Modelagem Computacional – Projeto 01

Nome: Bruna Gabriela Siqueira RA:92380
Nome: Kaio Henrique Dantas RA:92420
Nome: Thauany Moedano RA:92486

O modelo – Lançamento de uma partícula com atrito

O modelo a ser demonstrado se trata de um lançamento de uma partícula com a presença de atrito. O objetivo é descrever o comportamento desse lançamento utilizando o método de Euler que calcula a velocidade e o espaço ponto a ponto.

Para representar o problema, consideremos um canhão que dispara uma bala de peso *m = 16.0 kg* em uma velocidade inicial *v = 100.0 m/s*. Deseja-se descrever o comportamento desse lançamento ao longo de 20 segundos.

Os seguintes parâmetros foram levados em consideração: O ângulo do lançamento foi de 60 graus, a gravidade igual a 9.81 m/s², uma constante *k* de atrito equivalente a 0.4 e a variação ponto a ponto (Δt) igual a $10e^{-2}$ (aproximadamente 1.35s). Além disso, a bala aquece durante o lançamento, ganhando energia térmica.

Descrição do modelo matemático

As fórmulas para descrever o movimento da bala de canhão foram desenvolvidas utilizando o método de Euler. A seguir é apresentado toda a descrição matemática do modelo. As equações que estão em uma caixa são as fórmulas finais utilizadas na descrição do problema.

$$F=m.a \qquad \frac{dv}{dt}\rightarrow\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$F=m\frac{dv}{dt} \qquad \frac{dx}{dt}\rightarrow\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$F=mg-kv$$

$$m\frac{dv}{dt}=mg-kv$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t}=g-\frac{kv}{m}$$

$$\Delta v=\left(g-\frac{kv}{m}\right)\Delta t$$

$$V(t+\Delta t)=V(t)+\left(g-\frac{kv}{m}\right)\Delta t$$

$$\boxed{\begin{gathered}Vx(t)=V(t).cos\theta\\ Vy(t)=V(t).sen\theta\\ Vx(t+\Delta t)=Vx(t)-\frac{kv}{m}.\Delta t\\ Vy(t+\Delta t)=Vy(t)+\left(g-\frac{kv}{m}\right)\Delta t\\ V(t+\Delta t)=\sqrt{(Vx(t+\Delta t))^2+(Vy(t+\Delta t))^2}\end{gathered}}$$

$$\frac{dx}{dt}=V(t+\Delta t)$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t}=V(t+\Delta t)$$

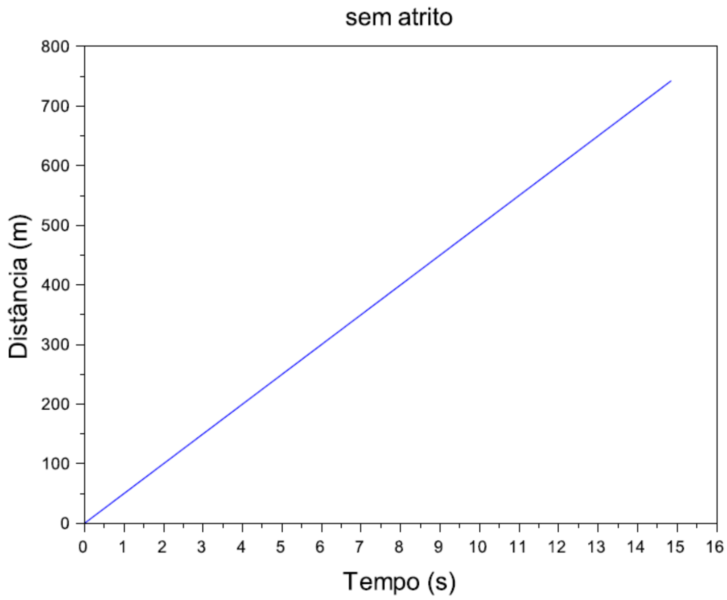
$$\Delta x=V(t+\Delta t).\Delta t$$

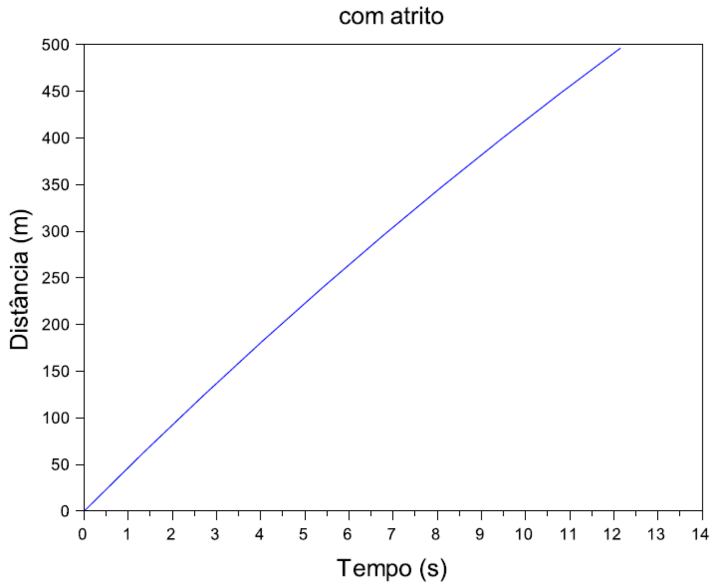
$$\boxed{\begin{gathered}x(t+\Delta t)=x(t)+V(t).\Delta t-\frac{kv}{m}\Delta t^2\\ y(t+\Delta t)=y(t)+V(t).\Delta t+\left(g-\frac{kv}{m}\right)\Delta t^2\end{gathered}}$$

$$\boxed{Ec=\frac{1}{2}\cdot m\cdot V^2 \qquad Ep=m\cdot g\cdot y}$$

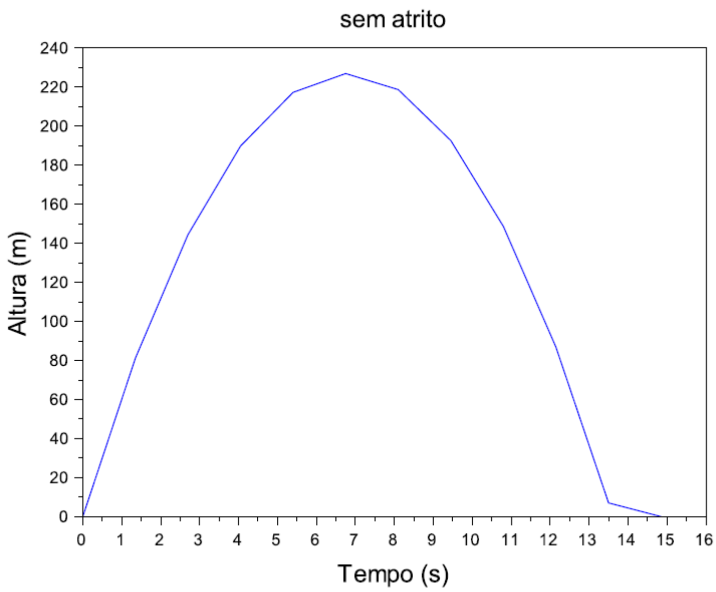
Gráficos

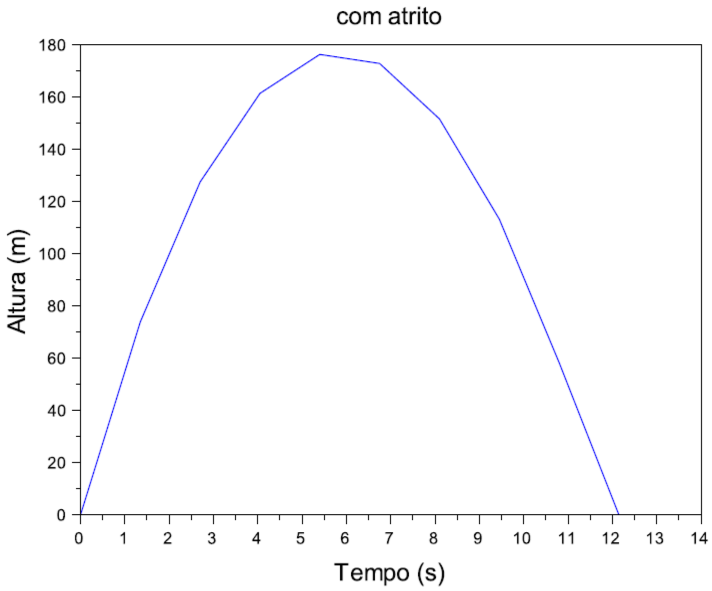
Após implementar o modelo utilizando a linguagem C, os dados foram salvos em um arquivo texto. O arquivo texto retorna os dados de velocidade, posição e energia a cada interação. Os seguintes gráficos foram *plotados* utilizando o programa Scilab:



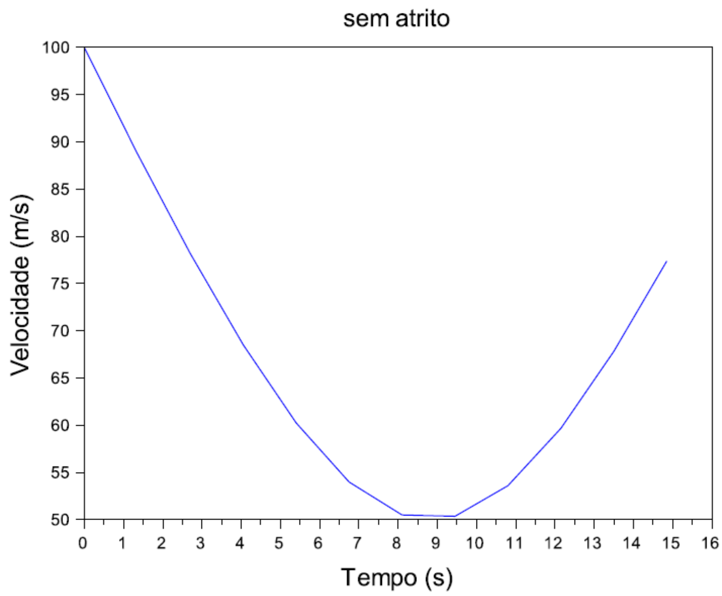


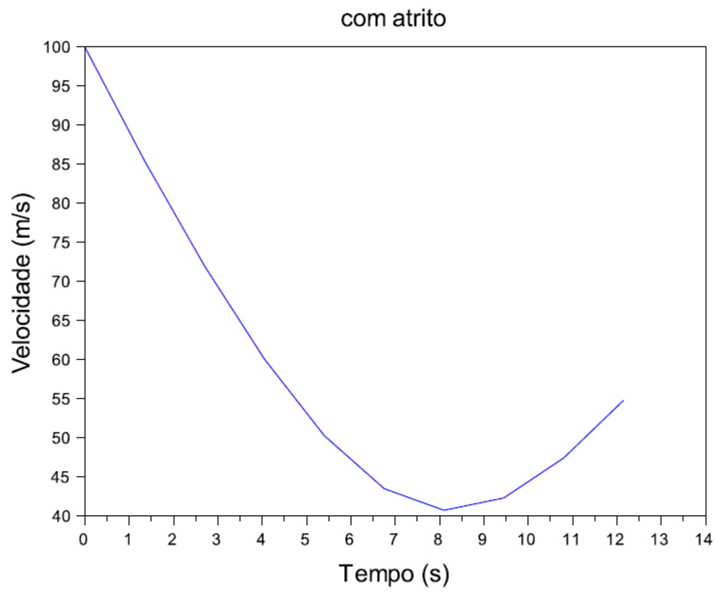
Deslocamento (sem atrito e com atrito) – Simulando o lançamento sem a presença de atrito nota-se que a bala tem um alcance muito maior. Com o atrito a bala percorre quase 500 metros enquanto em um lançamento sem atrito, esse alcance ultrapassa os 700 metros. Portanto o atrito faz uma força contra o movimento da bala que a impede de percorrer uma distância muito grande.



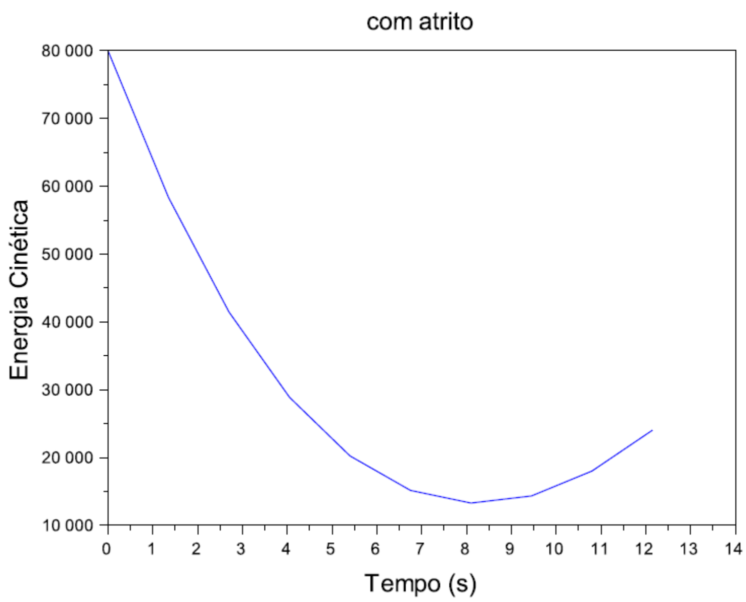


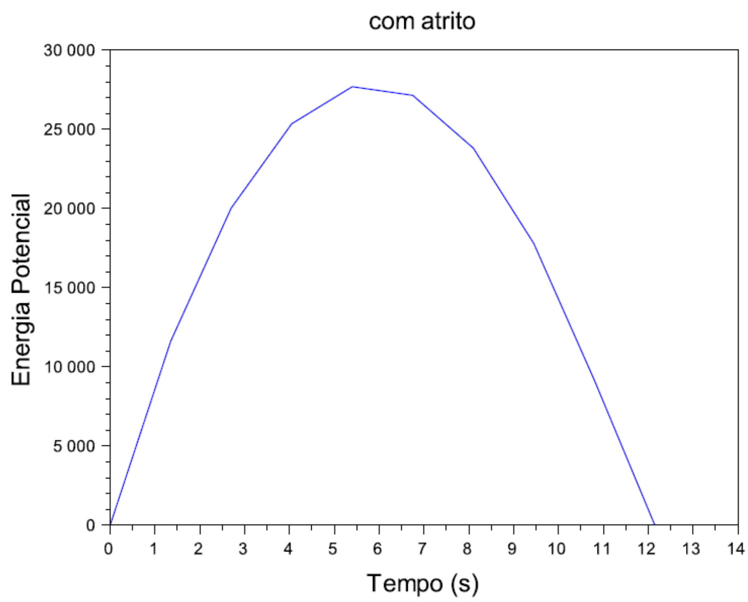
Altura (sem atrito e com atrito) – Novamente nota-se que o atrito faz uma força contra o movimento da bala. Em uma simulação sem atrito a bala alcança mais de 200 metros de altura enquanto em um lançamento com atrito, sua altura não ultrapassa 180 metros.



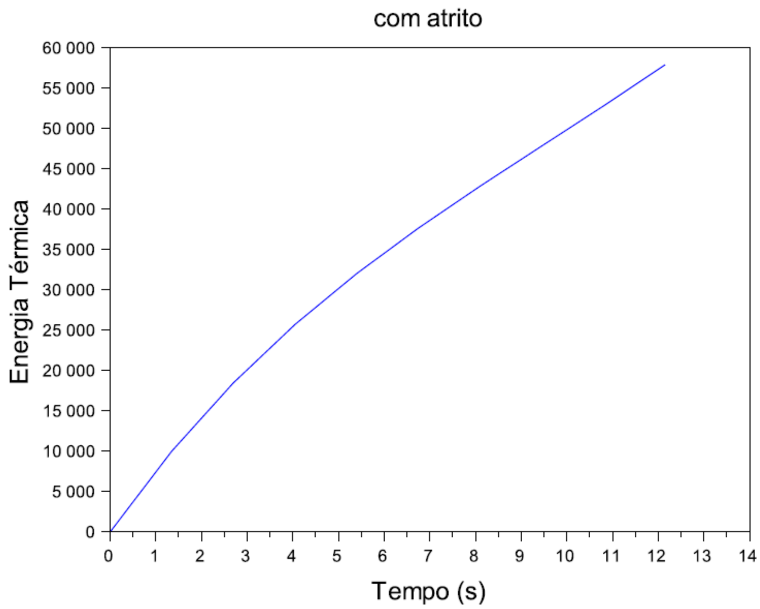


Velocidade (sem atrito e com atrito) – Sem o atrito a bala perde menos velocidade quando sobe ganha velocidade mais rápido enquanto desce.





Energia Cinética e Potencial – Quando o projétil sobe durante o lançamento, a bala ganha energia potencial. A energia potencial está relacionada com a altura e quanto mais alto, mais energia potencial. Ao mesmo passo que a bala ganha energia potencial, esta perde energia cinética pois a velocidade decai durante a subida. O contrário acontece enquanto a bala desce – Ganha-se energia cinética, perde-se energia potencial.



Energia térmica – Como o movimento tem atrito, uma parte da energia é dissipada em forma de energia térmica que cresce quase de forma linear.