Calculo Numerico

Júlio César Rodrigues

9 de junho de 2021

1 LISTA

Exercício 1. Dado um polinômio $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, digamos $p(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \cdots + c_nx^n$, e $\overline{x} \in \mathbb{R}$, quantas operações aritméticas (somas e multiplicações) são necessárias para computar $p(\overline{x})$?
Resposta: N + 1 operações de soma e multiplicação

Exercício 2. Considere $\mathcal{P}$ a classe de polinômios. Dado $p(x) \in \mathcal{P}$, $\frac{d}{dx}p \in \mathcal{P}$? $\int p(x)dx \in \mathcal{P}$?
Resposta: Sim, toda derivada de um polinomio pertence a classe dos polinomios, e toda integral pertence a classe tambem.

Exercício 3. Qual o valor de $l(i)$ quando $x = x_i$? E quando x assume o valor de algum ponto em X diferemte de x_i?
Resposta: Quando x e igual xi o valor e um. Quando o valor de x e diferente xi e zero.

Exercício 4. Mostre que p' é um polinômio. Dica: mostre que $l(i)$ é um polinômio e que $\mathcal{P}$ é fechada para a soma e múltiplicação por escalar. Pode ser útil saber que é possível decompor um polinômio por suas raizes.
Resposta: Se a multiplicação por um escalar não faz o polinomio deixar de ser, a soma tambem

Exercício 5. Mostre que p' tem as propriedades que definem $p_{L(f,X)}$.
Resposta: dado um conjunto de k + 1 pontos (x0,y0),...(xk,yk) com todos os xi distintos, o polinomio de interpolação de um conjunto de pontos na forma de lagrange é uma combinação linear dos polinômios da base de lagrange p'(x) = somatorio f(x)*lj(x). li(x) = x - xi/xj - xi. procuramos uma função que seja um polinômio de grau menor que k p'(xj) = yi j= 0 ... k. 1. lj(x) é um polinômio e tem grau k. 2. li(xj)= fij 0<= i,j <= k p'(xi) = somatorio ate k yi*fji.

Exercício 8. Tome $g(x) = x + a$. Considere $(f \circ g)(x) = f(x + a)$. Note que $(f \circ g)(0) = f(a)$. Quais são os valores das derivadas de $f \circ g$ em 0? Descreva $p_{T(f \circ g, 0, k)}$.
Resposta:

$$\left(\frac{d}{dx} f(a)\right), \left(\frac{1}{2}\frac{d^2}{dx^2} f(a)\right), \left(\frac{1}{3!}\frac{d^3}{dx^3} f(a)\right), \ldots$$

$$\ldots, \left(\frac{1}{k!}\frac{d^k}{dx^k} f(a)\right)$$

Exercício 9. Como o valor de $p_{T(f \circ g, 0, k)}$ (e de suas derivadas) em 0 se relaciona com o valor de f (e de suas derivadas) em a?
Resposta: todas as suas derivas serão da forma f(a), como estmao derivando em um ponto zero!

Exercício 10. Note que, ao usarmos g, fazemos um "shift"para a direita (para a esquerda, caso $a < 0$) na reta dos reais (o exercício anterior evidencia isso). Assim, seria preciso desfazer esse "shift"para obtermos a propriedade desejada. Como poderíamos modificar $p_{T(f \circ g, 0, k)}$ de forma que o "shift"seja desfeito?
Resposta: Quando se da um para shift para a esquerda retiramos o shift da direita tendo a caracteristica generica do polinomio de taylor.

Exercício 15. Usando o método da posição falsa, encontre $\sqrt{7}$ com uma precisão de quatro casas decimais. Quantas iterações foram usadas? Compare com o número de iterações usados pelo método da bisseção. Explique a relação entre os desempenhos dos métodos. Explique também por que não é possível representar $\sqrt{7}$ de forma precisa em um computador.
Resposta: $f(x) = x^2 - 7$ $[2, 3]$