

Forelesning 23

ENDELIGE TILSTANDER

Innhold

- Litt om bakgrunn/kontekst
- Definisjon: endelige tilstandsmaskiner
- Eksempler og oppgaver

Turingmaskiner

Alan Turing (1912-1954), britisk matematiker/logiker.

Hva kan beregnes? Hva er en algoritme, og hvilke problemer kan løses ved algoritmer?

Tungmaskin: abstrakt modell for beregning, "en teoretisk datamaskin", ca. 1936.

Under 2.verdenskrig, ble fysiske datamaskiner konstruert, basert på denne modellen, og brukt til å knekke Enigma.

Turingmaskiner og datamaskiner har hukommelse/minne.

Vi skal se på en forenklet modell, som ikke har minne, men tilstander.

Endelige tilstandsmaskiner

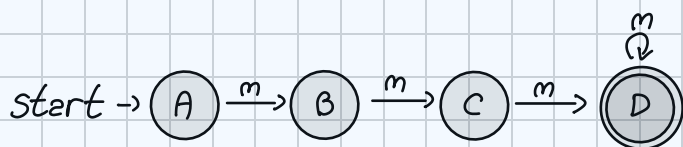
En endelig tilstandsmaskin består av:

- Endelig mengde tilstander
- Endelig mengde inputsymboler - et inputalfabet (input = inndata).
- En start-tilstand
- En eller flere aksepterende tilstander
- En overgangsfunksjon: bestemmer hvordan forskjellige input gir tilstands-skrifter. Skal være definert for alle mulige input på hver tilstand

Leke-eksempel

Grådig kaffe automat:

- Aksepterende tilstand: Noen har puttet på 3 eller flere mynter (input-alfabet: m), mulige input: strenger/sekvenser av m-er.
- Tilstand A: start-tilstand, ingen mynter
- Tilstand B: en mynt puttet på
- Tilstand C: to mynter puttet på
- Tilstand D: tre eller flere mynter puttet på



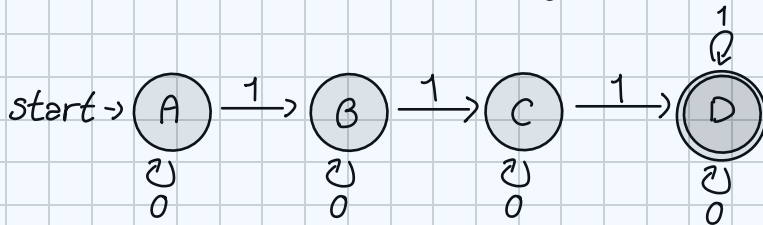
Bitstreng eksempel

Skal lage en tilstandsmaskin som bestemmer om en bitstreng inneholder minst 3 enere.

Input-alfabet: $\{0,1\}$.

Input: bitstrenger.

Åksepterende tilstand: strengen inneholder minst tre 1-ere.



Hva gjør denne maskinen: leser inn en bitstreng, og finner ut om den inneholder minst 3 enere eller ikke. Den aksepterer strenger som inneholder minst tre enere.

Eksempel: Hvis input er strengen: 00010010 ender vi opp i tilstand C, og strengen aksepteres ikke.

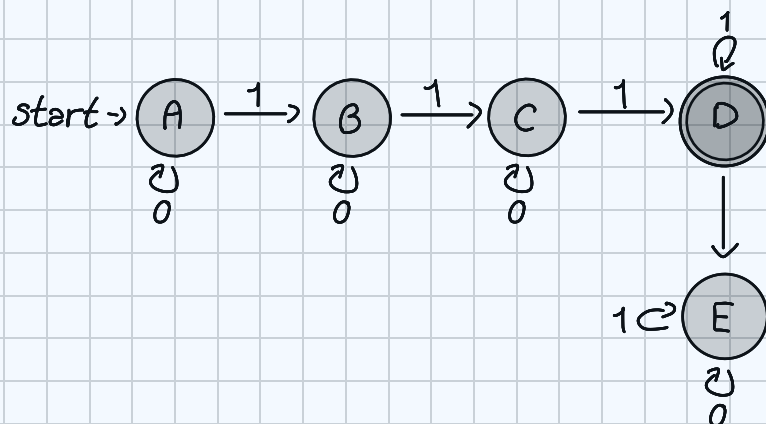
Eksempel: Hvis input er strengen: 0110010 ender vi opp i tilstand D, og strengen aksepteres.

NB: Vi leser input-strenger fra venstre mot høyre. Altså, symbolet lengst til venstre puttes inn først.

Eksempel

Vi skal lage en maskin som aksepterer bitstrenger som inneholder nøyaktig tre enere.

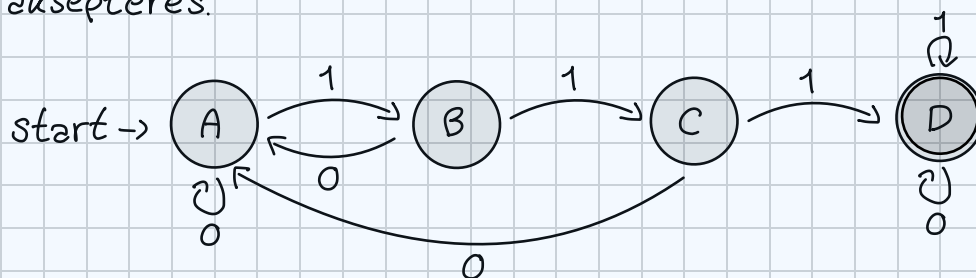
Vi legger til en ny (ikke-aksepterende) tilstand, som vi havner i hvis strengen inneholder mer enn tre enere.



Eksempel

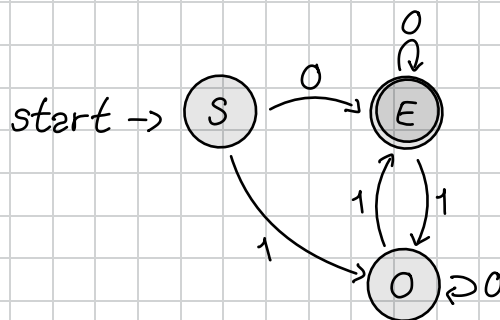
Vi skal lage en maskin som aksepterer bitstrenger som inneholder tre eller flere enere på rad.

Eksempel: 0110111 skal aksepteres, 0110110101 skal ikke aksepteres.



Oppgave

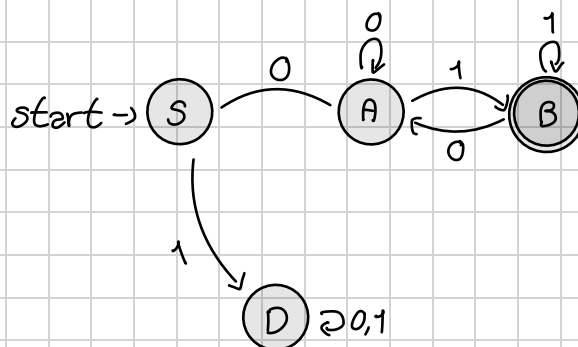
Hvilke bitstrenger aksepterer denne maskinen?



Svar: summen av symbolene i inputstrengen er et partall (eller: summen er 0 når vi regner modulo 2).

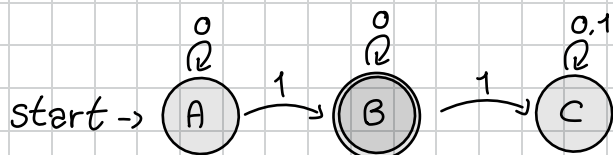
Oppgave

Hvilke bitstrenger aksepterer denne maskinen?



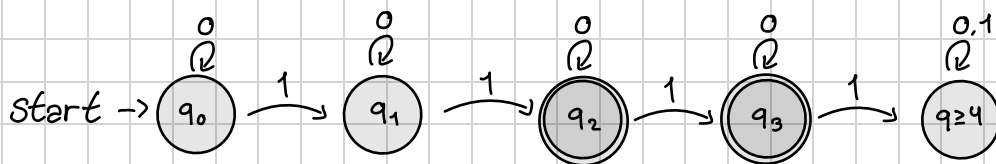
Oppgave

Konstruer en (endelig tilstands-) maskin som aksepterer bitstrenger som inneholder nøyaktig en ener.

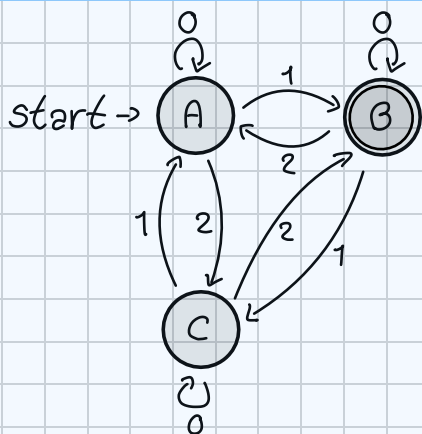


Oppgave

Lag en tilstandsmaskin som aksepterer bitstrenger med nøyaktig to eller tre 1-ere



Eksempel



Input-alfabetet her er: $\{0,1,2\}$.

Maskinen holder orden på summen av tallene i strengen modulo 3, og aksepterer strenger som har sum 1.

Tilstand A: delsum 0

Tilstand B: delsum 1

Tilstand C: delsum 2

Eksempel: Strengen 21012
akseptereres ikke, vi ender opp i tilstand A.

Eksempel: Strengen 11100222
akseptereres, vi ender opp i tilstand B.

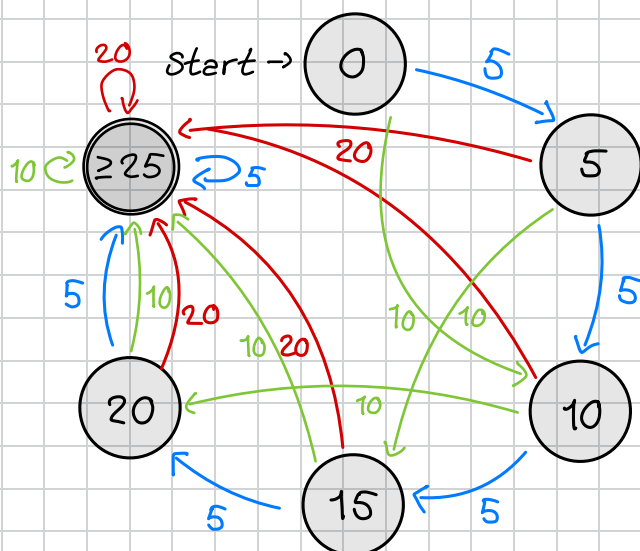
Oppgave

Lag en grådig kaffe-automat, som tar input 5, 10, 20 kroner.
Kaffen koster 25. Du får kaffe, hvis du putter 25 kroner eller mer.

Aksepterende tilstand ≥ 25 .

Input-alfabet: 5, 10, 20

Vi trenger i tillegg tilstander: 0, 5, 10, 15, 20



Noen beregninger

Vi sier at en endelig tilstandsmaskin gjenkjenner en bestemt mengde M av input-strenger, hvis den aksepterer input-strengene i M , og ingen andre. En endelig tilstandsmaskin kan f.eks. ikke gjenkjenne:

- Bistrenger som inneholder nøyaktig like mange enere og nullere (fordi vi trenger å holde orden på forskjellen i antall, og denne forskjellen kan bli ubegrenset stor).
- Bitstrenger som er på formen først et visst antall 0-ere, og så like mange 1-ere (fordi vi trenger å "huske" nøyaktig hvor mange 0-ere vi har lest inn, og det kan være ubegrenset mange).
- Palindromer, strenger som leses likt forfra og bakfra.

Neste gang...

...skal vi få orden på dette, og gi en presis oppskrift på hva slags mengder av input-strenger som kan gjenkjennes. Stikkordet er: regulære språk og uttrykk.