

Modelagem Computacional - Projeto 03

Projeto 03 - Osciladores de Relaxamento

Aluna: Bruna Gabriela (RA: 92380)

Aluno: Kaio Dantas (RA: 92420)

Aluna: Thauany Moedano (RA: 92486)

Universidade Federal de São Paulo - UNIFESP
Instituto de Ciência e Tecnologia, São José dos Campos

Projeto 03 - Osciladores de Relaxamento

Thauany Moedano

Bruna Gabriela

Kaio Dantas

ICT - Instituto de Ciência e Tecnologia
Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP)
São José dos Campos - SP

1. Introdução

Há algumas décadas, o estudo e a representação de um modelo funcional do cérebro humano atrai os pesquisadores da área de modelagem computacional. Existem duas vertentes que dividem este estudo: Um que se dedica a entender e reproduzir as capacidades cognitivas do cérebro e outra que estuda o comportamento dos neurônios de uma maneira biológica.

O trabalho abordará a modelagem em uma perspectiva biológica. O funcionamento de um neurônio e de suas sinapses pode ser representado através de diferentes modelos lógico-matemáticos, que partem dos mais simples até os mais complexos.

2. Modelo matemático e topologias de rede

Este trabalho usará o modelo de relaxamento de Van der Pol:

$$\frac{dx}{dt} = 3x - x^3 + 2 - y + I$$

$$\frac{dy}{dt} = \epsilon(\alpha(1 + \tanh(\frac{x}{\beta})) - y)$$

x e y estão relacionadas às taxas excitatórias e inibitórias. I representa a atividade do neurônio (ativo/inativo). ϵ , α , β são os parâmetros do problema.

Assim, o neurônio funciona como um oscilador com dois estados: pulso e relaxamento

Uma alteração que pode fazer neste modelo é considerar que todos os neurônios estão acoplados. Assim a taxa excitatória também é influenciada pela força de acoplamento denominado S_i que é definido por:

$$S_i = \sum_{k \in N(i)} w_{ij} H(x_k - \theta)$$

O principal objetivo deste estudo é observar a oscilação e possível sincronização dos neurônios em redes de diferentes topologias. As topologias estudadas foram: rede regular (grau 2), rede aleatória (grau médio 2) e rede livre de escala.

- Rede regular: É o tipo mais simples de rede. Todos os neurônios da rede tem o mesmo número de neurônios acoplados;
- Rede aleatória: Os vértices se ligam aleatoriamente com uma probabilidade uniforme, tendendo a ter o grau médio desejado;
- Rede Livre de Escala: É feita de maneira construtiva em que ao longo do tempo, os vértices mais conectados tem uma probabilidade maior de se conectar a novos vértices;

3. Estudo da rede em diferentes topologias

Seja um grafo (V, E, ψ_e) onde V é o número de neurônios, E é o número de ligações entre cada neurônio e ψ_e é a função que determina a ligação dos neurônios. Construído em diferentes topologias, deseja-se estudar o pulso dos neurônios dado um grafo representativo de uma rede neural.

Os testes foram feitos sob os seguintes parâmetros: $I = (\text{ativo}) 0.2 / (\text{inativo}) = -0.02$; $w_{ij} = 0.1$; $\theta = 0.5$; $\alpha = 6.0$; $\epsilon = 0.02$; $\beta = 0.1$;

3.1. Rede regular

Primeiramente, testamos a rede com todos os neurônios ativos. Pode-se facilmente perceber que os neurônios se sincronizam quase que instantaneamente.

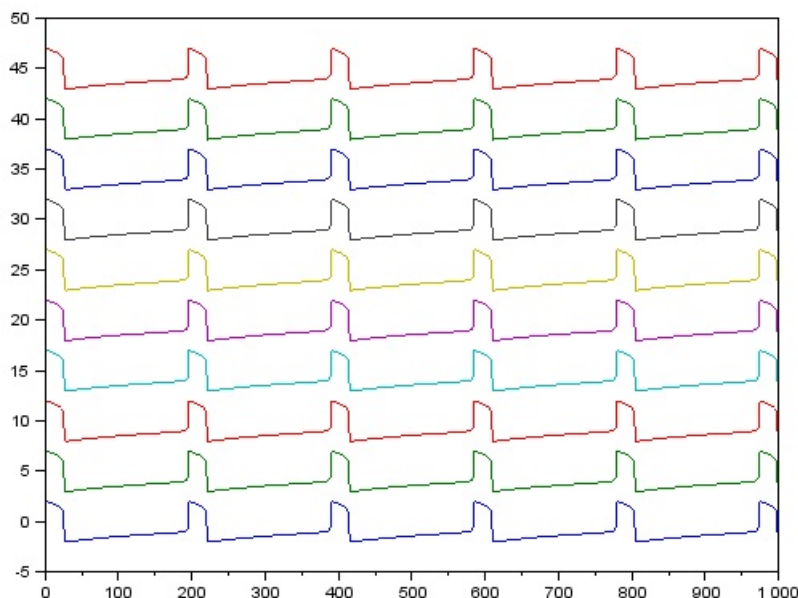


Figura 1. Neurônios oscilando em uma rede regular

A sincronização ocorre porque todos os neurônios tem o mesmo número de vizinhos. A força de acoplamento que cada neurônio exerce sobre o outro é a mesma. Isso leva os neurônios a sincronizarem seus pulsos.

Quando desativamos alguns neurônios, nota-se uma pequena perturbação na sincronização dos osciladores

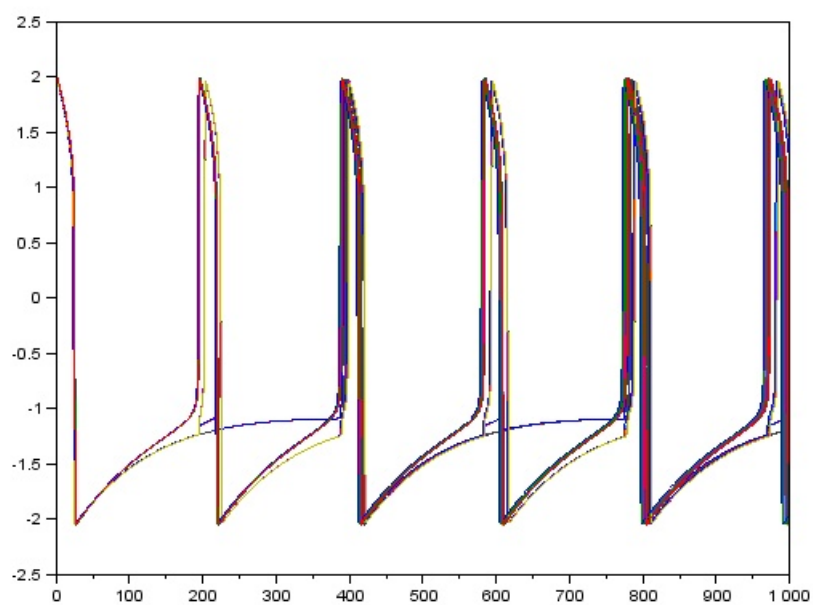


Figura 2. Simulação de oscilação com 100 neurônios inativos

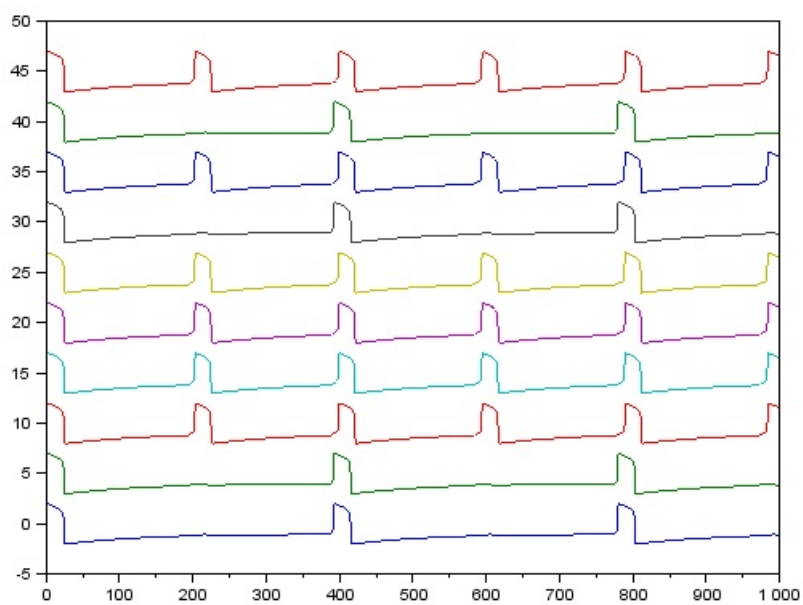


Figura 3. Representação paralela de alguns neurônios

Quando neurônios são desativados, as forças de acoplamento entre os neurônios diminui. Isso faz com que os neurônios tenham sua sincronização perturbada, muitas vezes criando dois conjuntos de ritmo como pode se notar nas figuras acima.

3.2. Rede Aleatória

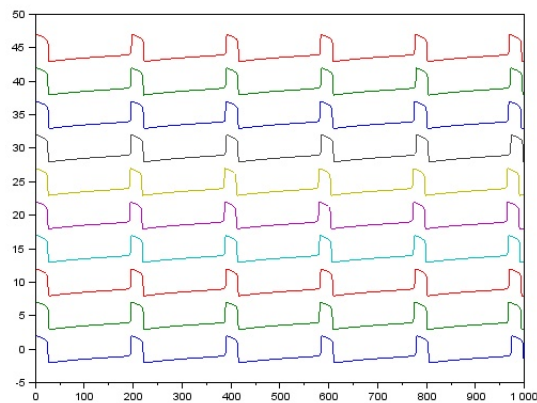


Figura 4. Neurônios em paralelo em uma rede aleatória

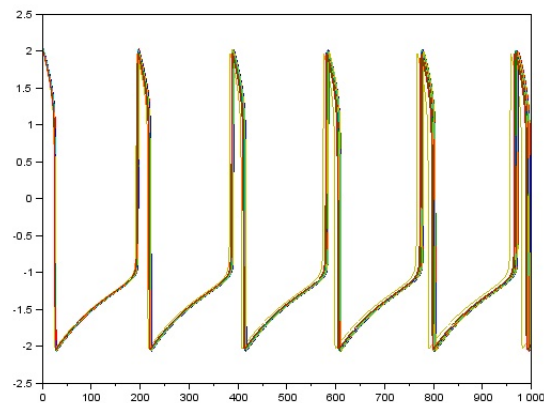


Figura 5. Oscilação dos neurônios em uma rede aleatória

Bem como a rede regular, em uma rede aleatória, todos os neurônios são capazes de sincronizar se estiverem ativos:

Em uma rede aleatória, nem todos os neurônios têm o mesmo número de vizinhos. Entretanto, como é possível estabelecer um grau médio para rede, são poucos os neurônios que tem um número maior de vizinhos quando comparado com o grau médio. Por isso, os neurônios também se sincronizam.

Novamente, todos os neurônios se sincronizam porque seu estado inicial é ativo. Isto é fundamental para que os neurônios pulsem e se sincronizem. Quando você

altera o estado inicial de alguns neurônios para inativo, a rede começa a sofrer perturbações bem como já foi demonstrado nos teste da Rede Regular. Entretanto, diferentes topologias sofrem diferentes perturbações. Quando aplicamos o mesmo teste de desativar 100 neurônios em uma rede aleatória, a perturbação é mais forte, ou seja, os neurônios perdem mais sincronia, tornando seus pulsos mais irregulares:

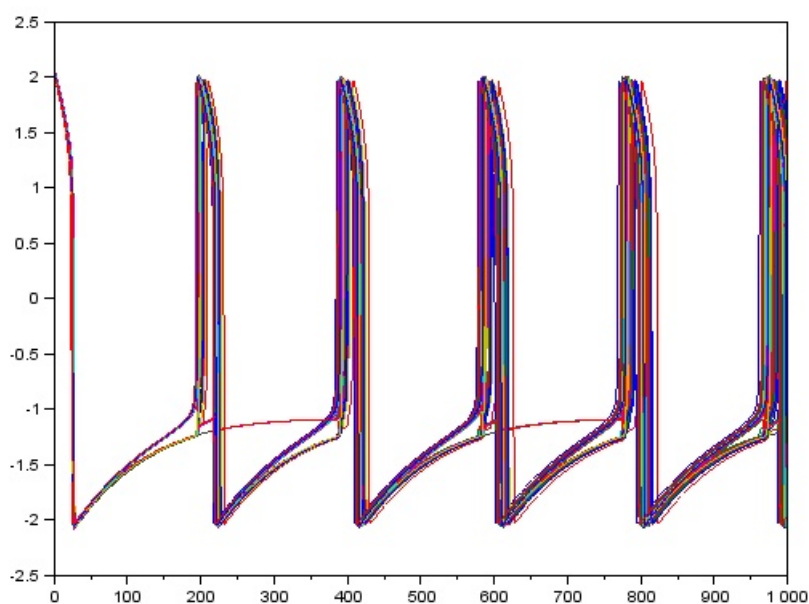


Figura 6. Simulação quando 100 neurônios são desativados da rede

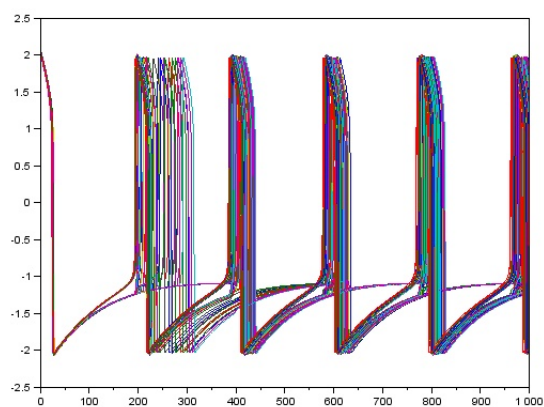


Figura 7. Simulação para 500 neurônios inativos

Em um teste com 500 neurônios inativos, como a rede tem uma topologia mais

irregular, a sincronização sofre uma perturbação mais forte. Além de alguns neurônios perderem o ritmo de sincronia, os outros recebem um adiantamento ou pequeno atraso no tempo de pulso. À medida que aumentamos o número de neurônios inativos, a perturbação na sincronia dos neurônios aumenta:

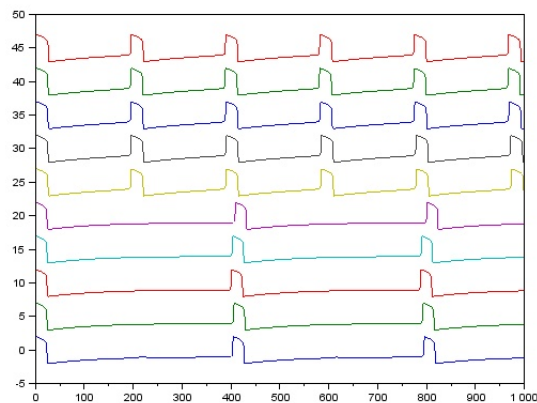


Figura 8. Simulação em paralelo para 500 neurônios inativos

Note que o acoplamento é fundamental para a sincronia dos neurônios. Em um teste que não existe o acoplamento entre os neurônios, seu estado inicial é mantido durante toda a iteração da rede:

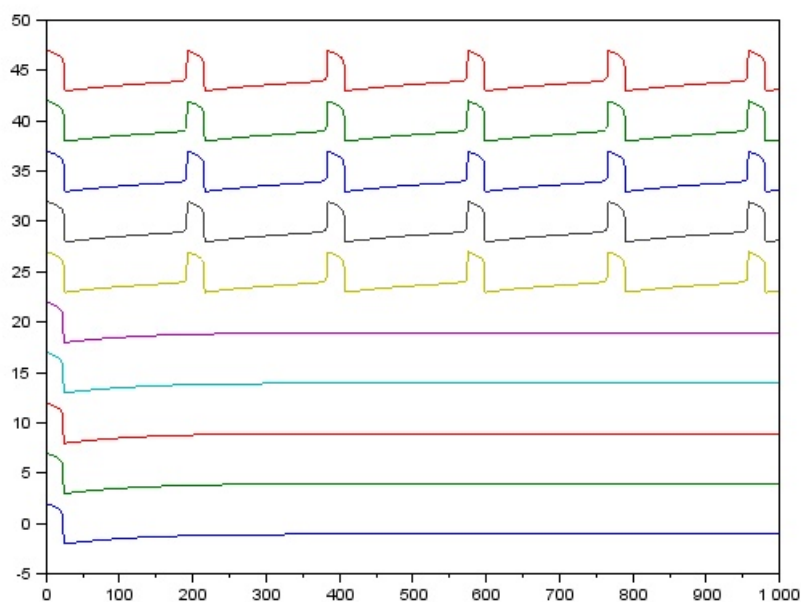


Figura 9. Simulação para neurônios sem força de acoplamento

3.3. Rede Livre de Escala

A Rede Livre de Escala tem um comportamento curioso em relação às outras redes. Nesta topologia, os neurônios também sincronizam quando todos estão ativos mas os neurônios *hubs* (aqueles que tem muitos neurônios conectados) pulsam com mais força.

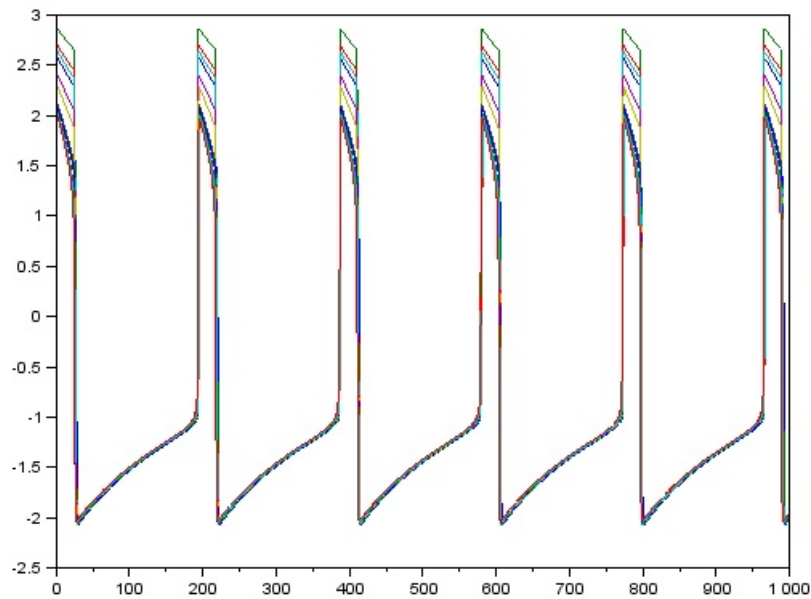


Figura 10. Oscilação para uma Rede Livre de Escala

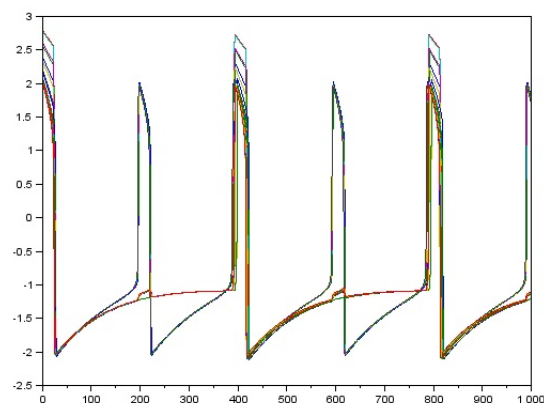


Figura 11. Simulação quando somente os Hubs estão ativos

Os *hubs* acabam tendo um destaque dentro da rede. O estado inicial dos hubs pode influenciar na sincronização da rede. Quando somente os *hubs* estão ativos, a rede

entra em dois ritmos de sincronia. Isso porque os *hubs* interferem no pulso de muitos neurônios mas nenhum neurônio interfere no pulso dos *hubs* inicialmente. Quando somente os *hubs* estão inativos, o comportamento da rede se assimila mais a um comportamento síncrono, embora ainda tenha perturbações. Isso demonstra que os neurônios inativos tem diferentes níveis de influência na perturbação da rede dependendo do número de vizinhos.

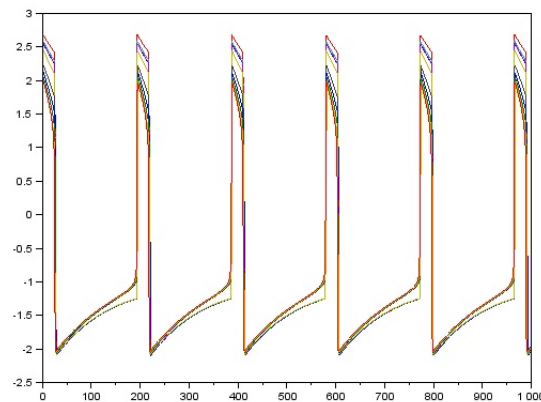


Figura 12. Simulação quando somente os hubs estão inativos

4. Conclusões

Após às simulações podemos chegar às seguintes conclusões:

- A tendência dos neurônios, quando todos estão inicialmente ativos é sempre se sincronizar independente da topologia da rede;
- O número de neurônios ativos afeta diretamente a sincronização. Quanto mais neurônios inativos, maior a perturbação da rede;
- O número de vizinhos de um neurônio interfere na sua força de acoplamento. Diferentes neurônios inativos tem diferentes níveis de perturbação na sincronização, dependendo do número de neurônios vizinhos;
- A existência do acoplamento é vital para que os neurônios possam entrar em sincronia. Sem acoplamento, o neurônio sempre mantém seu estado inicial;
- Neurônios ativos precisam existir para haver pulso na rede em qualquer topologia como demonstram os três proximos gráficos:

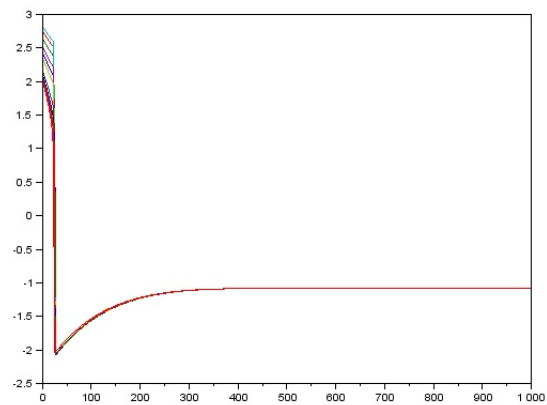


Figura 13. Simulação quando todos os neurônios estão inativos em uma Rede Livre de Escala

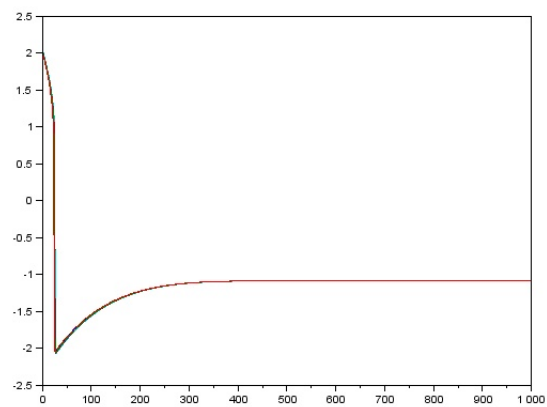


Figura 14. Simulação quando todos os neurônios estão inativos em uma Rede Aleatória

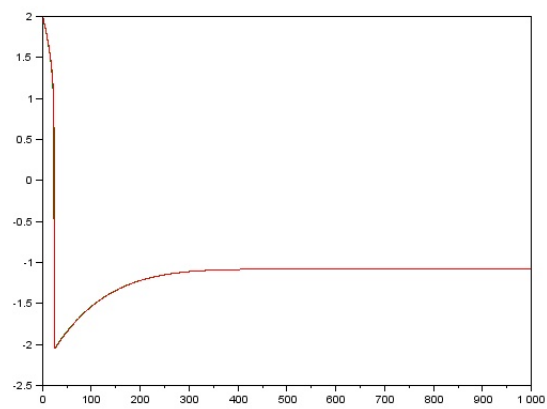


Figura 15. Simulação quando todos os neurônios estão inativos em uma Rede Regular