**Réduction des endomorphismes**  
Un **endomorphisme** est un morphisme d’espaces vectoriels d’un Kev dans lui-même.  
Un **sous-espace** d’un Kev est **stable par un endomorphisme** du Kev, ssi l’image du sous-espace par l’endomorphisme est contenue dans le sous-espace.   
Le noyau et l’image d’un endomorphisme sont des sous-espaces stables par l’endomorphisme.  
L’**endomorphisme induit sur un sous-espace** d’un Kev par un endomorphisme du Kev est l’endomorphisme défini uniquement sur le sous-espace par restriction.   
Pour deux endomorphismes qui commutent, le noyau et l’image de l’un sont stables par l’autre.  
Pour un sous-espace de dimension d’un Kev de dimension , soit base de completee en une base de de sorte que , alors   
Réciproquement, lorsque la matrice d’un endomorphisme d’un Kev de dimension finie , s’écrit dans une base sous la forme avec , alors est un sous-espace de stable par , dont est une base et .  
Pour sous-espaces d’un Kev de dimension tels que avec une base adaptee a la décomposition , alors   
Réciproquement, lorsque la matrice d’un endomorphisme d’un Kev de dimension finie , s’écrit dans une base sous la forme avec , alors pour tout , est un sous-espace de stable par , dont est une base et , et de plus   
**Notions générales en dimension quelconque.**  
Ayant fixe un Kev et un endomorphisme, on peut définir le **morphisme d’évaluation** . Ce morphisme est un morphisme de -algèbre  
La **sous-algèbre engendrée** **par un endomorphisme** est l’image du morphisme d’évaluation . C’est une sous-algèbre abélienne de   
L’**idéal annulateur d’un endomorphisme** est le noyau du morphisme d’évaluation .   
Pour un endomorphisme, son idéal annulateur est non trivial () ssi sa sous-algèbre engendrée est de dimension finie, auquel cas on dit qu’il est **algébrique**. Lorsque le Kev est de dimension finie, c’est toujours le cas. L’idéal annulateur d’un endomorphisme algébrique est un idéal de principal donc admet un **polynôme minimal** tel que .  
Le polynôme minimal d’un endomorphisme algébrique est toujours unitaire et de son degré est égal à la dimension de la sous-algèbre engendrée par l’endomorphisme. et est une base de   
L’inverse d’un endomorphisme algébrique inversible, s’exprime comme un polynôme de l’endomorphisme initial.   
Pour un endomorphisme fixe d’un Kev, le noyau et l’image de sont stable par pour n’importe quel polynôme sur .  
**Lemme des noyaux.** Pour un endomorphisme d’un Kev, et polynômes sur premiers entre eux 2 à 2, on a avec   
Si de plus, le produit des polynômes annule , on peut écrire comme la somme directe des noyaux car   
Une **droite vectorielle d’un Kev** est un ensemble de la forme avec   
Pour un vecteur non nul d’un Kev, et un scalaire , on dit que  **est un vecteur propre associé à la valeur propre pour l’endomorphisme**  ssi .  
Un vecteur propre ne peut être associé qu’à une seule valeur propre.   
Une même valeur propre peut être associée à plein de vecteurs propres.   
Un endomorphisme peut généralement avoir plusieurs, une seule, ou aucune valeur propre.  
Un vecteur non nul d’un Kev est un vecteur propre d’un endomorphisme ssi la droite vectorielle engendrée par ce vecteur est stable par l’endomorphisme.   
Un endomorphisme admet un vecteur propre ssi il admet une valeur propre ssi il stabilise au moins une droite vectorielle.  
Un scalaire est une valeur propre d’un endomorphisme ssi n’est pas injectif ssi   
Dire qu’un endomorphisme est injectif revient donc à dire que n’en est pas une valeur propre.  
Le **sous-espace propre associé à une valeur propre d’un endomorphisme d’un Kev**  est l’ensemble . C’est un sous-espace de stable par l’endomorphisme.  
Un sous-espace propre n’est jamais trivial () donc est de dimension .  
Pour un même endomorphisme, un nombre fini de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes 2 à 2, sont toujours en somme directe   
Pour un même endomorphisme, un nombre fini de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes 2 à 2, forment toujours une famille libre.  
Pour deux endomorphismes qui commutent, les sous-espaces propres de l’un sont stables par l’autre.   
Une valeur propre d’un endomorphisme induit sur un sous-espace stable, est toujours une valeur propre de l’endomorphisme initial. La réciproque est fausse.  
Le sous-espace propre associé à une valeur propre donnée d’un endomorphisme induit, s’obtient en intersectant le sous-espace propre de l’endomorphisme initial correspondant, avec le sous-espace sur lequel l’endomorphisme est induit. vp de   
Si est une valeur propre de alors est une valeur propre de pour tout polynôme .  
Les valeurs propres d’un endomorphisme sont donc racines de tout polynôme annulateur de cet endomorphisme.  
Donc dans le cas algébrique il ne peut y en avoir qu’un nombre fini ou dénombrable.  
Pour un endomorphisme, les 2 opérations : induire sur un sous-espace stable, ou appliquer un polynôme, commutent, c’est-à-dire pour sev stable de .  
Pour un endomorphisme algébrique, l’endomorphisme induit sur un sous-espace stable est encore algébrique et dans ce cas le polynôme minimal de l’endomorphisme induit divise celui de l’endomorphisme initial.   
**Réduction en dimension finie.**  
On se place désormais dans un Kev de dimension finie .  
Le **spectre d’un endomorphisme** (relativement au corps )est l’ensemble de ses valeurs propres dans .  
Pour une extension de corps telle que reste un e.v., le spectre ne peut que grandir   
Un scalaire est une valeur propre d’un endomorphisme ssi ssi non injectif ssi ssi non bijectif ssi   
Un hyperplan est stable par un endomorphisme ssi   
**Réduction matricielle.**  
Soit la matrice d’un endomorphisme dans une base fixée du ev de dimension .  
On écrira pour designer la matrice colonne d’un vecteur dans ,   
Pour , et un scalaire , on dit que  **est un vecteur propre associé à la valeur propre pour la matrice**  ssi ssi ssi ssi vecteur propre associé à la valeur propre pour l’endomorphisme .  
Le **spectre d’une matrice** est   
Le **sous-espace propre associé à une valeur propre d’une matrice** est l’ensemble .  
Un scalaire est une valeur propre d’une matrice ssi ssi ssi ssi   
Pour un polynôme et une matrice on peut définir . Définitions analogues pour .  
Le **polynôme caractéristique d’une matrice** est défini par , parfois on prend une autre convention mais les résultats sont analogues.  
Le polynôme caractéristique d’une matrice représentative d’un endomorphisme est indépendant de la base choisie. Le **polynôme caractéristique d’un endomorphisme**  est donc cet unique polynôme tel que dans n’importe quelle base ,   
Attention a priori n’est pas défini. On définirait de même .  
Deux matrices semblables ont même polynôme caractéristique.  
Les propriétés suivantes ont généralement une version matricielle analogue.  
Le degré du polynôme caractéristique est égal à la dimension de l’espace c’est-à-dire la taille de la matrice.   
Les valeurs propres d’un endomorphisme sont les racines de son polynôme caractéristique.   
**L’ordre de multiplicité**  d’une valeur propre d’un endomorphisme est son ordre en tant que racine du polynôme caractéristique.  
Un endomorphisme admet donc au plus valeurs propres distinctes.   
Lorsque le corps de base est algébriquement clos, et l’espace est de dimension , un endomorphisme admet au moins une valeur propre.   
Pour un espace vectoriel de dimension impaire, un endomorphisme admet au moins une valeur propre.   
Le polynôme caractéristique de l’endomorphisme induit sur un sous-espace stable divise celui de l’endomorphisme initial.   
Un endomorphisme est toujours algébrique (en dimension finie) et admet toujours un polynôme minimal et on a et on a toujours   
La dimension d’un sous-espace propre est toujours inferieure à l’ordre de multiplicité de la valeur propre correspondante.   
Pour sous-espaces stables par un endomorphisme tels que alors le polynôme caractéristique de s’exprime comme le produit des polynômes caractéristiques induits sur chaque espace.   
Le polynôme caractéristique d’un endomorphisme a des termes de degrés extrémaux simples :   
Avec la convention alternative , unitaire.  
Ecrivant les coeffs de sorte que , il s’avère qu’en fait chaque est la somme des mineurs principaux (inter de lignes et colonnes de mêmes indices) de d’ordre .  
Si le polynôme caractéristique d’un endomorphisme est scindé, on peut écrire avec les valeurs propres de l’endomorphisme comptées avec leur multiplicité.  
Dans ce cas , avec le -ieme polynôme symétrique élémentaire. De plus comme , s’exprime comme un polynôme en sommes de newton des racines càd .  
La trace d’un endomorphisme de polynôme caractéristique scindé, est la somme de ses valeurs propres comptées avec leur multiplicité.   
Le déterminant d’un endomorphisme de polynôme caractéristique scindé, est le produit de ses valeurs propres comptées avec leur multiplicité.   
Une **matrice compagnon** est une matrice de la forme : ou bien de la forme transposée.  
Le polynôme caractéristique d’une matrice compagnon est autrement dit . Idem pour   
**Cayley Hamilton.** Le polynôme caractéristique d’un endomorphisme est un polynôme annulateur de cet endomorphisme.   
Le polynôme minimal d’un endomorphisme divise son polynôme caractéristique. cad   
Généralement   
   
Les valeurs propres d’un endomorphisme c’est à dire les racines de son polynôme caractéristique, sont aussi les racines de son polynôme minimal.   
Rappel : On note l’ordre de multiplicité d’une valeur propre d’un endomorphisme en tant que racine du polynôme caractéristique.  
On note l’ordre de multiplicité d’une valeur propre d’un endomorphisme en tant que racine du polynôme minimal. On a toujours   
**Diagonalisabilité.**On note l’ensemble des matrices diagonales a coefficients dans .  
Un endomorphisme d’un Kev de dimension finie est dit **diagonalisable** ssi sa matrice représentative dans une certaine base est diagonale.  
Une matrice est **diagonalisable** ssi elle est semblable à une matrice diagonale.  
Dans une base quelconque , est diagonalisable ssi est diagonalisable.  
**Critères de diagonalisabilité.** Un endomorphisme est diagonalisable ssi son polynôme caractéristique est scindé sur et tout sous-espace propre a même dimension que l’ordre de multiplicité de sa valeur propre ssi l’espace est somme directe de tous les sous-espaces propres.  
 diagonalisable scindé sur et   
Lorsque le polynôme caractéristique est scindé a racines simples sur , est nécessairement diagonalisable, puisque . Réciproque fausse (prendre l’identité).  
Un endomorphisme est diagonalisable ssi il admet un polynôme annulateur scindé à racines simples sur ssi le polynôme minimal de l’endomorphisme est scindé a racines simples sur .  
Tout endomorphisme induit sur un sous-espace stable par un endomorphisme diagonalisable, est également diagonalisable.  
Les endomorphismes qui commutent (le commutant) avec un endomorphisme diagonalisable , sont les endomorphismes laissant stable ses espaces propres (de ).  
Tout projecteur est diagonalisable de valeurs propres dans .   
Toute symétrie est diagonalisable de valeurs propres dans .   
Tout élément d’un sous-groupe fini (multiplicatif) de ou est diagonalisable et ses valeurs propres sont des racines -iemes de l’unité.  
Ex : Si avec et base canonique de , alors diagonalisable dans la base de avec , .  
La **matrice de permutation circulaire** est alors les puissances successives de font monter les diagonales de 1. On a et . est diagonalisable et   
**Trigonalisabilité.**On note l’ensemble des matrices triangulaires supérieures à coefficients dans .  
Toute matrice est semblable à sa transposée.  
Un endomorphisme d’un Kev de dimension finie est dit **trigonalisable** ssi sa matrice représentative dans une certaine base est triangulaire.  
Une matrice est **trigonalisable** ssi elle est semblable à une matrice triangulaire.  
Dans une base quelconque , est trigonalisable ssi est trigonalisable. **Critères de trigonalisabilité.** Un endomorphisme est trigonalisable ssi il admet un polynôme annulateur scindé sur ssi le polynôme caractéristique de l’endomorphisme est scindé sur ssi le polynôme minimal de l’endomorphisme est scindé sur .  
Sur un corps est algébriquement clos, un endomorphisme est toujours trigonalisable.  
Sur le corps de décomposition de ou , un endomorphisme est toujours trigonalisable.  
**Nilpotence.**Un endomorphisme est dit **nilpotent** ssi   
Un endomorphisme est dit **nilpotent d’indice**  ssi et avec la convention que l’endomorphisme nul est nilpotent d’indice .  
**Théorème.** Un endomorphisme est nilpotent ssi sa matrice représentative dans une certaine base est triangulaire stricte (que des 0 dans la diagonale) ssi ssi   
Pour un endomorphisme nilpotent d’indice , on peut trouver tel que est une base de . (il suffit de prendre tel que )  
**Codiagonalisabilité/Cotrigonalisabilité.**  
Une famille quelconque d’endomorphismes est dite **codiagonalisable** ssi il existe une même base dans laquelle la matrice représentative de chaque élément de la famille est diagonale.  
Une famille quelconque d’endomorphismes tous diagonalisables, et qui commutent 2 à 2, est une famille codiagonalisable.  
Une famille quelconque d’endomorphismes est dite **cotrigonalisable** ssi il existe une même base dans laquelle la matrice représentative de chaque élément de la famille est diagonale.  
Une famille quelconque d’endomorphismes tous trigonalisables, et qui commutent 2 à 2, est une famille cotrigonalisable.  
**Commutant.** **Le commutant d’un endomorphisme**  est l’ensemble des endomorphismes qui commutent avec lui.  
Le commutant d’un endomorphisme diagonalisable a pour dimension.   
Pour un endomorphisme diagonalisable de valeurs propres toutes distinctes, alors   
Pour un endomorphisme de polynôme minimal de degré , . (vient de )  
**Indice et polynôme minimal**. Soit un -ev de dimension finie .  
Rappel : On note l’ordre de multiplicité d’une valeur propre d’un endomorphisme en tant que racine du polynôme caractéristique.  
On note l’ordre de multiplicité d’une valeur propre d’un endomorphisme en tant que racine du polynôme minimal. On a toujours   
Pour un endomorphisme on a toujours .  
Si alors .  
**L’indice d’un endomorphisme**  est le plus petit tel que .  
Tout endomorphisme d’un Kev de dim finie admet un indice fini et donc on peut toujours ecrire  
   
   
   
   
L’indice d’un endomorphisme nilpotent s’avère être l’indice de l’endomorphisme au sens général.  
Un endomorphisme vérifie toujours pour son indice .  
En dimension finie, le polynôme minimal d’un endomorphisme de polynôme caractéristique scindé sur est aussi scindé de mêmes racines, s’écrit , et , s’avère être l’indice de l’endomorphisme .  
Ce théorème permet de calculer le polynôme minimal de : on calcule le polynôme caractéristique puis pour toutes les racines on calcule l’indice de (en pratique les calculs peuvent être long).  
**Sous-espaces caractéristiques.**  
Le **sous-espace caractéristique associé à une valeur propre d’un endomorphisme d’un Kev de dim finie** est l’ensemble . C’est un sous-espace de stable par l’endomorphisme.  
Pour tout en particulier   
Pour tout , en particulier   
Donc .   
Pour un vecteur non nul d’un Kev, et un scalaire , on dit que  **est un vecteur propre généralisé associé à la valeur propre pour l’endomorphisme**  ssi ssi   
Un sous-espace caractéristique est de dimension .  
Attention, il est possible que   
Tout sous-espace caractéristique est stable par l’endomorphisme , et l’endomorphisme induit dessus admet pour seule valeur propre, et avec nilpotent d’indice = , , , trigonalisable dans une base ,   
**Décomposition de Dunford (additive).** Un endomorphisme est trigonalisable  
ssi est scindé sur ssi est scindé sur   
ssi est la somme directe des sous-espaces caractéristiques de l’endomorphisme ssi il existe une base de formée de vecteurs propres généralisés de l’endomorphisme  
ssi peut s’écrire comme la somme d’un endomorphisme diagonalisable et d’un endomorphisme nilpotent qui commutent . (\*)  
Dans ce cas :  
 et sont uniques (à satisfaire les 4 conditions de (\*) ).  
 et sont des polynômes en .   
on a , est déterminé par , et est déterminé par , c’est-à-dire par , dans une base adaptée a . Et on peut donc écrire   
Avec les valeurs propres distinctes de . est nilpotente d’indice ,   
   
   
**Décomposition de Dunford** **multiplicative.** Un endomorphisme inversible est trigonalisable  
ssi peut s’écrire comme le produit d’un endomorphisme diagonalisable et d’un endomorphisme unipotent qui commutent . (\*\*)  
ssi Dunford additif s’applique.  
Dans ce cas : Les conséquences de Dunford additif s’appliquent  
 et sont uniques (à satisfaire les 4 conditions de (\*\*)).  
Les couples et sont liés par les relations : et .  
 et sont des polynômes en .  
**Préliminaires sous-espaces cycliques.** Soit un ev  
**L’indice d’un endomorphisme en un vecteur** est le plus petit tel que   
Le **sous-espace cyclique/clôture stable d’un endomorphisme en un vecteur**  est l’espace . Cet espace est stable par   
**L’idéal conducteur d’un endomorphisme en un vecteur**  est   
 est un morphisme surjectif de evs de noyau   
 est un isomorphisme de evs.  
 ssi de dimension finie.  
 est un sev de .  
Si est de dimension finie on a forcément . On supposera désormais .  
**Le polynôme conducteur d’un endomorphisme en un vecteur**  est le polynôme unitaire engendrant l’idéal conducteur , c’est aussi le polynôme minimal de l’endomorphisme induit sur le sous-espace cyclique .  
Ainsi un polynôme conducteur d’un endomorphisme divise toujours le polynôme minimal de cet endomorphisme.  
 est une -algèbre de dimension dont est une base.  
 donc est une base de . donc .  
Si est d’indice fini en , alors .  
**Sous-espaces cycliques.** (Gourdon algèbre p178)  
**Lemme 1.** Si sous-espaces cycliques sont en somme directe alors,   
**Lemme 2.** Si polynômes conducteurs sont premiers entre eux 2 à 2, alors   
**Lemme 3** : Pour tout facteur irréductible de de multiplicité dans sa décomposition en facteurs irréductibles, il existe tel que .  
Un **vecteur maximum d’un endomorphisme**  est un vecteur dont le polynôme conducteur est égal au polynôme minimal de l’endomorphisme.   
**Lemme 4.** Tout endomorphisme admet au moins un vecteur maximum. . (Par 1,2,3)  
**Lemme 5.** Le sous-espace cyclique d’un endomorphisme en un vecteur maximum admet un supplémentaire stable. (Gourdon algèbre p 290) **Décomposition de Frobenius.** Pour un endomorphisme , il existe une suite finie de vecteurs telle que avec .  
Les polynômes conducteurs ne dépendent pas du choix des et ne changent pas lorsqu’on étend le corps , les sont les **facteurs invariants de l’endomorphisme** . Leur produit est égal au polynôme caractéristique et le plus grand est égal au polynôme minimal .  
De plus base de où désigne la matrice compagnon associé au polynôme . On a donc bien cyclique ssi n’admet qu’un seul facteur invariant () **Caractérisation similitude.** (En dimension finie)  
Deux endomorphismes sont semblables ssi ils ont mêmes facteurs invariants.  
**Décomposition de Frobenius nilpotent.** (Gourdon algèbre p )  
Pour un endomorphisme nilpotent d’indice , on peut trouver tel que est une base de . Dans ce cas   
Pour un endomorphisme nilpotent quelconque, est somme directe de sous-espaces -cycliques avec dans une base adaptée on a   
Les forment une partition de .  
**Réduction de Jordan.**  
Un **bloc de Jordan** est une matrice de la forme , et pour est de la forme :   
Dans la décomposition de Dunford, on a choisi les de sorte à rendre triangulaire strict les matrices des endomorphismes nilpotents induits. On peut faire mieux, en appliquant la décomposition de Frobenius nilpotent à chaque endomorphisme nilpotent. On obtient ainsi une décomposition en blocs de Jordan.  
Pour tout endomorphisme trigonalisable, on peut donc écrire dans une certaine base de E,   
Attention car contrairement à Dunford, les ne sont pas forcément distincts, car la décomposition de Frobenius peut avoir décomposé leur bloc davantage. Mais une vp donnée , apparait dans la diagonale autant de fois que .  
On dit que la matrice est **jordanisée**, ou sous **forme réduite de Jordan**.   
Le nombre de blocs de Jordan pour est donné par   
La somme des tailles des blocs de Jordan pour càd le nombre d’occurrences de est   
La taille du plus grand bloc de Jordan pour est sa multiplicité dans   
**Caractérisation des classes de similitudes.** Sur un corps algébriquement clos, deux matrices de sont semblables ssi elles ont même forme réduite de Jordan a l’ordre près des blocs.  
**Intérêts calculatoires.** pratique pour calculer des solutions d’equa diff ou calculer des exponentielles de matrices.  
**Endomorphismes cycliques.**  
Sur un ev de dimension finie , un endomorphisme est **cyclique**  
ssi un de ses sous-espaces cycliques engendre tout l’espace   
ssi son polynôme minimal est de degré   
ssi son polynôme minimal coïncide avec son polynôme caractéristique au signe près  
ssi un endomorphisme commute avec ssi c’est un polynôme en  :   
ssi sa matrice représentative est une matrice compagnon dans une certaine base de .  
ssi il n’a qu’un unique invariant de similitude (qui donc est )  
Un endomorphisme de polynôme caractéristique scindé simple est cyclique.  
La décomposition de Frobenius/Jordan permet d’étudier le commutant et le bicommutant d’un endomorphisme.  
Toute matrice carrée est semblable à sa transposée. (on le démontre manuellement pour une matrice compagnon et avec les invariant de similitude).  
Si 2 matrices carrées à coefficients dans un corps K sont semblables via une matrice inversible à coefficients dans une extension de K, alors elles le sont aussi via une matrice inversible à coefficients dans K.  
**Suites récurrentes linéaires.**  
**Une suite sur un ev, est une suite récurrente linéaire (SRL) d’ordre de coefficients**  ssi   
**Le polynôme caractéristique d’une SRL**  est   
**Terme explicite d’une SRL sur un corps.** Pour une suite récurrente linéaire à valeurs dans un corps de caractéristique nulle, dont le polynôme caractéristique est scindé , avec racines distinctes de multiplicités respectives , alors on peut expliciter le terme général : , , tels que

**Exercices.**  
Un endomorphisme de rang 1 d’un Kev de dim finie est diagonalisable ssi sa trace n’est pas nulle.  
Si ce n’est pas le cas on a et .  
Un **ensemble d’endomorphismes est dit irréductible**, ssi les seuls Ksevs de stables par tous les éléments de , sont et .  
**Lemme de Schur.** Dans un ev, le commutant d’un ensemble irréductible d’endomorphismes, est l’ensemble des homothéties. (On retrouve en particulier pour son centre).  
Dans un ev de dimension impaire, c’est encore vrai.  
Dans un ev, de dimension paire, c’est faux, il n’y a pas qu’elles, par ex en dim 2 l’ensemble des rotations est irréductible car aucune droite stable par toutes les rotations, mais l’ensemble des rotations commute avec tout lui-même.   
Pour endomorphismes d’un ev , tels que avec alors nilpotent, et cotrigonalisables. Si on remplace l’hypothèse par avec , alors il suffit de poser pour se ramener au premier cas.  
Un endomorphisme d’un ev avec fini a éléments, est diagonalisable ssi   
Une matrice par blocs est diagonalisable ssi   
L’ensemble des matrices diagonalisables de est dense dans   
Dans c’est faux.  
L’ensemble des matrices diagonalisables de est dense dans l’ensemble des matrices trigonalisables de   
Sur un corps ,   
(on peut le montrer pour ou par densité (en traitant d’abord le cas inversible), puis infini, preuve différente pour quelconque en utilisant juste l’équivalence a une matrice mais encore vrai.)  
Sur un corps , pour   
Pour est fermé dans , et est aussi l’adhérence de   
Une matrice de est trigonalisable, en une matrice avec des coefficients non diagonaux de module arbitrairement faible , pour .  
Une matrice est nilpotente ssi il existe une suite de matrices toutes semblables a et tendant vers 0.  
Dans si avec alors .  
L’exponentielle d’une matrice de est un polynôme en cette matrice.  
Pour un evn et ,   
Pour un evn et ,   
Pour un evn et ,   
Un endomorphisme d’un ev de dim finie , est diagonalisable ssi sa classe de conjugaison dans le groupe linéaire est un fermé de .   
Pour une matrice , ssi la partie réelle de toute v.p. de est .  
Une matrice et son double sont semblables ssi est nilpotente.  
Dans toute matrice est semblable à sa transposée. (algébriquement clos)  
Dans toute matrice est semblable à sa transposée. (autre démonstration)  
Dans une matrice dont est scindé, est semblable à sa transposée.  
Dans une matrice est semblable dans à sa transposée, corps de décomposition de   
Dans une matrice est semblable à sa transposée, avec corps infini. (vrai encore si fini).  
Problème 1. TODO  
Une matrice tel que avec , alors   
Dans un ev de dim finie , pour , nilpotent.  
Dans un ev de dim finie , pour nilpotent.  
Dans un ev de dim finie , pour , .  
Problème 4. Endomorphismes de TODO