UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
CAMPUS SÃO JOSÉ DOS CAMPOS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA (DCT)

Exercício de Teoria dos Grafos

UC: **Teoria dos Grafos**

Aluno: **Thauany Moedano**

RA: **92486**

Professor: **Dr. Reginaldo Massanobu Kuroshu.**

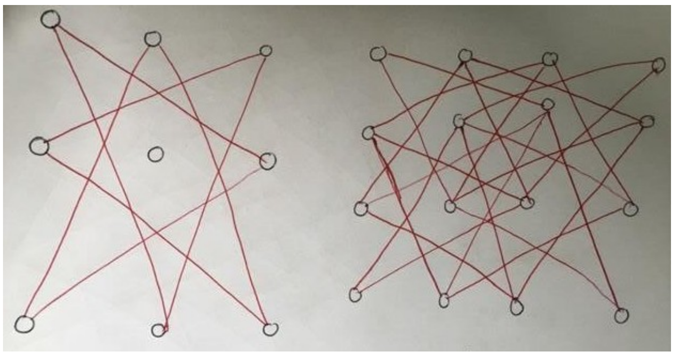
Entrega: **16/08/2016**

Resumo

Resolução de exercícios (4) de Teoria dos Grafos

Exercício 1. O grafo do cavalo t-por-t é definido assim: os vértices do grafo são as casas de um trabuleiro de xadrez com t linhas e t colunas: dois vértices são adjacentes se um cavalo do jogo de xadrez pode saltar de um deles para outro em um só movimento.

a.) Faça uma figura do grafo do cavalo 3-por-3 e do cavalo 4-por-4

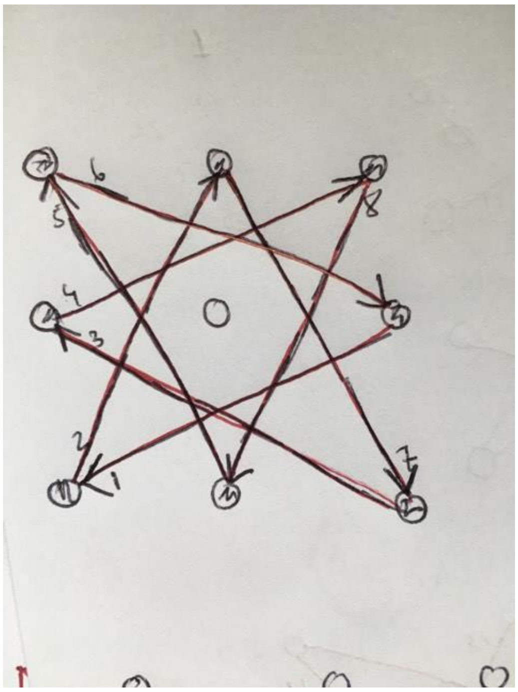


b.) Quantas arestas tem o grafo do cavalo 8-por8? Quantas arestas tem o grafo do cavalo t-por-t?

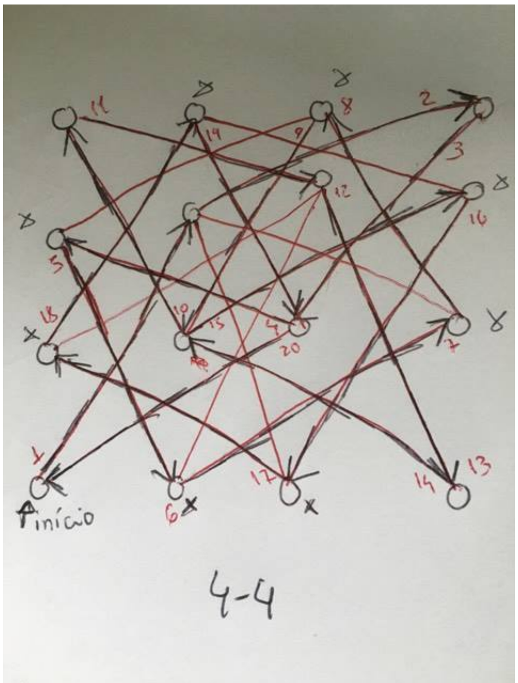
O grafo do cavalo 8-por-8 tem 152 arestas. Seguindo a lógica, o grafo t-por-t teria 8*(t-2) arestas.

c.) Verifique que o grafo do cavalo 3-por-3 contém um circuito.

O circuito está descrito na imagem abaixo:



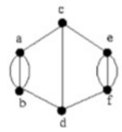
d.) Encontre o circuito mais longo que puder no grafo do cavalo 4-por-4



Exercício 2. Seja um digrafo D = (V,E) e um vértice de origem s. Os arcos que saem de s podem ter pesos negativos, todos os outros possuem pesos não negativos e não existe ciclo de peso negativo. O algoritmo de Dijkstra encontra os menores caminhos a partir de s corretamente? Explique.

Sim pois considere que de um determinado vértice v possui um caminho mínimo até o vértice t. Logo, qualquer aresta negativa que liga v a s, também é um caminho mínimo.

Exercício 3. Determine um caminho ou ciclo euleriano, se existir, no grafo abaixo:



Um ciclo euleriano pode ser construído tomando o vértice e como vértice inicial e seguir o ciclo: e-f-e-c-a-b-a-b-d-f-e.

Exercício 4. Demonstre que um grafo conexo G é euleriano se e somente se o seu conjunto de arestas pode ser decomposto em ciclos.

Ida: Se o grafo G é euleriano, todos os seus vértices possuem grau par. Isso significa que todos os seus vértices têm no mínimo grau 2. Logo, pode ser decomposto em ciclos.

Volta: Se o grafo G pode ser decomposto em ciclos, logo G é a união de ciclos disjuntos. Como todo vértice do ciclo tem grau par, o grau de cada vértice de G é necessariamente par. Como um grafo em que todos vértices têm grau par é um grafo euleriano, G é um grafo euleriano

Exercício 5. Seja n e N um número positivo. Para cada par de inteiros x e y tal que 1 $\leq$ x $\leq$ y *leq* n, crie uma carta com x em um lado e y em outro. Coloque uma carta sobre outra para formar um baralho, tal que os lados que estão encostados possuem o mesmo valor, ou seja, a parte de trás de uma carta tem o mesmo valor da frente da proxima carta. Você pode inverter a ordem de uma carta quando estiver montando o numero na frente da primeira carta e atrás da última carta. Por exemplo escreva [x,y] para uma carta com x na frente e y atrás. Para n = 3, um baralho organizado seria [1,1] [1,2] [2,2] [2,3] [3,3] [3,1]

a.) Quantas cartas existem? 2n

b.) Prove que é possível criar um baralho organizado de cartas se e somente se n for ímpar.