

Al menos 2 muestras $T_s > T$

$T_s > T$

$f \in \mathbb{Q} \rightarrow$ Racional
Demuestra?

Funciones seno o coseno discretizadas porque su frecuencia discreta debe ser un número racional.

Señal Continua vs discreta

El tiempo, una señal senoidal
 $x(t) = \cos(\omega t) \rightarrow$ periódica
 $T = 2\pi/\omega$

El discreta, Una señal senoidal $x[n] = \cos(\Omega n)$
 $\Omega \rightarrow$ Frecuencia angular.

\rightarrow Periodicidad en señal discreta

$$x[n+N] = x[n] \rightarrow \cos(\Omega(n+N)) = \cos(\Omega n)$$

$$\begin{aligned}\Omega N &= 2\pi r \quad \text{para algún entero } r \\ \Omega &= 2\pi r/N \\ N &: \text{período (positivo)} \\ r &: \text{entero}\end{aligned}$$

$$\text{If } \Omega = 2\pi r/N \rightarrow f = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{r}{N} \text{ racional (cociente de dos números).}$$

\hookrightarrow Si f es racional, entonces $2\pi f$ también

\hookrightarrow Importante f sea racional para que existan los enteros ' r ' y ' N '

\hookrightarrow Demostración

Queremos $x[n] = \cos(2\pi f n)$ sea periódica

$$x[n+N] = \cos(2\pi f(n+N)) = \cos(2\pi f n + 2\pi f N)$$

$$\text{For } x[n] = \cos(2\pi f n) \rightarrow 2\pi f N = 2\pi r \Rightarrow f N = r$$

$$\Downarrow \\ f = \frac{r}{N}$$

\rightarrow Ejemplo:

If $f = 1/4$ racional,

$$N=4, r=1; f=1/4 \quad x[n] = \cos(2\pi \cdot 1/4 n) = \cos(\pi/2 n)$$

If $f = \sqrt{2}$ (irracional) no existen r y N que $f = r/N$; por lo cual no es periódica.

Para una señal $x[n] = \cos(\Omega n)$ o $x[n] = \sin(\Omega n)$ sea periódica, su frecuencia discreta $f = \Omega/2\pi$ debe ser un número racional. Esto garantiza que exista un período entero N tal que $\Omega N = 2\pi k$.