

## **Modelagem Computacional - Projeto 02**

# **Redes Tróficas**

**Aluna:** Bruna Gabriela

**Aluno:** Kaio Dantas

**Aluna:** Thauany Moedano

Universidade Federal de São Paulo - UNIFESP  
Instituto de Ciência e Tecnologia, São José dos Campos

# Projeto 02 - Modelagem Computacional

**Bruna Gabriela (RA:92380)**

**Kaio Dantas (RA:92420)**

**Thauany Moedano(RA:92486)**

ICT - Instituto de Ciência e Tecnologia  
Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP)  
São José dos Campos - SP

{t.moedano, kaio.dantas, siqueira09}@unifesp.br

## 1. Redes Tróficas



**Figura 1. Animais lutando pela sobrevivência**

No meio ambiente existem as plantas, seres autótrofos que se alimentam por meio da fotossíntese. Já os seres herbívoros se alimentam exclusivamente de plantas enquanto os carnívoros consomem os seres herbívoros. Este elo alimentar existente na natureza pode ser representado por meio de uma *cadeia alimentar* ou *rede trófica*. A cadeia alimentar representa quais seres beneficiam outros seres e também quais seres prejudicam outros seres. Desta maneira pode-se representar a rede trófica de qualquer ambiente, respeitando suas limitações. Toda rede trófica tem por obrigação um ser primário, autótrofo, que serve como base da cadeia alimentar. Este ser tem uma taxa de crescimento próprio que pode depender de fatores como o clima ou localização geográfica. Estes seres servem de alimento para os animais herbívoros. Os animais herbívoros crescem a medida que se alimentam dos seres autótrofos. Os herbívoros são consumidos pelos carnívoros que por sua vez apresentam uma taxa de mortalidade que os atinge (caso contrário, os animais carnívoros nunca morreriam pois estão no topo da cadeia alimentar).

## 2. Estudo de um Modelo Presa-Predador

Há centenas de milhares de anos, um meteoro caiu sobre a Terra, extinguindo todos os seres ali vivos: os dinossauros. Entretanto uma parcela bem pequena desta população conseguiu se refugiar em um ambiente fértil e próspero chamado de *Vale Encantado*:



Figura 2. Imagem ilustrativa do Vale Encantado

A principal planta do Vale Encantado era a samambaia que tinha uma taxa constante de crescimento embora sofresse com o calor escaldante do Vale Encantado. A samambaia era consumida por duas espécies de dinossauros: O gigante *Aelossauro* e o *Tricerátops*. Essas duas espécies eram constantemente caçadas pelo *Espinossauro* que por sua vez era fortemente consumido pelos famosos *T-Rex*. O *T-Rex* também consome o *Tricerátops* e o *Aelossauro*. Entretanto, o *T-Rex* tinha uma alta taxa de mortalidade uma vez que seu sistema digestório era facilmente afetado por infecções.

Assim, define-se a cadeia alimentar do Vale Encantado da seguinte forma:

$T-Rex \leftarrow Espinossauro \leftarrow Aelossauro / Tricerátops \leftarrow Samambaia$

Deseja-se simular o ambiente do Vale Encantado para descobrir em que condições todos os dinossauros poderiam ter vivido em conjunto neste belo lugar.

## 3. Representação Matemática da Rede Trófica

Podemos definir a partir de fórmulas fechadas como se comportam cada um dos animais vivos no Vale Encantado através do modelo Presa-Predador de Lotka-Volterra.

$$\frac{dP}{dt} = P(\alpha V - \beta)$$

$$\frac{dV}{dt} = V(\lambda V - \psi)$$

Ou seja, a taxa de crescimento de um predador ( $\frac{dP}{dt}$ ) é denotada em função da quantidade de presas ( $V$ ) multiplicado de um parâmetro que indica a taxa de benefício que a presa dá ao predador ( $\alpha$ ), subtraído de uma taxa que indica o quanto esta espécie é prejudica ( $\beta$ ). De maneira similar é escrita a taxa de crescimento das presas ( $V$ ). Quando se trata de um sistema com mais presas e predadores basta adicionar as quantidades das respectivas espécies seguido de sua taxa de benefício.

Cada espécie tem uma taxa de variação. Define-se a taxa de variação da samambaia como  $\Delta S$ , a taxa de variação do Aelossauro como  $\Delta A$ , a taxa de variação do Tricerátops como  $\Delta T$ , a taxa de variação do Espinossauro como  $\Delta E$  e a taxa de variação do T-Rex como  $\Delta R$ . No caso da samambaia existem os fatores  $F$  que é definido como a taxa de fotossíntese; O fator  $\kappa$  que é a capacidade de suporte do meio, ou seja, o máximo que o ambiente pode suportar; E o fator  $\omega$  que é a taxa de ressecamento da samambaia, uma vez que o sol forte do Vale mata algumas plantas. Para o T-Rex existe o termo adicional  $\rho$  significa a taxa de mortalidade do T-Rex causadas pelas infecções no estômago. O termo  $\Delta X$  define a variação de tempo. Assim podemos definir uma série de equações que regem sobre a variação da quantidade de cada um dos dinossauros do Vale Encantado. Os parâmetros definidos em  $\gamma_0$  até  $\gamma_{13}$  definem a taxa de benefício ou de prejuízo que cada espécie tem sobre outra.

$$\Delta S = S(F - \frac{F \cdot S}{\kappa} - \gamma_0 \cdot A - \gamma_1 \cdot T - \omega) \cdot \Delta X$$

$$\Delta A = A(\gamma_2 \cdot S - \gamma_3 \cdot E - \gamma_4 \cdot R) \cdot \Delta X$$

$$\Delta T = T(\gamma_5 \cdot S - \gamma_6 \cdot E - \gamma_7 \cdot R) \cdot \Delta X$$

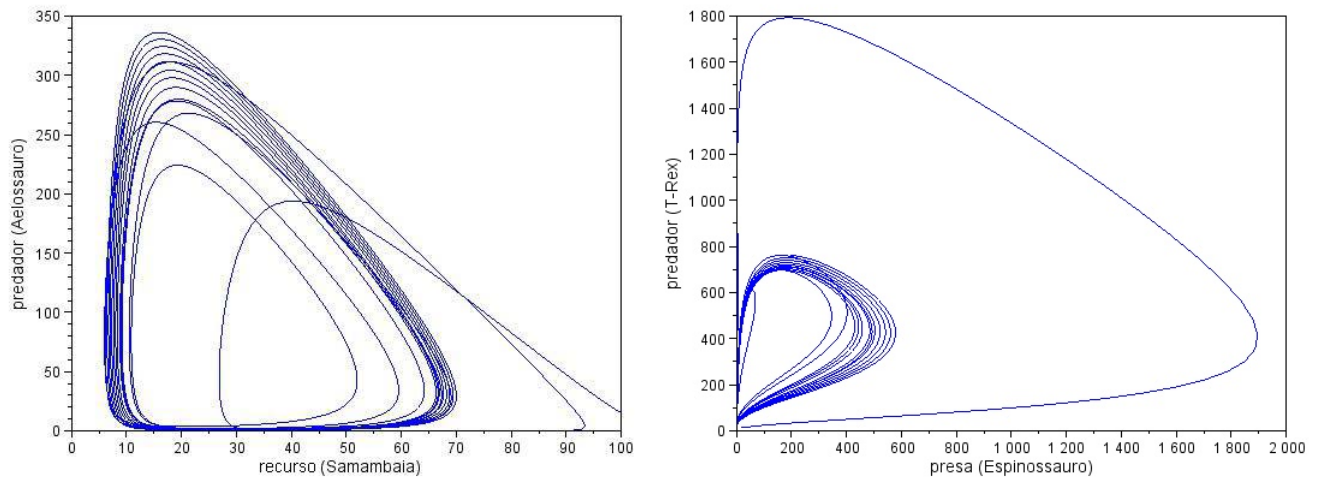
$$\Delta E = E(\gamma_8 \cdot A + \gamma_9 \cdot T - \gamma_{10} \cdot R) \cdot \Delta X$$

$$\Delta R = R(\gamma_{11} \cdot E + \gamma_{12} \cdot T + \gamma_{13} \cdot A - \rho) \cdot \Delta X$$

#### 4. Estudo e análise da Rede Trófica do Vale Encantado

Um estudo foi feito sobre quais parâmetros para  $\gamma_0$  até  $\gamma_{13}$  seriam os ideais para fazerem todas as espécies coexistirem. Desta maneira, gráficos foram montados para representar o comportamento da rede.

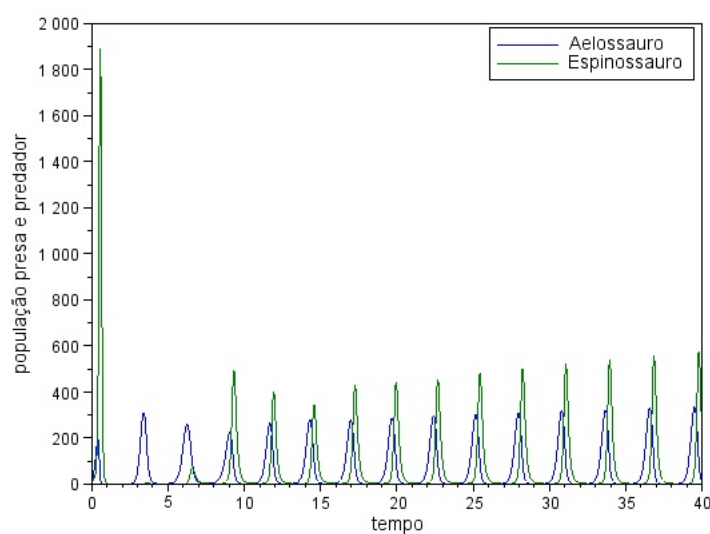
Em uma situação ideal, onde todas as espécies vivem em conjunto, a relação presa-predador se comporta de maneira cíclica. Ao passo que o número de presas aumenta, os predadores tem mais alimento, matando mais presas. Isso faz com que o número de presas diminua. Quando o número de presas cai, os predadores ficam com uma quantidade limitada de alimento e começam a morrer. Quando predadores morrem, há uma brecha para que as presas se procriem novamente, criando um ciclo. As próximas figuras representam esse comportamento:



**Figura 3. Figuras que demonstram a relação presa-predador**

Note que ambos os gráficos se comportam de maneira cíclica. A medida que um aumenta, o outro decai, voltando sempre ao ponto inicial em termos de quantidade de presas e predadores. Isso se prolonga para todo o sistema.

Em um sistema ideal, todas as espécies deveriam alcançar um equilíbrio. Nos primeiros anos do Vale Encantado, deveria haver uma adaptação das espécies (onde muitas espécies morreriam e outras procriariam em larga escala) até que o equilíbrio seja atingido.

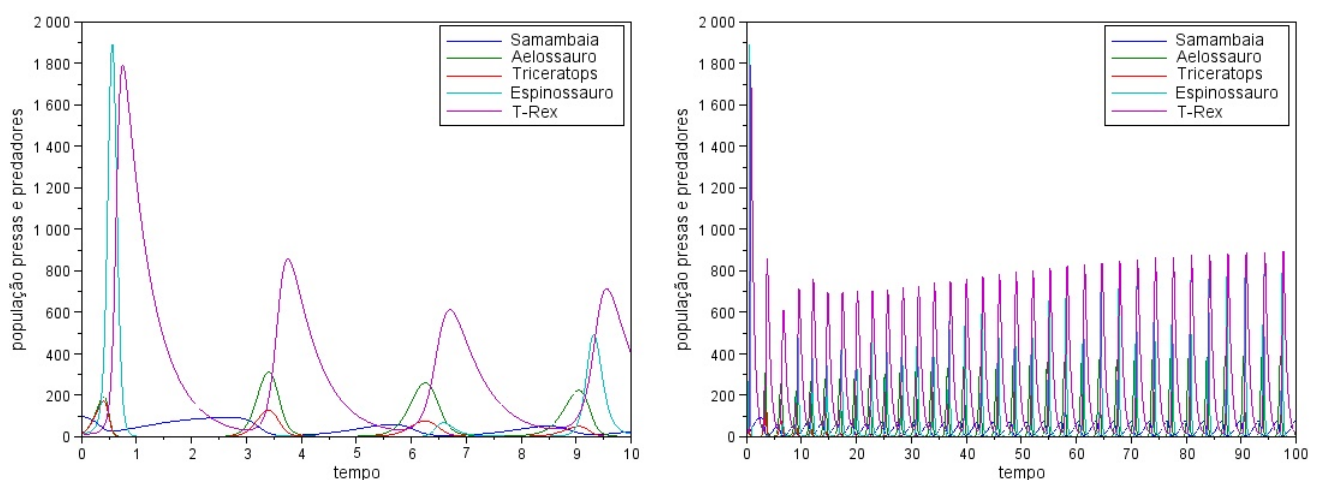


**Figura 4. Presa-predador ao longo do tempo**

Note que nos primeiros anos, muitos predadores morrem pois o número inicial de

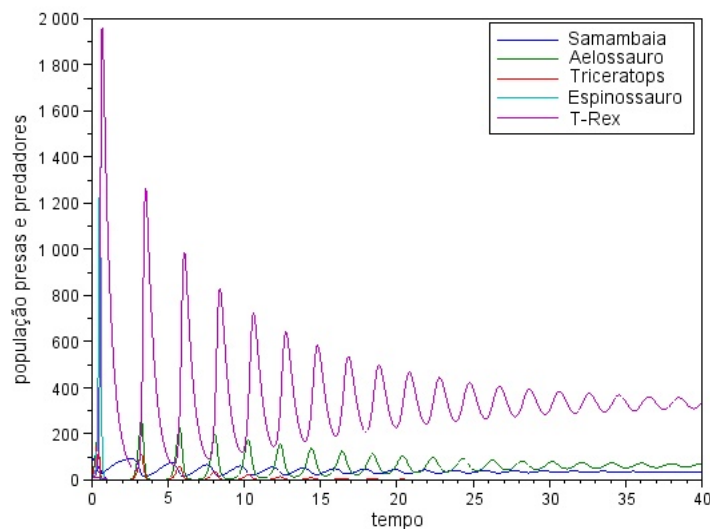
presas é pequeno. Quando os predadores morrem, as presas voltam a crescer. E com o passar dos anos, o mesmo comportamento se repete.

Ao entrar em equilíbrio, todas as espécies do Vale Encantado poderiam viver para sempre desde que o sistema não fosse afetado. Isso é evidenciado nos próximos dois gráficos. O primeiro, em um intervalo menor de tempo, mostra em detalhes como as espécies oscilam a medida em que umas morrem e outras nascem. Já o segundo mostra o comportamento prolongado para 100 anos onde o equilíbrio não é alterado uma vez que o sistema não sofre perturbação. Observe que no início há uma elevada taxa de T-Rex e Espinossauro que diminuem rapidamente pois as quantidades de presas não são suficientes para alimentar essas duas espécies. Então ao longo dos anos, as presas vão crescendo até que estejam em um grande número para serem consumidas em larga escala pelos predadores. E assim o sistema se comporta com diversos picos durante os anos. Quando aumentamos o intervalo de tempo para 100 anos é visível o comportamento periódico do sistema. Se prolongássemos o intervalo de tempo, para 200, 300, 400 ou 500 anos, o comportamento seria o mesmo, pois uma vez atingido o equilíbrio, ele se mantém.



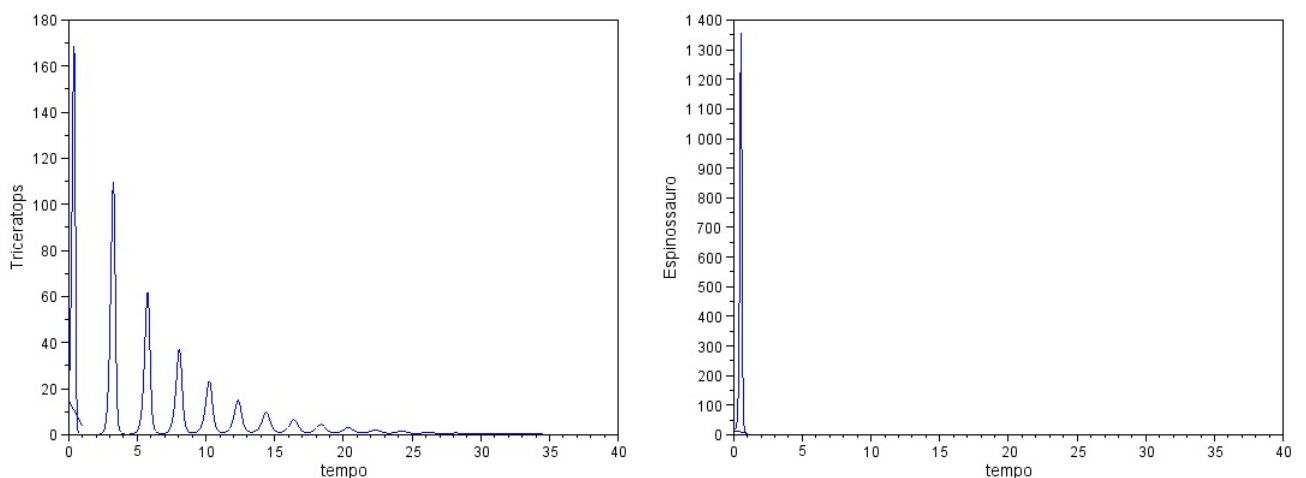
**Figura 5. Relação de todas as espécies através do tempo**

Ao atingir o equilíbrio, podemos então perturbar o sistema de qualquer maneira, seja matando espécies ou modificando os parâmetros. Observe, por exemplo, que, alterando alguns milésimos nos parâmetros de predação do T-Rex, fazendo com que sua taxa de consumo das presas seja maior do que no sistema ideal, já pode-se notar como o sistema se desequilibra e duas espécies acabam entrando em extinção: O Espinossauro e o Tricerátops. Isto ocorre porque o sistema presa-predador é muito frágil e uma pequena modificação altera todo o ciclo dentro do ambiente, podendo levar o comportamento da rede a uma total desordem.



**Figura 6. Ciclo após perturbação do sistema**

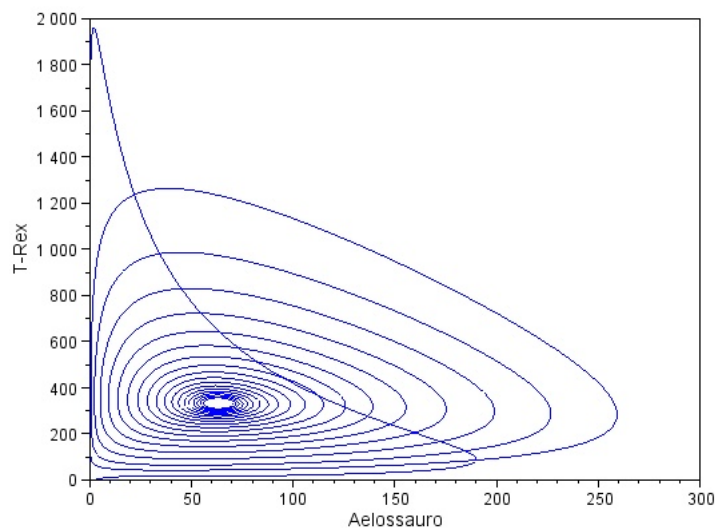
Com alterações nas taxas de predação do T-Rex, o Espinossauro e o Tricerátops foram extintos, como pode-se observar nos próximos dois gráficos. Como a taxa de predação do T-Rex foi elevada, o Espinossauro se extinguiu muito rápido pois não havia Tricerátops ou Aelossauros suficientes para alimentá-lo e garantir sua sobrevivência. O Tricerátops ainda vive por mais alguns anos mas não consegue escapar da extinção uma vez que sua taxa de predação da samambaia não é alto o suficiente para superar a predação do T-Rex.



**Figura 7. Figuras que demonstram a extinção das duas espécies**

Embora o Tricerátops e o Espinossauro tenham sido extintos, os parâmetros es-

tabelecidos entre o T-Rex, Aelossauro e Samambaia garantem que o sistema possa reencontrar o equilíbrio, mesmo após as perturbações. O próximo gráfico demonstra que após a extinção do Tricerátops e do Espinossauro, as duas espécies restantes entram em um comportamento cíclico.

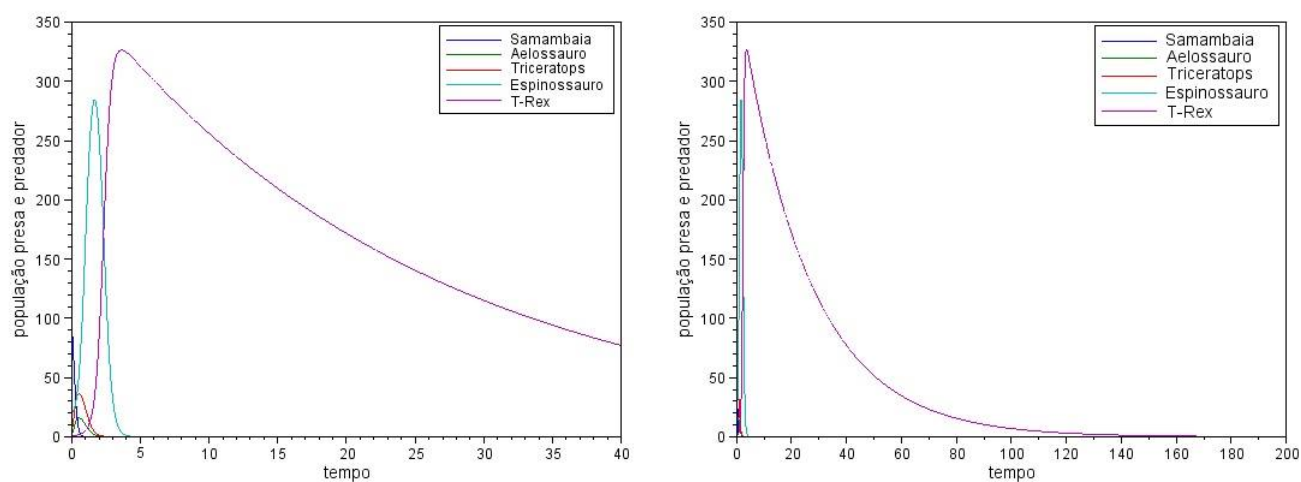


**Figura 8. Ciclo entre T-Rex e Aelossauro**

Pode-se concluir que os parâmetros comportam-se em pares. Mesmo que um animal seja extinto do conjunto, se os parâmetros entre um par de espécies for o adequado, estas duas espécies podem encontrar o equilíbrio em função da extinção das outras. Entretanto, isto se trata de um sistema ideal, que não era o caso do Vale Encantado. Em um sistema real, os parâmetros são muito distantes de formar um par de equilíbrio e por isso todas as espécies deste ambiente vieram a extinção. Os próximos dois gráficos demonstram uma possível situação em que levou todas as espécies a extinção. Nesta simulação, os parâmetros de predação do Aelossauro e do Tricerátops sobre a samambaia, a taxa de prejuízo do sol sobre a samambaia e a taxa de infecção do T-Rex foram alterados. Com essas alterações, o Tricerátops e o Aelossauro tornaram-se altos competidores pela samambaia. Com altos índices de ressecamento, a samambaia do Vale Encantado veio a sumir. Sem o alimento primário, Tricerátops e Aelossauros não tinham mais como procriar e foram consumidos pelo Espinossauro e pelo T-Rex. Como a taxa de predação do T-Rex era maior que a do Espinossauro, os T-Rex cresceram muito rápido consumindo todos os Aelossauros e Tricerátops e consequentemente, os Espinossauros. Sem nenhuma presa no ambiente, foi apenas uma questão de tempo até o T-Rex desaparecer. O primeiro gráfico mostra em detalhes como o sistema entra em colapso logo nos primeiros anos. O segundo gráfico mostra a extinção do T-Rex, que mesmo que demorada, vem a acontecer.



Existem outras combinações de parâmetros que podem ter levado a extinção do Vale Encantado. Esta é apenas uma possibilidade. O que realmente levou a extinção dos animais não podemos definir com precisão.



**Figura 9. Colapso que levou a extinção de todas as espécies existentes no Vale Encantado**