**Construction de .**Un **corps est ordonné par**  ssi   
Un **corps est totalement ordonné par**  ssi est ordonné et ordre total.  
Un **corps est archimédien** ssi   
**Une suite sur un corps est de Cauchy** ssi   
**Une suite sur un corps converge vers**  ssi   
Un **corps est complet** signifie que toute suite de Cauchy sur converge dans .  
Un **corps vérifie le théorème des suites adjacentes** ssi pour tout couple de suites dans dont l’une est croissante, l’autre est décroissante, de différence qui tend vers , alors ces 2 suites convergent vers la même limite.  
Un **corps vérifie le théorème de la limite monotone** ssi toute suite croissante majorée (resp. décroissante minorée) converge.  
**Modèle de .**Pour un corps totalement ordonné , 1,2,3,4 sont équivalentes :  
1. archimédien et complet  
2. archimédien et vérifie le théorème des suites adjacentes.  
3. Toute partie non vide majorée (resp. minorée) admet un supremum (resp. infimum).  
4. vérifie le théorème de la limite monotone.  
Dans ce cas on dit que vérifie le modèle de .  
**Existence**: Il existe vérifiant le modèle de .  
La construction peut se faire via les coupures de Dedekind, ou via les suites de Cauchy rationnelles.  
**Unicité** : Tous les corps vérifiant le modèle de , sont isomorphes (dans la catégorie des corps).

**Toutes les propriétés axiomatiques de** Pour tous :  
 et on définit la notation .  
, , et on définit la notation .  
   
   
   
   
   
   
   
   
   
   
 et   
 et   
 ou   
   
   
   
Toute suite de Cauchy dans converge dans .  
Etant données deux suites sur dont l’une est croissante, l’autre est décroissante, et dont la différence tend vers , alors ces deux suites convergent dans vers la même limite.  
Toute partie non vide majorée (resp. minorée) admet un supremum (resp. infimum) dans .  
Toute suite croissante majorée (resp. décroissante minorée) converge.   
**Définitions basiques.**  
On pose ,   
On pose ,   
 est une partition de , est une partition de ,   
On définit et .  
**Propriétés basiques decalcul découlant des axiomes.**Pour tous :  
   
 ou ou (trichotomie)  
   
   
 ou (intégrité)  
 et et (une somme nulle de termes positifs a tous ses termes nuls)  
**Propriétés de régularité**Pour tous : ssi   
 ssi   
Sous , ssi   
Sous , ssi   
 ssi   
 ssi   
Sous , ssi   
Sous , ssi   
Sous , ssi   
Sous , ssi   
 ssi   
 ssi   
Sous , ssi   
Sous , ssi   
Sous , ssi   
Sous , ssi

**Propriétés de .**Il existe un sous-corps de isomorphe a . Donc on peut supposer   
 est dense dans  :   
**Valeur absolue.** Pour ,   
   
 sont de même signe ssi   
 sont de signe contraire ssi   
Pour Pour   
Pour   
Pour alors   
**Partie entière.** Pour ,   
**Infinis.**On introduit deux nouveaux symboles et on définit   
On étend les opérations usuelles.  
Pour   
Pour   
Pour ,   
Pour ,   
, ,   
**Caractérisation des bornes sup/inf dans .** Pour une partie et   
 admet un sup dans non vide majoré  
 admet un inf dans non vide minoré  
 admet un sup dans et   
 admet un inf dans et   
**Bornes sup/inf dans .** Soit une partie .  
Si est vide on pose . Si est non majoré on pose .  
Une partie admet toujours un sup dans . On a alors :  
 non vide et non majoré.  
 non vide majoré.  
.  
Si est vide on pose . Si est non minoré on pose .  
Une partie admet toujours un inf dans . On a alors :  
.  
 non vide et minoré.  
 non vide et non minoré. **Théorème de convergence monotone succinct**:  
Toute suite croissante (resp. décroissante) tend vers le supremum (resp. l’infimum) dans de son image.