Dans le r.o.n.d   
On a   
Si l’équation se réécrit   
Dans le r.o.n.d avec et .   
On obtient donc une parabole de sommet , d’axe   
Si l’équation se réécrit   
Dans le r.o.n.d avec et   
On obtient soit une union de deux droites parallèles si , soit rien si .  
- Si on est ramené à l’équation d’une droite, la courbe est de degré 1.

**Coniques.** Dans un espace affine euclidien orienté de dimension .  
Soit une droite, un point pas sur la droite, et un réel strictement positif.  
**La conique de directrice , de foyer et d’excentricité**  est   
Soit le r.o.n.d. d’origine le foyer, tel que et pointant vers .  
Dans , la directrice a pour équation avec   
**Le paramètre de la conique**  est   
Un point vérifie   
**Une ellipse** est une conique d’excentricité   
**Une parabole** est une conique d’excentricité   
**Une hyperbole** est une conique d’excentricité   
Discussion suivant l’excentricité :  
- Si (parabole) :  
 est **le sommet de la parabole.  
L’axe de la parabole est** , c’est un axe de symétrie de la parabole.  
 est **le repère naturel de la parabole.** C’est un r.o.n.d.  
**Equation d’une parabole dans son repère.**   
**Equation de tangente à une parabole dans son repère.**  ()  
**Paramétrage d’une parabole dans son repère.**   
- Si (ellipse) :  
 est **le demi grand axe**.   
 est **le demi petit axe**.   
 est **la distance centre-foyer**   
: Le foyer qui est sur le demi-grand axe est à l’intérieur de l’ellipse.  
**Relations spéciales de l’ellipse.**  
 : Le triangle demi-petit axe, centre-foyer, (rectangle au centre), est d’hypoténuse .  
 donc   
 est **le centre de l’ellipse.**  
 est **le repère naturel de l’ellipse.** C’est un r.o.n.d.  
Le demi-petit axe est suivant , le demi-grand axe suivant ce sont des axes de symétries de l’ellipse.  
 **est le foyer symétrique** de par rapport au centre   
La directrice a pour équation dans le repère de l’ellipse. **est la directrice symétrique** de par rapport au demi petit axe et a pour équation  **Equation d’une ellipse dans son repère.**   
**Equation de tangente à une ellipse dans son repère.**  ()  
**Paramétrage d’une ellipse dans son repère.**   
**Equation bifocale d’une ellipse.**   
- Si (hyperbole) :  
   
   
 est **la distance centre-foyer**   
: Le foyer est à l’extérieur de l’hyperbole.  
**Relations spéciales de l’hyperbole.**  
   
 donc   
 est **le centre de l’hyperbole.**  
 est **le repère naturel de l’hyperbole.** C’est un r.o.n.d.  
 et sont des axes de symétries de l’hyperbole.  
 **est le foyer symétrique** de par rapport au centre   
La directrice a pour équation dans le repère de l’hyperbole. **est la directrice symétrique** de par rapport à et a pour équation  **Equation d’une hyperbole dans son repère.**   
**Equation de tangente à une hyperbole dans son repère.**  ()  
**Paramétrage d’une hyperbole dans son repère.**   
**Equation bifocale d’une hyperbole.**   
**Equation des asymptotes à une hyperbole dans son repère.**