**1. Equation différentielles ordinaires.  
Une équation différentielle ordinaire (EDO) d’ordre sur un evn** , correspond à la donnée d’une fonction d’un ouvert vers . ouvert de , intervalle.  
On l’écrit   
Une **solution d’une EDO**  correspond à un couple ou est un intervalle ouvert non vide de , et est une fonction -fois dérivable sur telle que et   
Une **EDO est sous forme résolue** quand on peut exprimer la dérivée la plus forte en fonction de et des dérivées précédentes  c’est-à-dire   
On note généralement l’ensemble des solutions d’une EDO  
On note l’ensemble des solutions d’une EDO à intervalle fixé.  
**L’orbite = courbe trajectoire d’une** **solution d’une EDO** est l’ensemble   
**Le graphe d’une** **solution d’une EDO** est l’ensemble   
**2. Equation différentielles linéaires.  
Une équation différentielle linéaire vectorielle (EDL) d’ordre d’un intervalle fixé , vers un evn de dimension finie** , s’écrit symboliquement et correspond à la donnée de fonctions continues et d’une fonction continue.  
Une EDL est donc une EDO de fonction , et a fixé.  
Une **solution d’une EDL** correspond à une fonction -fois dérivable sur vérifiant l’équation sur .  
Une **EDL d’ordre 1** s’écrit donc   
Une **EDLR d’ordre**  s’écrit   
Une **EDLR d’ordre 1** s’écrit .  
Une **EDL est à coefficients constants (EDLC)** ssi les sont des constantes (mais peut varier).  
Une **EDLCR d’ordre**  s’écrit   
Une **EDLCR d’ordre 1** s’écrit   
Une **EDL est scalaire (EDLS)** ssi .  
Une **EDLCSR d’ordre**  s’écrit   
Une **EDLCSR d’ordre 1** s’écrit   
**Equations homogènes.**  
Une **EDL est homogène (EDLH) ssi**   
**L’EDLH associée à une EDL**, est l’EDL dans laquelle on remplace par la fonction nulle.  
Une **solution homogène d’une EDL**, est une solution de l’EDLH associée.  
On note l’ensemble des solutions homogènes d’une EDL.  
Pour une EDLH, on a donc .  
**Etude des EDLR d’ordre 1.**Une EDLR d’ordre 1 s’écrit avec   
L’EDLRH associée est   
Une solution d’une EDLR (de tout ordre) est de classe . (car les fonctions paramètres sont )  
Une solution d’une EDLR dont les fonctions paramètres sont , est de classe .  
Pour une EDLR d’ordre , est sev de de dimension   
Pour une EDLR d’ordre , est se affine de de direction de dimension   
Une **donnée de Cauchy d’une EDL d’ordre**  correspond à représentant conditions initiales sur toutes les images des dérivées successives sauf sur la plus haute.  
Pour une EDLR d’ordre 1 c’est un couple symbolisant la condition .  
Un **problème de Cauchy d’une EDL d’ordre** correspond à une EDL d’ordre muni d’une donnée de Cauchy d’ordre .  
Un **problème de Cauchy d’une EDLR d’ordre** s’écrit   
Une **solution d’un problème de Cauchy**, est une solution de l’ED satisfaisant la donnée de Cauchy.  
**Théorème de Cauchy.** Un problème de Cauchy d’une EDLR d’ordre , admet une unique solution. Autrement dit   
**Equation intégrale.** Une fonction satisfait un problème de Cauchy d’une EDLR d’ordre 1 ssi   
**Wronskien.**  
Soit une EDLR d’ordre 1 de vers un evn de dimension ,  
**Le wronskien d’une famille de solutions homogènes, dans une base de** , correspond à l’application   
Une famille de solutions homogènes est une base de ssi son wronskien (dans une base fixée) ne s’annule jamais sur ssi son wronskien ne s’annule pas en certain point de .  
Le wronskien s’annule en un point de ssi il est nul sur tout .  
Le wronskien en deux points de est lié par la formule :   
   
La dérivée du wronskien est   
**Variation des constantes.**  
Soit une base de solutions homogènes de l’EDLR d’ordre 1.  
Pour une fonction , telles que , autrement dit telles que dans une base fixée de .  
On a alors   
Pour résoudre un EDLR d’ordre 1, on cherche d’abord une base de solutions homogènes (le wronskien peut aider) puis on peut appliquer la variation des constantes.  
Une autre méthode est de trouver une solution particulière , et une base de ce qui permet d’écrire .  
Méthodes pour trouver des solutions particulières : On cherche des solutions polynômes ou sommes de séries entières ou de séries trigonométriques, on cherche s’il existe un changement de variables ramenant l’équation homogène a une EDLC.  
**3. Etude des EDLSR d’ordre 1.**Une EDLSR d’ordre 1 s’écrit avec   
Une solution d’une EDLSR dont les fonctions paramètres sont , est de classe .  
Pour une EDLSR d’ordre 1, est sev de de dimension   
Pour une EDLSR d’ordre 1, est se affine de de direction de dimension   
**Théorème de Cauchy.** Un problème de Cauchy d’une EDLSR d’ordre , admet une unique solution. Autrement dit   
**Solution explicite.** Un problème de Cauchy EDLSR d’ordre 1 admet comme unique solution  avec   
Pour une EDLSR d’ordre 1, avec , est une base de   
   
**4. Etude des EDLCR d’ordre 1.**Une EDLCR d’ordre 1 s’écrit avec   
L’EDLCRH associée est avec   
Une solution d’une EDLCR dont est , est de classe .  
Pour une EDLCR d’ordre , est sev de de dimension   
Pour une EDLCR d’ordre , est se affine de de direction de dimension   
**Théorème de Cauchy.** Un problème de Cauchy d’une EDLCR d’ordre , admet une unique solution. Autrement dit   
**Solution explicite.** Un problème de Cauchy EDLCR d’ordre 1 admet comme unique solution    
Pour une EDLCR d’ordre 1, solution homogène mais pas base de   
   
Si le polynôme caractéristique de est scindé avec les valeurs propres distinctes de de multiplicités respectives , alors  
toute solution homogène d’une EDLCR d’ordre , avec , peut se réécrire sous la forme avec pour tout , .  
**5. Etude des EDLCSR d’ordre n.**Une **EDLCSR d’ordre**  s’écrit ,   
Une solution d’une EDLCSR dont est , est de classe .  
Pour une EDLCSR d’ordre , est sev de de dimension n (l’ordre)  
Pour une EDLCSR d’ordre , est se affine de de direction de dimension   
 solution de ssi solution de   
Etudier une EDLCSR d’ordre dans se ramène donc à étudier une EDLCR d’ordre dans   
**Théorème de Cauchy.** Un problème de Cauchy d’une EDLCSR d’ordre , admet une unique solution.   
**Le wronskien d’une famille de solutions homogènes d’une EDLCSR d’ordre ,** est le wronskien dans la base canonique de de la famille associée de l’EDLCR vectorielle d’ordre 1 associée, donc correspond à l’application   
Une famille de solutions homogènes est une base de ssi son wronskien ne s’annule jamais sur ssi son wronskien ne s’annule pas en certain point de .  
Le wronskien en deux points de est lié par la formule :   
La dérivée du wronskien est   
Si pour une EDLCSR d’ordre le polynôme caractéristique est scindé avec les valeurs propres distinctes de multiplicités respectives , alors toute solution homogène peut se réécrire sous la forme avec pour tout , .  
**6. Etude des EDLCSR d’ordre 2.**Une **EDLCSR d’ordre**  s’écrit ,   
l’EDLCSRH associée s’écrit ou encore   
Pour une EDLCSR d’ordre , est sev de de dimension 2  
Pour une EDLCSR d’ordre , est se affine de de direction de dimension 2  
 solution de ssi solution de   
**Théorème de Cauchy.** Un problème de Cauchy d’une EDLCSR d’ordre , admet une unique solution.   
Le wronskien d’une famille homogène est .  
Le polynôme caractéristique de l’ED est donc   
Soit les racines de , et soit le discriminant.  
Si , alors ,  
Si : et est une base de   
Si : est une base de ,   
Dans : donc on discrimine suivant le signe de .  
Si : , on prend en général comme base de   
Si : alors on écrit avec ,  
puis on prend en général comme base de .  
L’avantage de cette base est que et sont réels.  
Si : alors , on prend en général comme base de ,  
Pour résoudre l’ED non homogène, on cherche une solution particulière de , ce qui permet d’écrire , ou alors on applique la variation des constantes.  
**7. Etude des EDLCSR d’ordre 1.**Une **EDLCSR d’ordre**  s’écrit ,   
l’EDLCSRH associée s’écrit ou encore   
Pour une EDLCSR d’ordre , est sev de de dimension 1  
Pour une EDLCSR d’ordre , est se affine de de direction de dimension 1  
**Théorème de Cauchy.** Un problème de Cauchy d’une EDLCSR d’ordre , admet une unique solution. Autrement dit   
**Solution explicite.** Un problème de Cauchy EDLCSR d’ordre 1 admet comme unique solution    
Pour une EDLCSR d’ordre 1, est une base de