4A Problemario: Solución Numérica de Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

- Maestría en Sistemas Inteligentes Embebidos
- Materia: Métodos matemáticos
- Unidad: Métodos numéricos
- Docente: Dr. Juliho Castillo Colmenares
- Puntaje total: 15

Objetivo

Aplicar y analizar diferentes métodos numéricos para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Instrucciones

1. **Consulta** Numerical Methods for Engineers..
2. **Recopila** y **analiza** tu información.
3. **Descarga** el archivo 4A Métodos numéricos
4. **Documenta** cada paso de tu proceso de resolución, incluyendo las ecuaciones utilizadas, los cálculos realizados y las soluciones obtenidas
5. **Utiliza** Python o SageMath para realizar los cálculos necesarios.
6. **Utiliza** Scipy para verificar que tus respuestas con correctas.
7. **Redacta** tu trabajo en una libreta Jupyter.
8. **Exporta y entrega** tu trabajo en formato PDF.
9. **Considera** los criterios de evaluación

1. Solución de Ecuaciones No Lineales (Bisección y Newton-Raphson)

Considera la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. Usa dos métodos diferentes para encontrar una raíz en el intervalo $[2.5,4]$: el método de la bisección y el método de Newton-Raphson.

1. Implementa el **método de bisección** en SageMath o Python para encontrar la raíz de $f(x)$ en el intervalo $[2.5,4]$ con una precisión de 10^{-6}.

2. Luego, utiliza el **método de Newton-Raphson** para encontrar la misma raíz, empezando desde el punto inicial $x_0 = 3.5$.

3. Compara los resultados obtenidos con ambos métodos y discute la velocidad de convergencia de cada uno.

2. Métodos de Integración Numérica (Trapecio y Simpson)

Considera la función $f(x) = e^{-x^2}$ en el intervalo $[0,1]$.

1. Implementa el **método del trapecio** para aproximar la integral de $f(x)$ en el intervalo $[0,1]$ con $n = 100$ subintervalos.

2. Repite el ejercicio anterior utilizando el **método de Simpson**.

3. Compara los resultados obtenidos con ambos métodos y discute la precisión de cada uno.

3. Solución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (Euler y RK4)

Considera la ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{dy}{dx} = y - x^2 + 1 \qquad (1)$$

con la condición inicial $y(0) = 0.5$.

1. Usa el **método de Euler** para aproximar la solución en el intervalo $[0,2]$ con un paso $h = 0.2$.

2. Implementa el **método de Runge-Kutta de cuarto orden (RK4)** para resolver la misma ODE.

3. Grafica ambas aproximaciones junto con la solución exacta de la ecuación diferencial. Puedes utilizar SageMath para encontrar la solución exacta.

Bibliografía

1. Chasnov, Jeffrey R. (2020). Numerical Methods for Engineers.

2. Fuhrer, C., Solem, J. E., Verdier, O. (2021). Scientific Computing with Python - Second Edition: High-Performance Scientific Computing with NumPy, SciPy, and Pandas. India: Packt Publishing.

3. Johansson, R. (2018). Numerical Python: Scientific Computing and Data Science Applications with Numpy, SciPy and Matplotlib. Germany: Apress.

4. Linge, S., Langtangen, H. P. (2016). Programming for Computations - Python: A Gentle Introduction to Numerical Simulations with Python. Germany: Springer International Publishing.

5. Tveito, A., Langtangen, H. P., Nielsen, B. F., Cai, X. (2010). Elements of Scientific Computing. Germany: Springer.