

Star Battle

Resolução de Problema de Decisão usando Programação em Lógica com Restrições

Henrique Ferrolho and João Pereira

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
Rua Roberto Frias, sn, 4200-465 Porto, Portugal

Resumo Este artigo complementa o segundo projecto da Unidade Curricular de Programação em Lógica, do Mestrado Integrado em Engenharia Informática e de Computação. O projecto consiste num programa, escrito em Prolog, capaz de resolver qualquer tabuleiro do jogo Star Battle, que é um problema de decisão.

Keywords: star battle, sicstus, prolog, feup

1 Introdução

O objectivo deste trabalho era implementar a resolução de um problema de decisão ou optimização em Prolog com restrições. Foi dada ao grupo a oportunidade de escolher um dos dois tipos de problema, bem como o puzzle/problema a implementar.

O nosso grupo decidiu implementar o puzzle Star Battle, que é um problema de decisão. O puzzle consiste num tabuleiro quadrado, constituído por diferentes regiões, onde o jogador tem que colocar estrelas.

Este artigo descreve detalhadamente o puzzle Star Battle; a abordagem do grupo para implementar uma resolução capaz de resolver qualquer tabuleiro deste puzzle, bem como a análise detalhada da mesma; a explicação da forma perceptível usada para visualizar qualquer tabuleiro do puzzle e a respectiva solução; estatísticas de resolução de puzzles com diferentes complexidades; e finalmente, a conclusão do projecto realizado.

2 Descrição do Problema

O puzzle Star Battle consiste num tabuleiro **quadrado**, onde existe um dado número de regiões. O número de regiões existentes num dado tabuleiro é *igual ao tamanho desse mesmo tabuleiro*, ou seja, igual ao número de células em cada linha e coluna. As regiões não têm uma forma específica, nem tamanho fixo.

Juntamente com o tabuleiro é também fornecido um número, que representa o **número de estrelas** a colocar em cada *linha*, *coluna* e *região* do tabuleiro. A dificuldade do puzzle é consequência do facto de as estrelas *não poderem ser adjacentes umas às outras*, nem sequer diagonalmente.

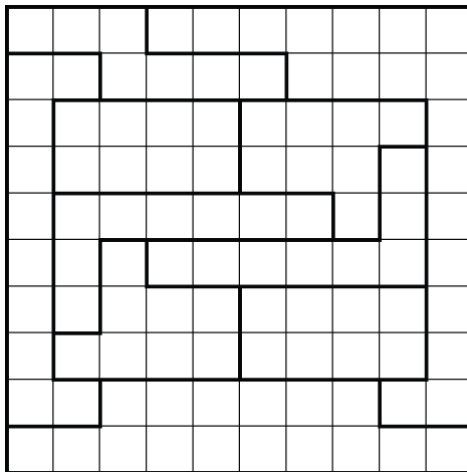


Figura 1. Exemplo de um tabuleiro de Star Battle com dimensões 10x10; e consequentemente, com 10 regiões delimitadas a negrito.

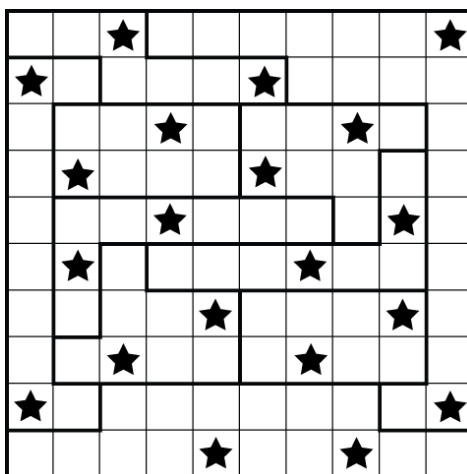
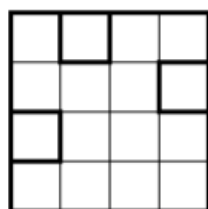


Figura 2. Solução do tabuleiro apresentado na figura anterior, onde era necessário colocar 2 estrelas em cada linha, coluna e região, sem que nenhuma estrela esteja em contacto com qualquer outra estrela.

3 Abordagem

Na implementação do puzzle em Prolog, o grupo representou o tabuleiro fornecido como uma **lista de listas**, onde cada elemento é um número indicador da região a que a célula pertence.

Cada região é identificada por um número único, diferente de todos os outros indicadores das restantes regiões.



```
testBoard4x4_1([
    [1, 2, 1, 1],
    [1, 1, 1, 3],
    [4, 1, 1, 1],
    [1, 1, 1, 1]]).
```

Figura 3. Um tabuleiro do puzzle Star Battle e a sua respectiva representação na implementação em Prolog do grupo.

3.1 Variáveis de Decisão

Com esta representação em mente, a solução pretendida pode tomar a forma de uma lista simples, com tamanho igual ao do tabuleiro vezes o número de estrelas a colocar em cada linha/coluna/região.

Os primeiros S elementos da solução representam a coluna onde as S estrelas da primeira linha do tabuleiro têm que ser colocadas; os seguintes S elementos, representam a coluna onde as S estrelas da segunda linha têm que ser colocadas; e assim sucessivamente, até à última linha do tabuleiro.

Sendo N o tamanho do tabuleiro, e S o número de estrelas a colocar em cada *linha/coluna/região*, o **tamanho da solução** é dado pela expressão:

$$ResultLength = N * S \quad (1)$$

O **domínio** da solução é definido pela dimensão do tabuleiro: uma estrela, para uma dada linha, pode ser colocada desde a coluna **1**, até à coluna **N**.

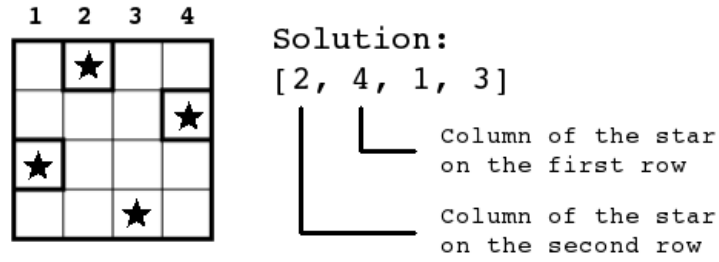


Figura 4. A solução de um puzzle Star Battle e a sua respectiva representação na implementação em Prolog do grupo.

De seguida é apresentado um excerto do predicado de resolução de um tabuleiro, onde se encontram chamadas aos predicados *length* e *domain* relativamente à solução do puzzle.

```
solveBoard(Board, S, Result):-
    getBoardSize(Board, N),

    % a board NxN can not have more than N/2 stars
    S #=< (N - 1) // 2 + 1,

    ResultLength #= N * S,
    length(Result, ResultLength),
    domain(Result, 1, N),
    (...)
```

3.2 Restrições

Considera-se novamente - e até ao final deste artigo - que **N** é o tamanho do tabuleiro, e **S** o número de estrelas a colocar em cada *linha/coluna/região*.

A resolução do problema pode ser resumida em três restrições:

1. Cada coluna deve conter exactamente **S** estrelas;
2. Cada região deve conter exactamente **S** estrelas;
3. Não pode haver estrelas adjacentes.

Note-se que não está enumerada a restrição: *cada linha deve conter exactamente S estrelas*. Esta regra do puzzle é uma **consequência** das três restrições acima enumeradas, não havendo necessidade de a implementar também.

Cada coluna deve conter exactamente S estrelas

Para um tabuleiro de tamanho N , percorrem-se recursivamente as colunas de **1 a N**, e verifica-se se o número de ocorrências dessa coluna na lista da solução é exactamente igual ao número de estrelas, **S**.

Cada região deve conter exactamente **S** estrelas

Esta restrição é muito semelhante à anterior, na medida em que temos que verificar que, para cada região de **1 a N**, o número de ocorrências para uma dada região é exactamente igual ao número de estrelas, **S**. Para isso, declara-se que existe uma lista adicional, com o mesmo tamanho e domínio da lista da solução, mas que em vez de conter a coluna de cada estrela, em cada linha, contém a região onde cada estrela, em cada linha, está colocada.

Não pode haver estrelas adjacentes

Finalmente, a terceira e última restrição define que, numa linha, as estrelas têm que estar colocadas a uma distância superior a **1 unidade** entre elas - isto garante que não há estrelas adjacentes numa linha.

Para garantir que não há estrelas adjacentes entre duas linhas, define-se que para cada estrela de uma determinada linha, esta tem que estar a uma distância superior a **1 unidade** de qualquer estrela da linha anterior.

Predicados das restrições

De seguida é apresentada mais uma porção do predicado de resolução do puzzle, onde são chamados os predicados referentes a cada uma das restrições descritas em cima.

```
(...)
% 1st restriction
validateNumOfOccurrencesForEachElem(Result, S, N),

% 2nd restriction
fetchResultRegions(Board, Result, N, S, ResultRegions),
validateNumOfOccurrencesForEachElem(ResultRegions, S, N),

% 3rd restriction
noAdjacentStars(Result, S, N),
(...)
```

4 Visualização da Solução

Ao contrário do que se esperava, os predicados responsáveis pela visualização dos possíveis tabuleiros do puzzle em modo de texto, bem como a respectiva solução nesses mesmos tabuleiros, foi a parte mais morosa e trabalhosa deste projecto.

Contudo, o grupo orgulha-se bastante do resultado obtido.

```

x - □ henrique@henrique-pc: ~

=====
= Star Battle =
=====

Trying to place 1 stars on board no. 1:

  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .

An answer has been found!
Elapsed time: 0.010 seconds
Resumptions: 567
Entailments: 256
Prunings: 380
Backtracks: 3
Constraints created: 262

Press <Enter> to show the solution.
|:

```

Figura 5. Representação de um tabuleiro, por resolver, em modo de texto, previamente apresentado noutra imagem.

```

x - □ henrique@henrique-pc: ~

  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .

An answer has been found!
Elapsed time: 0.010 seconds
Resumptions: 567
Entailments: 256
Prunings: 380
Backtracks: 3
Constraints created: 262

Press <Enter> to show the solution.
|:

  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .
  . . . . .

yes
| ?-

```

Figura 6. Representação do tabuleiro da imagem anterior, desta vez preenchido com a solução.

Os predicados responsáveis pelas representações acima demonstradas encontram-se no ficheiro *printer.pl*.

Sucintamente, o que está a acontecer é o seguinte: o tabuleiro está a ser impresso *linha a linha*, e para cada elemento de uma dada linha é verificado o valor da região da célula a *este* e a *sul*; consoante este valor, a célula a ser impressa terá uma **borda direita** preenchida ou pontuada, se a célula à sua direita pertencer a uma região diferente, ou não, respectivamente, e uma **borda inferior** preenchida ou pontuada, se a célula a sul pertencer a uma região diferente, ou não, respectivamente.

Os casos especiais das células que se encontram nos limites e nos cantos do tabuleiro são processados devidamente.

5 Resultados

Os resultados obtidos não são muito conclusivos porque não foram suficientemente extensos e exaustivos.

Contudo, podem tirar-se as seguintes conclusões:

- Colocar uma estrela é extremamente rápido em qualquer um dos tabuleiros testados, sendo o tempo decorrido 0.00 segundos para todos os casos;
- Para os tabuleiros onde é possível colocar duas estrelas, na maioria dos casos testados, o tempo necessário para o efeito é inferior a 1 segundo;
- Existe um caso que se destacou pelo tempo que o programa demorou a encontrar uma solução, pelo que podemos concluir que houve muitos retrocessos até a solução correcta ter sido encontrada;
- O tempo necessário para encontrar a solução de um puzzle aumenta, quer com o número de estrelas a ser colocado, quer com a dimensão do tabuleiro.

	1 Star	2 Stars
4x4	0s	-
5x5	0s	-
5x5	0s	-
8x8	0s	0.14s
8x8	0s	0.12s
10x10	0s	59.84s
10x10	0s	0.64s

Figura 7. Tempo decorrido para cada tipo de tabuleiro. Células com hífen significam que não há solução para o respectivo número de estrelas, e dimensão do tabuleiro.

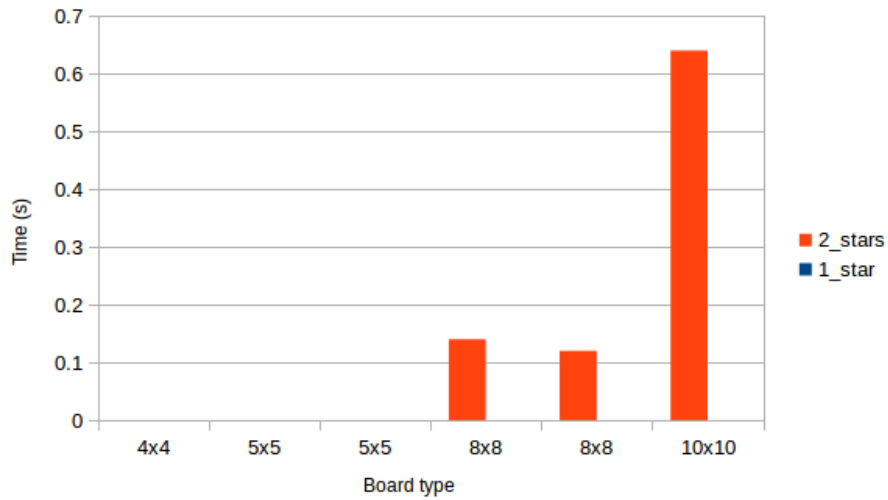


Figura 8. Gráfico da tabela anterior, ignorando a discrepância do primeiro tabuleiro 10x10.

6 Conclusões

Com a conclusão deste projecto, o grupo conclui que o uso de Prolog com restrições é útil para determinadas situações. O desenvolvimento de programas complexos é facilitado, e dá ao programador a liberdade de escolher o nível de verbosidade que ache mais correcto para os seus predicados.

Por outro lado, uma simples tarefa como imprimir um tabuleiro na consola pode tornar-se facilmente um pesadelo à mínima distração. Se não se tiver cuidado, o tempo ganho ao programar tarefas difíceis que o Prolog descomplica, pode ser gasto e ultrapassado ao programar outras tarefas que o Prolog, talvez, complica.

Pudemos também concluir, mais uma vez, que Prolog é uma linguagem bastante eficaz, resolvendo problemas de alguma complexidade bastante rápido.

Referências

1. Star Battle rules, <http://logicmastersindia.com/lmitests/dl.asp?attachmentid=430>
2. SICStus Prolog, <https://sicstus.sics.se/>
3. SWI-Prolog, <http://www.swi-prolog.org/>

Anexo

Código fonte

starBattle.pl

```
%=====
%=
%=          ...: STAR BATTLE :...
%=
%=      Type 'starBattle.' to start
%=
%======
%=
%=          ...: Authors :...
%=
%=      Henrique Ferrolho && Joao Pereira
%=          FEUP - 2014
%=
%======

%=====
%= @@ includes =%
%=====
:- use_module(library(clpfd)).
:- include('containers.pl').
:- include('printer.pl').
:- include('solver.pl').
:- include('starBattleTestBoards.pl').
:- include('utilities.pl').

%=====
%= @@ game launcher =%
%=====
starBattle:-
    clearConsole,
    write('To run the program type:'), nl,
    nl,
    write('\tstarBattle(NumBoard, NumStars).'),nl,
    nl,
    write('- NumBoard'), nl,
    write('number of the board you wish to test.'), nl,
    nl,
    write('- NumStars'), nl,
    write('number of stars you wish to place on each row, column and region.'), nl,
    nl.
```

```

starBattle(BoardNumber, NumStars):-
    clearConsole,
    write('====='), nl,
    write('= Star Battle ='), nl,
    write('====='), nl,
    nl,
    format('Trying to place ~d stars on board no. ~d:', [NumStars, BoardNumber]), nl,

    getBoard(BoardNumber, Board),
    printBoard(Board), !,

    solveBoard(Board, NumStars, Result), !,
    pressEnterToContinue,

    %getBoardSize(Board, BoardSize),
    %printResult(Result, BoardSize, NumStars),
    printResultBoard(Board, Result, NumStars), !.

```

solver.pl

```

solveBoard(Board, S, Result):-
    getBoardSize(Board, N),

    % a board NxN can not have more than N/2 stars
    S #=< (N - 1) // 2 + 1,

    ResultLength #= N * S,

    length(Result, ResultLength),
    length(ResultRegions, ResultLength),

    domain(Result, 1, N),
    domain(ResultRegions, 1, N),

    % 1st restriction
    validateNumOfOccurrencesForEachElem(Result, S, N),

    % 2nd restriction
    fetchResultRegions(Board, Result, N, S, ResultRegions),
    validateNumOfOccurrencesForEachElem(ResultRegions, S, N),

    % 3rd restriction
    noAdjacentStars(Result, S, N),

```

```
statistics(walltime, _),
labeling([bisect], Result),
statistics(walltime, [_ , ElapsedTime | _]),
format('An answer has been found!~nElapsed time: ~3d seconds', ElapsedTime), nl,
fd_statistics,
nl.
```

[illegible]

```
getBoardSize([Head|_], N):-
    length(Head, N).
```

[illegible]

```
validateNumOfOccurrencesForEachElem(Elements, NumOfOccurrences, N):-
    validateNumOfOccurrencesForEachElem(Elements, NumOfOccurrences, N, 1).
```

```

validateNumOfOccurrencesForEachElem(Result, S, N, N):-
    exactly(N, Result, S).
validateNumOfOccurrencesForEachElem(Result, S, N, I):-
    exactly(I, Result, S),
    I1 #= I + 1,
    validateNumOfOccurrencesForEachElem(Result, S, N, I1).

```

[illegible]

```
fetchResultRegions(Board, Result, ResRows, ResCols, ResultRegions):-
    fetchResultRegions(Board, Result, ResRows, ResCols, [], 1, ResultRegions).
```

```
fetchResultRegions(_, _, ResRows, ResCols, ResultRegions, Pos, ResultRegions):-
    Pos #= ResRows * ResCols + 1.
```

```
fetchResultRegions(Board, Result, ResRows, ResCols, ResultRegionsSoFar, Pos, ResultRegions):-
    % calculating row and col of result to access
    Row #= (Pos - 1) // ResCols + 1,
    Col #= ((Pos - 1) mod ResCols) + 1,
```

```
% get the value of result[Row][Col], which is the column where a star is placed
getMatrixOfListElemAt(Result, ResRows, ResCols, Row, Col, StarCol),
```

```
% get line Row of the board
getListElemAt(Board, Row, Line),
```

[illegible]

[illegible]

printer.pl

```
%=====
%= @@ board printing functions =%
%=====

printBoard(Board):-
    getBoardSize(Board, N),
    printBoardTopBorder(N),
    printBoard(Board, 1, N),
    nl, !.

printResultBoard(Board, Result, S):-
    getBoardSize(Board, N),
    printBoardTopBorder(N),
    printBoard(Board, 1, N, Result, S),
    nl, !.

printBoardTopBorder(N):-
    N1 is N - 1, createSeparatorN(N1, '_____', TopBorder),
    write(' '), printList(TopBorder), write('_____' ), nl.

printBoard(Board, N, N):-
    printBoardRow(Board, N, N).
printBoard(Board, I, N):-
    printBoardRow(Board, I, N), !,
    I1 is I + 1,
    printBoard(Board, I1, N).
%-%-%-%-%-%-
printBoard(Board, N, N, Result, S):-
    printBoardRow(Board, N, N, Result, S).
printBoard(Board, I, N, Result, S):-
    printBoardRow(Board, I, N, Result, S), !,
    I1 is I + 1,
    printBoard(Board, I1, N, Result, S).
%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-
printBoardRow(Board, N, N):-
    write('|'), printBoardRowTop(Board, N, N, 1), nl, !,
    write('|'), printBoardRowMiddle(Board, N, N, 1), nl, !,
    write('|'), printBoardLastRowBottom(Board, N, N, 1), nl, !.
printBoardRow(Board, I, N):-
    write('|'), printBoardRowTop(Board, I, N, 1), nl, !,
    write('|'), printBoardRowMiddle(Board, I, N, 1), nl, !,
    write('|'), printBoardRowBottom(Board, I, N, 1), nl, !.
```

```

%-%-%-%-%-%-
printBoardRow(Board, N, N, Result, S):-
    write('|'), printBoardRowTop(Board, N, N, 1), nl, !,
    write('|'), printBoardRowMiddle(Board, N, N, 1, Result, S), nl, !,
    write('|'), printBoardLastRowBottom(Board, N, N, 1), nl, !.
printBoardRow(Board, I, N, Result, S):-
    write('|'), printBoardRowTop(Board, I, N, 1), nl, !,
    write('|'), printBoardRowMiddle(Board, I, N, 1, Result, S), nl, !,
    write('|'), printBoardRowBottom(Board, I, N, 1), nl, !.

```

[illegible]

```
printBoardRowTop(_, _, N, N):-
    write('    |').
printBoardRowTop(Board, I, N, Col):-
    getListElemAt(Board, I, Row),
    Col1 is Col + 1,
    element(Col, Row, V1),
    element(Col1, Row, V2),
    printCellTop(V1, V2),
    printBoardRowTop(Board, I, N, Col1).
```

```
% @@@ swap comment to toggle region display
```

```
%printBoardRowMiddle(Board, I, N, N):-
%   getListElemAt(Board, I, Row),
%   element(N, Row, V1),
%   write('  '), write(V1), write(' |').
```

```
printBoardRowMiddle(_, _, N, N):-
    write('      |').
printBoardRowMiddle(Board, I, N, Col):-
    getListElemAt(Board, I, Row),
    Col1 is Col + 1,
    element(Col, Row, V1),
    element(Col1, Row, V2),
    printValue(V1, V2),
    printBoardRowMiddle(Board, I, N, Col1).
```

1
%-%-%-%-%-%-%

```
printBoardRowMiddle(_, I, N, N, Result, S):-
    starExistsIn(Result, S, I, N),
    write(' * |').
```

```
printBoardRowMiddle(_, _, N, N, _, _):-
    write('      |').
```

```
printBoardRowMiddle(Board, I, N, Col, Result, S):-
    starExistsIn(Result, S, I, Col),
```

```

    getListElemAt(Board, I, Row),
    Col1 is Col + 1,
    element(Col, Row, V1),
    element(Col1, Row, V2),
    printStar(V1, V2),
    printBoardRowMiddle(Board, I, N, Col1, Result, S).
printBoardRowMiddle(Board, I, N, Col, Result, S):-
    getListElemAt(Board, I, Row),
    Col1 is Col + 1,
    element(Col, Row, V1),
    element(Col1, Row, V2),
    printValue(V1, V2),
    printBoardRowMiddle(Board, I, N, Col1, Result, S).

printBoardRowBottom(Board, I, N, N):-
    getListElemAt(Board, I, Row),
    I1 is I + 1, getListElemAt(Board, I1, NextRow),

    element(N, Row, V1),
    element(N, NextRow, V3),

    printCellBottom(V1, V3).
printBoardRowBottom(Board, I, N, Col):-
    getListElemAt(Board, I, Row),
    I1 is I + 1, getListElemAt(Board, I1, NextRow),
    NextCol is Col + 1,

    element(Col, Row, V1),
    element(NextCol, Row, V2),
    element(Col, NextRow, V3),

    printCellBottom(V1, V2, V3),
    printBoardRowBottom(Board, I, N, NextCol).

printBoardLastRowBottom(_, _, N, N):-
    write('_____|').
printBoardLastRowBottom(Board, I, N, Col):-
    getListElemAt(Board, I, Row),
    NextCol is Col + 1,

    element(Col, Row, V1),
    element(NextCol, Row, V2),

    printLastRowCellBottom(V1, V2),
    printBoardLastRowBottom(Board, I, N, NextCol).

```


[illegible]

```
printCellTop(V1, V1):-
    write('    ').
printCellTop(_, _):-
    write('    |').
```

```
% @@@ swap comment to toggle region display
%printValue(V, V):-
%   write(' '), write(V), write(' ').
printValue(V, V):-
    write(' ').
```

```
%@@@ swap comment to toggle region display
%printValue(V, _):-
%    write(' '), write(V), write(' |').
printValue(_, _):-
    write(' |').
```

```
printStar(V, V):-
    write(' * ').
printStar(_, _):-
    write(' * |').
```

```
printCellBottom(V, V, V):-
    write(' . . .').
printCellBottom(V, V, _):-
    write('____.').
printCellBottom(V, _, V):-
    write(' . . |').
printCellBottom(_, _, _):-
    write('____|').
```

```
printCellBottom(V, V):-
    write(' . . |').
printCellBottom(_, _):-
    write('_____|').
```

```
printLastRowCellBottom(V, V):-
    write('_____').
printLastRowCellBottom(_, _):-
    write('_____|').
```

```
%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%
```

```
createSeparatorN(0, _, []).
createSeparatorN(N, SS, [SS | Ls]):-
    N1 is N-1,
    createSeparatorN(N1, SS, Ls).
```

```
%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%-%
```

```
starExistsIn(Result, S, Row, StarCol):-
    StartPos is (Row - 1) * S + 1,
    EndPos is StartPos + S,
    starExistsSomewhereBetween(Result, StartPos, EndPos, StarCol).
```

```
starExistsSomewhereBetween(Result, CurrentPos, _, StarCol):-
    element(CurrentPos, Result, ScanRes),
    StarCol == ScanRes.
starExistsSomewhereBetween(Result, CurrentPos, EndPos, StarCol):-
    NextPos is CurrentPos + 1,
    NextPos < EndPos,
    starExistsSomewhereBetween(Result, NextPos, EndPos, StarCol).
```

```
%=====
%= @@ result printing functions =%
%=====
printResult(Result, N, S):-
    write('Result:'), nl,
    printResultRow(Result, N, S, 1).
```

```
printResultRow(Result, N, S, N):-
    write('\t'), printResultRowValues(Result, N, S, N, 1).
```

```
printResultRow(Result, N, S, Row):-
    write('\t'), printResultRowValues(Result, N, S, Row, 1),

    Row1 is Row + 1,
    printResultRow(Result, N, S, Row1).
```

```
printResultRowValues(Result, _, S, Row, S):-
    Pos is (Row - 1) * S + S,
    getListElemAt(Result, Pos, Elem),
```

```

write(Elem), nl.

printResultRowValues(Result, N, S, Row, Column):-
    Pos is (Row - 1) * S + Column,
    getListElemAt(Result, Pos, Elem),
    write(Elem), write(', '),

    Column1 is Column + 1,
    printResultRowValues(Result, N, S, Row, Column1).

                                containers.pl

%=====
%= @@ containers =%
%=====
% containers are indexed starting at 1, not 0.

%%% 1. matrix; 2. element row; 3. element column; 4. query element.
getMatrixElemAt([ListAtTheHead|_], 1, ElemCol, Elem):-
    getListElemAt(ListAtTheHead, ElemCol, Elem).
getMatrixElemAt([_|RemainingLists], ElemRow, ElemCol, Elem):-
    ElemRow > 1,
    ElemRow1 is ElemRow - 1,
    getMatrixElemAt(RemainingLists, ElemRow1, ElemCol, Elem).

% treats list as if it was a matrix of NRows x NCols and returns the Elem at ElemRow, ElemCol
getMatrixOfListElemAt(List, NRows, NCols, ElemRow, ElemCol):-
    ElemRow =< NRows, ElemCol =< NCols,
    Pos is (ElemRow - 1) * NCols + ElemCol,
    element(Pos, List, Elem).

%%% 1. list; 2. element position; 3. query element.
getListElemAt([ElemAtTheHead|_], 1, ElemAtTheHead).
getListElemAt([_|RemainingElems], Pos, Elem):-
    Pos > 1,
    Pos1 is Pos - 1,
    getListElemAt(RemainingElems, Pos1, Elem).

listPushBack([], Elem, [Elem]).
listPushBack([Head|Tail], Elem, [Head|NewTail]):-
    listPushBack(Tail, Elem, NewTail).

printList([]).
printList([Head|Tail]):-

```

```
write(Head), printList(Tail).
```

utilities.pl

```
%=====
%= @@ utilities =%
%=====
clearConsole:-
    clearConsole(40), !.
clearConsole(0).
clearConsole(N):-
    nl,
    N1 is N-1,
    clearConsole(N1).

pressEnterToContinue:-
    write('Press <Enter> to show the solution. '), nl,
    waitForEnter, !.
waitForEnter:-
    get_char(_).

exactly(_, [], 0).
exactly(X, [Y|L], N) :-
    X #= Y #<=> B,
    N #= M + B,
    exactly(X, L, M).
```

starBattleTestBoards.pl

```
%=====
%= @@ function to retrieve test boards =%
%=====
getBoard(N, Board):-
    (
        N == 1 -> testBoard4x4_1(Board);
        N == 2 -> testBoard5x5_1(Board);
        N == 3 -> testBoard5x5_2(Board);
        N == 4 -> testBoard8x8_1(Board);
        N == 5 -> testBoard8x8_2(Board);
        N == 6 -> testBoard10x10_1(Board);
        N == 7 -> testBoard10x10_2(Board);

        nl,
```

```

        write('Error: the specified board does not exist. '),
        fail
    ).

%=====
%= @@ test boards =%
%=====
% expected answer:2413
testBoard4x4_1([
    [1, 2, 1, 1],
    [1, 1, 1, 3],
    [4, 1, 1, 1],
    [1, 1, 1, 1]]).

% expected answer: 14253
testBoard5x5_1([
    [1, 1, 2, 2, 2],
    [1, 2, 2, 3, 2],
    [1, 2, 2, 2, 2],
    [4, 2, 4, 2, 5],
    [4, 4, 4, 5, 5]]).

testBoard5x5_2([
    [1, 1, 1, 2, 2],
    [1, 3, 3, 3, 4],
    [1, 1, 3, 3, 4],
    [1, 5, 5, 5, 5],
    [1, 1, 1, 5, 5]]).

% expected answer: 2468246813571357
testBoard8x8_1([
    [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8],
    [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8],
    [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8],
    [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8],
    [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8],
    [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8],
    [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8],
    [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]]).

% expected answer: 2468246813571357
testBoard8x8_2([
    [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1],
    [2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2],
    [3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3],

```

```
[4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4],
[5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5],
[6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6],
[7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7],
[8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8]]).
```

```
testBoard10x10_1([
  [1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3],
  [1, 4, 4, 4, 2, 5, 3, 5, 3, 6],
  [1, 1, 1, 4, 2, 5, 3, 5, 6, 6],
  [1, 4, 4, 4, 2, 5, 5, 5, 6, 6],
  [1, 4, 7, 7, 7, 8, 9, 5, 9, 6],
  [1, 4, 4, 4, 7, 8, 9, 5, 9, 6],
  [1, 1, 7, 7, 7, 8, 9, 9, 9, 6],
  [10, 10, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 6],
  [10, 10, 7, 7, 7, 10, 6, 8, 9, 6],
  [10, 10, 10, 10, 10, 10, 6, 6, 6, 6]]).
```

```
testBoard10x10_2([
  [1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2],
  [3, 3, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2],
  [3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 2],
  [3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 2],
  [3, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 5, 6, 2],
  [3, 7, 8, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 2],
  [3, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 2],
  [3, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 2],
  [3, 3, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 2, 2],
  [10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10]]).
```