

Modelagem Computacional - Projeto 04

Projeto 04 - Propagação de Informação

Aluna: Bruna Gabriela (RA: 92380)

Aluno: Kaio Dantas (RA: 92420)

Aluna: Thauany Moedano (RA: 92486)

Universidade Federal de São Paulo - UNIFESP
Instituto de Ciência e Tecnologia, São José dos Campos

Projeto 04 - Propagação de Informação

Thauany Moedano

Bruna Gabriela

Kaio Dantas

ICT - Instituto de Ciência e Tecnologia
Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP)
São José dos Campos - SP

1. Introdução

Propagação em Redes modela como determinada informação, vírus, opinião entre outras instâncias que podem ser estudadas se propaga em diferentes topologias. Este trabalho estudou a propagação de uma ideia de um esquema financeiro na cidade fictícia *Cidadex*.



Figura 1. “Qual é o parasita mais resistente? Uma bactéria? Um vírus? Não. Uma ideia!” – A Origem.

Em uma pequena cidade imaginária conhecida como Cidadex, um contador chamado Ponzi pensou em uma maneira de enriquecer rapidamente. Basicamente, a ideia de Ponzi era convencer as pessoas a terem as mesmas ideias dele e recrutar cidadãos para entrar no esquema. Quanto mais recrutados, maior seria seu lucro. Assim Ponzi abriu uma empresa chamada de *Unifex Free*. O esperto Ponzi dizia para seus colaboradores que o dinheiro era investido mas seu esquema tratava apenas de um repasse de valores. A essa ideia aparentemente genial, Ponzi deu o nome de “pirâmide financeira”.

2. Modelo matemático e topologias de rede

O modelo de como funciona o esquema financeiro de Ponzi pode ser definido a partir das seguintes fórmulas:



Figura 2. Ilustração de como funciona o esquema financeiro de Ponzi

Seja m , um morador de Cidadex e $v(m)$ o número de vizinhos de m e $c(m)$ o número de vizinhos de m participantes da rede, a probabilidade $p(m)$ de m entrar na rede é dada por:

$$P(m) = \begin{cases} \frac{1}{20} * c(m), & \text{se } v(m) < 4, \\ c(m) * \alpha - ((v(m) - c(m)) * \beta), & \text{se } p(m) \geq 4. \end{cases}$$

Quando um morador m torna-se colaborador, sua chance de desistência $d(m)$ ocorre de duas probabilidades:

- Uma probabilidade de ser denunciado;
- Quando um membro não recebe 10 pagamentos;

Conforme pessoas vão entrando na rede, a probabilidade de ocorrer uma desistência aumenta em função do número de colaboradores.

Desta maneira, o modelo da pirâmide de Ponzi é um processo estocástico que decorre de probabilidades. Portanto, o sistema pode se sustentar bem como ir a falência dado um número de iterações.

O principal objetivo deste estudo é observar a propagação da ideia em redes de diferentes topologias. As topologias estudadas foram: rede regular, rede aleatória e rede livre de escala com variação em seu grau.

- Rede regular: É o tipo mais simples de rede. Todos os moradores têm o mesmo número de vizinhos;

- Rede aleatória: Os vértices se ligam aleatoriamente com uma probabilidade uniforme, tendendo a ter o grau médio desejado;
- Rede Livre de Escala: É feita de maneira construtiva em que ao longo do tempo, os vértices mais conectados tem uma probabilidade maior de se conectar a novos vértices;

3. Estudo da rede em diferentes topologias

Seja um grafo (V, E, ψ_e) onde V é o número de moradores, E é o número de vizinhos e ψ_e é a função que determina a entrada de moradores na rede. Construído em diferentes topologias, deseja-se estudar o comportamento da propagação do esquema através da rede.

3.1. Rede regular

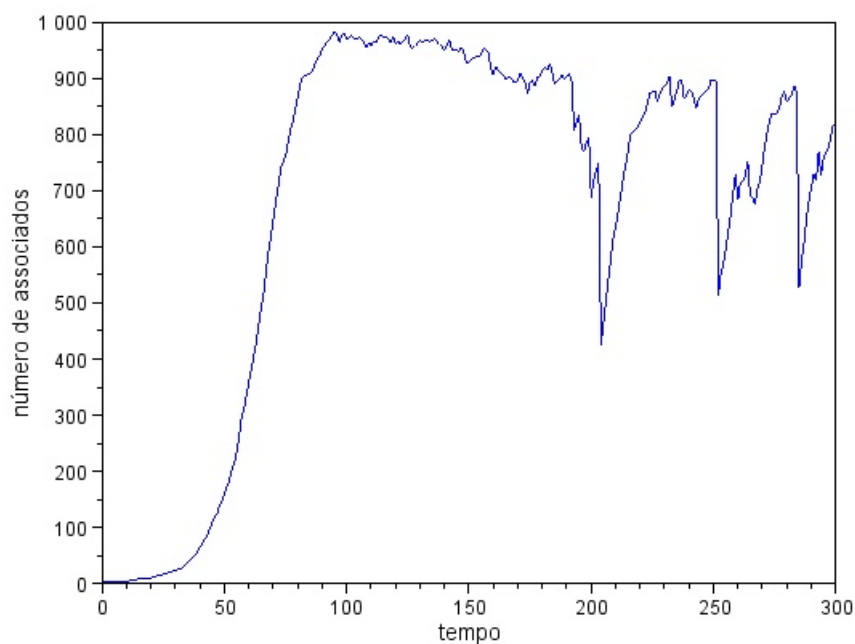


Figura 3. Esquema de Ponzi para uma rede regular

Em uma Rede Regular todos os vértices têm o mesmo número de vizinhos. Em uma Rede de grau 4, as chances de aderir a ideia aumentam pela fórmula $p(m)$ quando $v(m)$ é maior ou igual a 4. Assim, a ideia é propagada de maneira exponencial. O tempo de convergência para que quase todos os moradores de Cidadex sejam convencidos a virarem colaboradores fica entre 50 e 100 dias, o que demonstra o quão rápido a ideia se propaga. Entretanto conforme mais pessoas vão aderindo a ideia, a chance de denúncia e falta de pagamentos aumentam. Isso identifica o principal problema no esquema de Ponzi:

a população deveria crescer juntamente com o esquema para que o repasse de dinheiro sempre pudesse ser suprido. Assim, pessoas desistem e picos de queda aparecem nos gráficos.

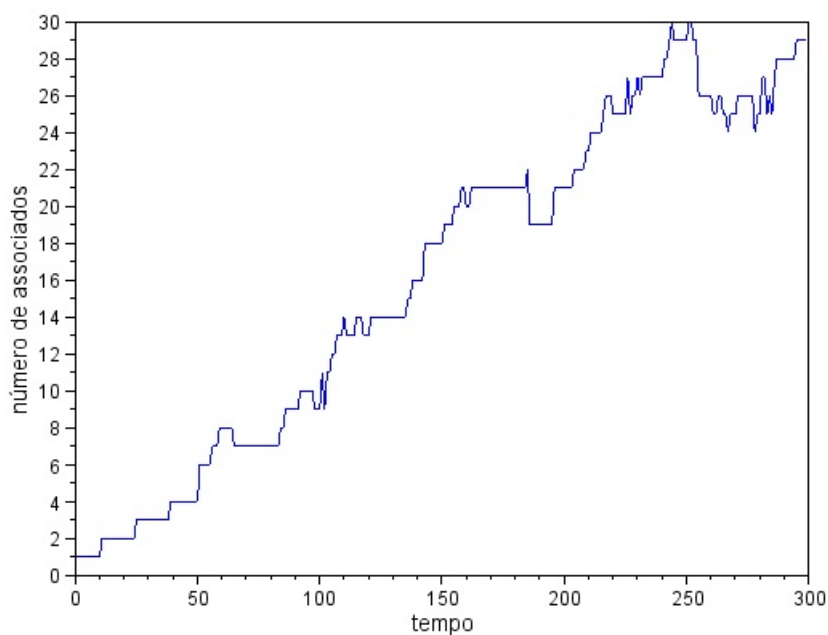


Figura 4. Esquema de Ponzi para uma rede regular de grau 2

Quando o grau da Rede Regular é diminuído acontece um fenômeno inverso ao da Rede Regular de grau 4. Isso porque agora nunca será aplicada a probabilidade de quando $v(m)$ tem 4 vizinhos ou mais colaboradores. Desta maneira, não é possível que a ideia possa ser propagada ficando restrita a um pequeno grupo de colaboradores.

3.2. Rede Aleatória

Similar à Rede Regular, a Rede Aleatória também cresce de maneira exponencial uma vez que independente do grau médio, uma rede aleatória muito provavelmente terá algum vértice com 4 vizinhos ou mais, o que é fundamental para o crescimento exponencial do esquema. Assim a propagação ocorre também de maneira exponencial embora nesse caso, pela irregularidade da rede, o tempo de convergência até que a rede atinja quase todos os moradores demore quase o dobro do tempo de convergência para a rede regular. Então independentemente do grau, pelo fato da rede aleatória possuir 4 vizinhos ou mais, a expansão neste tipo de topologia sempre vai ser exponencial, atingindo quase toda a rede. Desta maneira, o gráfico da Rede Aleatória torna-se muito parecido com o gráfico da Rede Regular de grau 4.

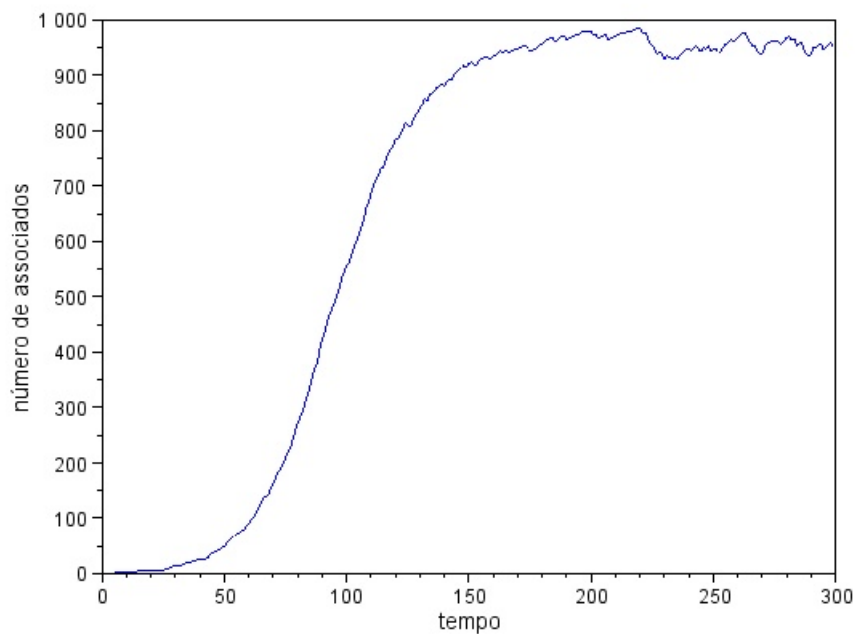


Figura 5. Esquema de Ponzi para uma rede aleatória

3.3. Rede Livre de Escala

A Rede Livre de Escala deixa claro que a propagação da ideia está intimamente ligada

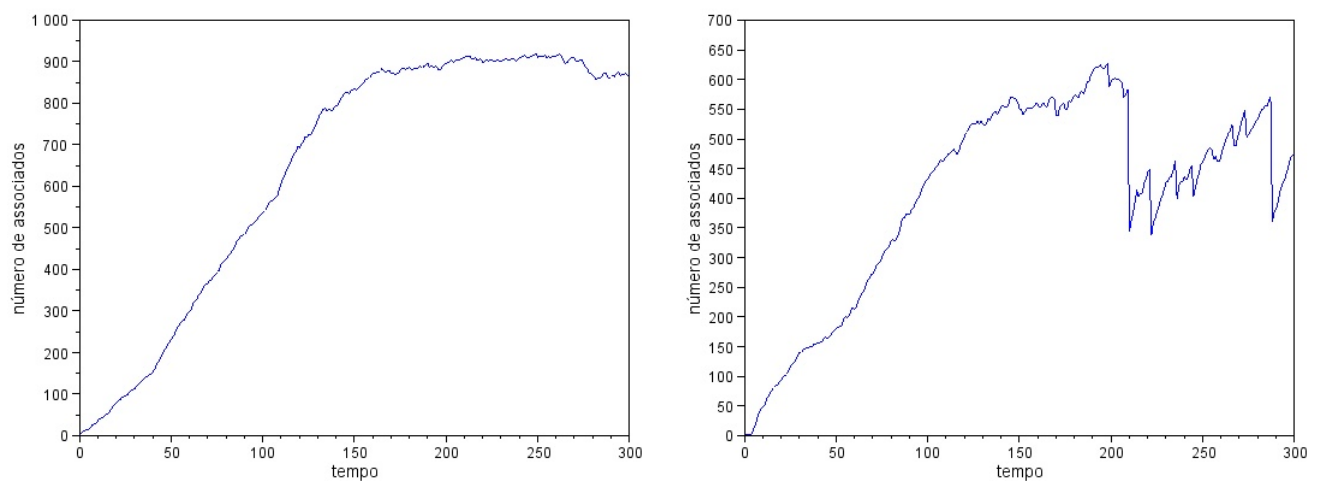


Figura 6. Simulação para uma Rede Livre de Escala. Grandes picos podem ocorrer quando o fator desistência é alto

com o número de vizinhos de cada vértice. Se o vértice não tem conexões o suficiente, dificilmente ele propagará a ideia ou será atingido por ela. Se a ideia começa em vértices com poucos vizinhos, a propagação da rede fica restrita a um pequeno grupo de moradores

da rede que também sofre com desistências e faltas de pagamentos.

Quando os hubs começam propagando o esquema, o crescimento da Rede Livre de Escala é exponencial e similar às outras três topologias.

Quando nós chaves não são atingidos, a ideia não se propaga e novamente fica restrita a um pequeno grupo de colaboradores.

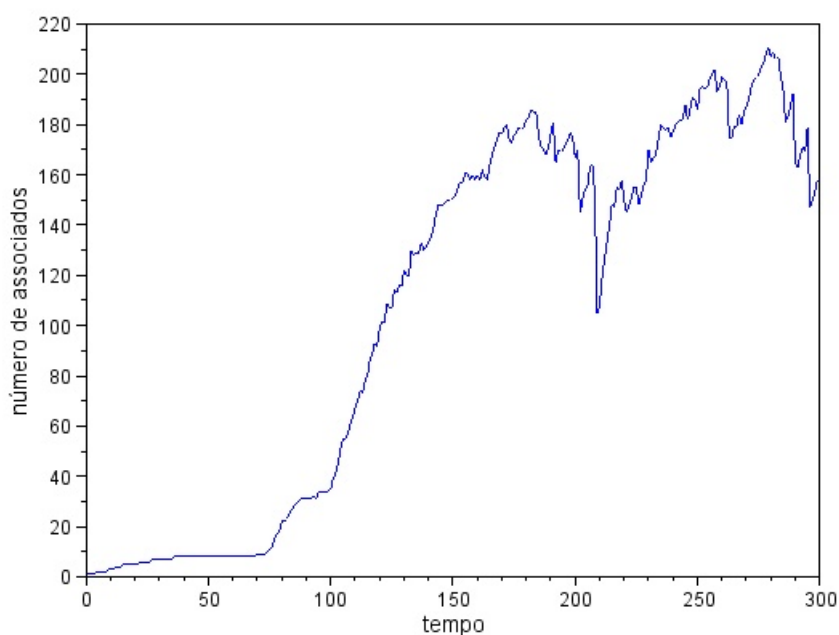


Figura 7. Rede Livre de Escala quando os hubs não entram no esquema

4. Conclusões

Após às simulações podemos chegar as seguintes conclusões:

- A ideia se propaga de maneira exponencial sempre que os vértices possuem um número significativos de vizinhos;
- Quanto mais vizinhos um vértice tem, mais rápido a ideia pode ser propagada.
- A probabilidade de desistência faz com que após a expansão exponencial ocorram picos de queda visto nas três topologias;
- É impossível manter todas os moradores no esquema dado que a probabilidade de desistência aumenta conforme o tempo.
- Independentemente do número de colaboradores atingidos, os picos sempre existirão.
- Os picos podem ser amenizados se a probabilidade de desistência for baixa:

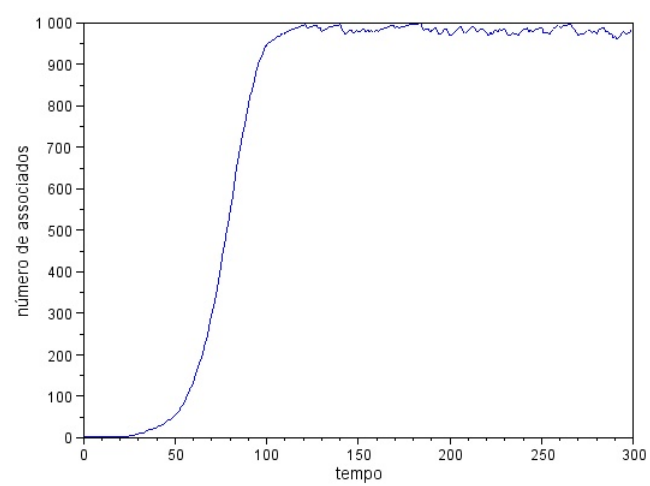
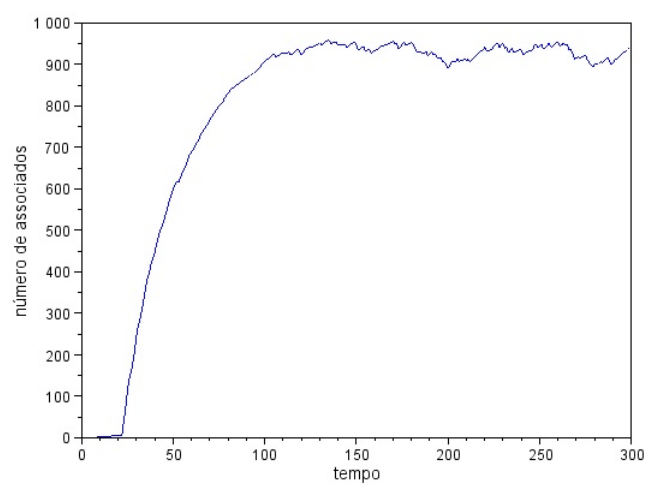


Figura 8. Esquema de Ponzi quando a denúncia diminui para a rede Livre de Escala e Regular, respectivamente