**Modèles standards des entiers naturels.  
 vérifie le modèle de Peano des entiers naturels** ssi   
Il existe un vérifiant le modèle de Peano. On fixe un tel triplet.  
**Principe de récurrence simple.**Soit des variables fixées, un prédicat dont on abrège l’écriture en .  
Si et , alors .  
**Addition dans .** tel que   
 (+ est associative)  
 (+ est commutative)  
 (somme de positifs nuls est nulle)  
   
 **dans .** relation binaire tel que   
 signifie et   
 signifie et .  
 signifie et   
Pour Pour

**Principe de récurrence (version générale).**Soit des variables fixées, un prédicat dont on abrège l’écriture en .  
Récurrence simple.   
Récurrence d’ordre . Récurrence forte.   
**Propriétés élémentaires.**  
   
 ordre total sur   
   
   
   
   
Pour   
   
 est bijective.

**Multiplication dans**   
   
   
 ( est associative)  
 ( est commutative)  
 ( est distributive sur )  
 (intégrité)

**Caractérisation des applications entre et**   
**Lemme.** bijective  
 injective   
 surjective   
 bijective   
 , injective ssi surjective ssi bijective.

**Ensembles finis et cardinaux.**  
Un **ensemble est fini** ssi ( est vide ou il existe une bijection de avec )  
Un **ensemble est infini**, s’il n’est pas fini.  
Le **cardinal de l’ensemble vide** est .  
Le **cardinal d’un ensemble fini non vide** noté , est l’unique entier , tel qu’il existe une bijection de .  
Le cardinal d’un ensemble fini est donc toujours un entier naturel.  
Le cardinal d’un ensemble infini peut être défini, mais n’est pas un entier naturel.  
Un ensemble est fini ssi   
Un ensemble est vide ssi   
Entre 2 ensembles finis non vides , il existe une application injective ssi   
Entre 2 ensembles finis non vides , il existe une application surjective ssi   
Entre 2 ensembles finis non vides , il existe une application bijective ssi   
Entre 2 ensembles finis non vides de meme cardinal, une application est injective ssi elle est surjective ssi elle est bijective.  
D’un ensemble infini, on peut extraire une partie finie de cardinal fixé.  
Une injection qui part d’un ensemble fini, arrive dans un ensemble fini.  
Une surjection qui arrive d’un ensemble fini, part d’un ensemble fini.  
Si deux ensembles sont en bijection, alors soit ils sont tous deux fini, soit ils sont tous deux infini.  
Une application de domaine fini, a une image directe finie, car surjective dans son image.  
Une famille d’entiers est **croissante** ssi   
Une famille d’entiers est **strictement croissante** ssi   
Pour ,   
Une famille finie d’entiers peut être permutée de sorte à la rendre croissante.  
.  
Un ensemble fini non vide d’entiers peut être décrit par une famille strictement croissante d’entiers unique.  
   
Une partie d’un ensemble fini, est finie et de cardinal inférieur.   
Une partie de est finie ssi elle est majorée ssi elle est bornée.  
L’intersection d’ensembles finis est finie, et   
L’union d’ensembles finis est finie, et

**Notation d’opérateur itéré, pour une l.c.i. associative et commutative.**  
Soit ensemble muni d’une l.c.i. \* associative et commutative. Soit une famille .  
   
**Associativité.**   
**Notation ensembliste**.  
Soit un ensemble fini non vide de cardinal , et une application .  
 bijective, .  
On a en particulier   
**Changement de variables**. Pour une bijection vers on a   
Pour ,

La somme itérée dans se note . Le produit itéré dans se note .

**Propriétés spécifiques a .**  
   
, en particulier