Física numérica
Tarea #2

Instrucciones: Además de una explicación de su solución y de los resultados obtenidos, cada tarea debe de ir acompañada de los programas (extensión .py). Trate de que su explicación siempre contenga explícitamente las ecuaciones resueltas, el método númerico o algoritmo utilizado, la visualización y una crítica a los alcances de su solución.

1. **La fórmula cuadrática.** Recuerde que la solución a la ecuación cuadrática
$$ax^2 + bx + c = 0$$
con soluciones
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
o
$$x'_{1,2} = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}.$$
Una rápida inspección muestra que debemos tener cuidado con la cancelación sustractiva cuando $b^2 \gg 4ac$.

   (a) Escriba un programa que calcule las cuatro soluciones para valores arbitrarios a, b y c.

   (b) Investigue cómo los errores en las respuesta calculadas se vuelven grandes debido a la cancelación sustractiva (Sugerencia: pruebe con $a = 1$, $b = 1$ y $c = 10^{-n}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$)

2. **Funciones de Bessel esféricas.**

   (a) Escriba un programa que utilice las fórmulas de recursión hacía arriba (*up*) y hacía abajo (*down*) para calcular $j_l(x)$ para los primeros 25 valores de l para $x = 0.1, 1, 10$.
$$j_{l+1}(x) = \tfrac{2l+1}{x} j_l(x) - j_{l-1}(x), \quad \textit{up (hacia arriba)}$$
$$j_{l-1}(x) = \tfrac{2l+1}{x} j_l(x) - j_{l+1}(x), \quad \textit{down (hacia abajo).}$$

(b) Ajuste su programa para que al menos un método de "buenos" valores (error relativo de 10^{10}). Consulte la tabla para algunos valores.

x	$j_3(x)$	$j_5(x)$	$j_8(x)$
0.1	$+9.518\,519\,719 \times 10^{-6}$	$+9.616\,310\,231 \times 10^{-10}$	$+2.901\,200\,102 \times 10^{-16}$
1	$+9.006\,581\,118 \times 10^{-3}$	$+9.256\,115\,862 \times 10^{-05}$	$+2.826\,498\,802 \times 10^{-08}$
10	$-3.949\,584\,498 \times 10^{-2}$	$-5.553\,451\,162 \times 10^{-02}$	$+1.255\,780\,236 \times 10^{-01}$

(c) Compare los métodos con las distintas fórmulas de recursión, imprimiendo

l	j_l^{up}	j_l^{down}	$\frac{\left\|j_l^{up} - j_l^{down} - \right\|}{\left\|j_l^{up}\right\| + \left\|j_l^{down} - \right\|}$