Forelesning 1

MENGDER OG RELASJONER

Mengder

En mengde er en samling av elementer/objekter (vi definerer ikke hva elementer er...).

For oss er elementene ofte tall eller matematiske objekter, men det trenger de ikke være.

Eksempler

- $\{1,3\}$ - en mengde med to elementer 1 og 3.
- $\{a,b,c\}$ - en mengde med tre elementer a, b og c.
- $\mathbb{Z}$ - Mengden med alle heltall.
- $\mathbb{R}$ - Mengden med alle reelle tall.
- $\mathbb{N}$ - Mengden med alle naturlige tall. Heltall som ikke er negative.
- $\emptyset$ eller $\{\}$ - den tomme mengden.

Mengder

$x \in M$ leses som "x er **et element** i M" eller "M **inneholder** x".

$x \notin M$ betyr at x ikke er et element i M.

Vi bruker krøllparentes til å beskrive mengder. $\{1,2,4\}$ er mengden med nøyaktig 1, 2 og 4 som elementer.

Eksempel

$2 \in \{1,2,4\}$

$5 \notin \{1,2,4\}$

$\{1,2\} \notin \{1,2,4\}$

To mengder A og B er like, altså $A = B$, hvis de har nøyaktig de samme elementene. Hvis de er ulike skriver vi $A \neq B$.

Merk at

$$\{1,3\} = \{3,1\} = \{1,1,3,1,3\}$$

Rekkefølge og gjentakelse har ingenting å si.

Mengder kan også være elementer, så
$A = \{\{1,2,4\}, \{2\}, \emptyset, \{2,3,5\}\}$ er også en mengde. Denne
mengden består av fire elementer.

Vi har $\{2\} \in A$, men $2 \notin A$.

Delmengder

Vi kan også sammenligne ulike mengder.

A er en **delmengde** av B hvis hvert element i A også er et element i B.

$$A \subseteq B$$

Eksempel

$\{3,5\} \subseteq \{1,2,3,4,5\}$

$\{1,2,3\} \subseteq \mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}$

Oppgaver

La $A = \{1,2,3\}$ og $B = \{\{1,2\}, \{3\}\}$

✓ eller ✗

- $1 \in B$ ✗
- $A = B$ ✗
- $\{1,2\} \subseteq B$ ✗
- $\{1,2\} \in B$ ✓

Hvor mange forskjellige delmengder har A?

$2^n = 2^3 = \underline{\underline{8}}$

Mengdebygging

Mengdebygger-notasjon:

- Symbolet | leses slik at.

Eksempler

$\{x \in \mathbb{N} \mid x > 2\} = \{3,4,5,6,\ldots\}$

$\{x \in \mathbb{N} \mid x = 2y \text{ for } y \in \mathbb{N}\} = \{2y \mid y \in \mathbb{N}\} = \{0,2,4,6,8,\ldots\}$

$\{x \in \mathbb{N} \mid x = 2y+1 \text{ for } y \in \mathbb{N}\} = \{2y+1 \mid y \in \mathbb{N}\} = \{1,3,5,7,\ldots\}$

Mengdeoperasjoner

Union: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ eller } x \in B\}$
Snitt: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ og } x \in B\}$
Differanse: $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ og } x \notin B\}$

Eksempel

La $A = \{1,4,8\}$ og $B = \{2,4,8\}$

$A \cup B = \{1,2,4,8\}$
$A \cap B = \{4,8\}$
$A \setminus B = \{1\}$

Universiell mengde og komplement

Ofte er vi kun interesserte i å snakke om delmengder av en gitt mengde, U. Da kaller vi U et univers og komplementet til en mengde A er:

$$\overline{A} = U \setminus A = \{x \in U \mid x \notin A\}$$

Eksempel

$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$\overline{\{2,4,6,8\}} = \{1,3,5,7,9\}$

$\overline{\{2,3\}} = \{1,4,5,6,7,8,9\}$

$\overline{U} = \emptyset$

Potensmengder

Vi så tidligere på mengder av mengder, altså mengder der elementene selv er mengder.

En vanlig måte å bygge disse på er ved å bruke potensmengder. Potensmengden til A er mengden av alle delmengder til A:

$$P(A) = \{S \mid S \subseteq A\}$$

Eksempel: $P(\{1,2\}) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$