

ANÁLISE DA VOLATILIDADE DOS PREÇOS NO MERCADO SPOT DE CAFÉS DO BRASIL

Analysis of the price volatility of the Brazilian coffees at the *spot* market

Wagner Moura Lamounier¹

RESUMO

Pretendeu-se, neste trabalho, detectar e analisar a existência de volatilidade condicional na série temporal dos preços do mercado spot do café brasileiro na Bolsa de Nova Iorque (NYBOT), no período compreendido entre janeiro de 1946 e dezembro de 2000. Os resultados dos modelos da família GARCH, estimados para os preços do café, indicaram que a variância condicional dos resíduos dos modelos para os preços do café possui raiz unitária e a mesma não apresentará um comportamento de reversão a sua média histórica com o passar do tempo, após um choque. Isso porque os coeficientes de persistência da volatilidade foram todos os valores maiores ou próximos de um.

Palavras-chave: volatilidade, modelo GARCH, preços do café.

ABSTRACT

It was intended in this research to detect and to analyze the existence of conditional volatility in the time series of the prices of the spot market of the Brazilian coffee in the New York Board of Trade (NYBOT) in the period between January of 1946 and December of 2000. The results of the models of GARCH type, applied for the prices of the coffee, indicated that the conditional variance of the residues of the models possess unit roots and the same one will not present a behavior of reversion to its historical average with passing of the time, after a shock. This happens because, the coefficients of volatility persistence had been all bigger or next to one.

Key words: volatility, GARCH model, coffee prices.

1 INTRODUÇÃO

Inerente a toda atividade produtiva humana é a incerteza e, conforme aponta Duarte Júnior (1996), qualquer medida numérica dessa incerteza pode ser chamada de risco. Assim sendo, tem-se que, na produção de *commodities* agropecuárias, o risco pode se manifestar sob várias formas, como, por exemplo, na possibilidade da ocorrência de fenômenos naturais, como geadas e secas, que serão prejudiciais à produtividade da atividade; na ocorrência de super-safras; nas intervenções e regulamentações governamentais inesperadas; na possibilidade da criação de barreiras à entrada dos produtos nacionais nos mercados importadores, etc. Esses fenômenos, além de outros não mencionados, possivelmente, implicarão em impactos diretos sobre o nível dos preços das *commodities* em questão.

De acordo com Debertin (1986), alguns mercados de *commodities* agropecuárias operam em sistemas próximos ao modelo teórico da concorrência pura. Isso implica que choques exógenos (oscilações) nos preços dos seus produtos e insumos produtivos terão efeitos diretos na rentabilidade dessas atividades, dado que os agentes

econômicos aí envolvidos são tomadores de preços. Nesse sentido, tem-se que o chamado risco de mercado, para esses agentes, irá depender diretamente do comportamento do preço da *commodity* diante das condições adversas do mercado e de como esses agentes (produtores) irão atuar e formar as suas expectativas em relação a essas condições.

De maneira similar, conforme cita Atrasas (1993), existem riscos para aqueles agentes econômicos que utilizam os produtos agropecuários como matérias-primas em seus processos produtivos, como ocorre com as agroindústrias. As possíveis oscilações nos preços, resultantes de mudanças nas condições de oferta e demanda dessas *commodities*, que são insumos para as suas respectivas atividades, poderão levar ao estabelecimento de um horizonte de instabilidade para o planejamento de suas ações, relativo aos seus produtos, clientes e fornecedores, o que, em última instância, pode significar redução na sua lucratividade.

2 O PROBLEMA E SUA IMPORTÂNCIA

De acordo com Bernstein (1997), a capacidade de definir o que poderá acontecer no futuro e de optar entre várias alternativas é central às sociedades contemporâneas

¹Dr. em Economia Aplicada pela Universidade Federal de Viçosa/UFV, Professor Adjunto I do CIC e do CEPEAD da Universidade Federal de Minas Gerais/UFMG – Faculdade de Ciências Econômicas – FACE/UFMG – Rua Curitiba, 832 – 7º andar – Sala 703 – Centro – 30170-120 – Belo Horizonte, MG – wagner@face.ufmg.br

Recebido em 17/03/06 e aprovado em 25/07/06

e, assim sendo, os agentes deverão buscar a máxima compreensão dos riscos (no presente caso, os riscos de preços) a que estão sujeitos, a fim de tomar as decisões mais corretas possíveis. Isso porque, em um ambiente econômico competitivo tipicamente capitalista, a busca da eficiência produtiva, capaz de garantir a sobrevivência da firma, se torna um ponto-chave. Nesse sentido, o controle do risco, via conhecimento das especificidades dos mercados em que atuam, tem se configurado, cada vez mais, como um dos principais aspectos na elevação da eficiência das diversas atividades econômicas.

Todavia, o que se pode observar é que essas possibilidades de ganho, advindas de uma gestão mais eficiente dos riscos, ainda não são plenamente aproveitadas por grande parte dos agentes econômicos envolvidos nesses mercados. Isso se deve à imperfeita compreensão acerca da natureza das flutuações dos preços que, se não podem ser evitadas, ao menos deveriam ser mais bem compreendidas pelos agentes econômicos ligados a esses mercados para otimizar suas decisões.

As séries temporais dos preços destas *commodities*, em alguns casos, poderão apresentar um comportamento altamente volátil e aparentemente aleatório. Porém, métodos matemáticos e estatísticos, como os propostos pela *Teoria da Análise de Séries Temporais*, poderão revelar a existência de comportamento sistemático para esta **volatilidade** (também chamada de **variações irregulares**) modelável por modelos apropriados. Comportamento este que, se devidamente compreendido e incorporado ao conjunto de informações dos agentes econômicos envolvidos com essas *commodities*, poderá propiciar aos mesmos um diferencial positivo de lucratividade e ou eficiência nos seus respectivos processos de tomada de decisões e de minimização de riscos.

Especificamente, tem-se que uma *commodity* de grande importância no agronegócio brasileiro, cujas variações nos preços provocam impactos sobre a renda e a lucratividade de um grande número de agentes econômicos, é o café. Apesar da pouca liquidez da maioria dos contratos futuros de *commodities* agropecuárias na BM&F, o café se destaca como a principal *commodity* transacionada no mercado de futuros do Brasil. Isso se dá tanto em termos do número de contratos negociados, como em termos do volume financeiro envolvido nessas transações (67% dos contratos agropecuários negociados em 2000 na BM&F, em termos do volume financeiro). Esse fato, em grande parte, é reflexo das acentuadas flutuações de preços, ao longo do tempo, que caracterizam o mercado *spot* de café. Essas flutuações implicam que a rentabilidade

nessa atividade deverá oscilar tanto para os cafeicultores diretamente envolvidos com a produção quanto para os demais agentes que lidam, direta ou indiretamente, com essa *commodity*.

No que tange aos produtores de café, o conhecimento do comportamento da volatilidade preços poderá ser extremamente útil nas suas tomadas de decisões com relação ao planejamento da produção, à manutenção e à formação de estoques, dentre outras. Pode-se, assim, ter maior acesso ao nível de risco associado às suas atividades, o que pode ser decisivo em suas decisão de negociar ou não nos mercados de futuros.

3 OBJETIVOS

Em termos gerais, pretende-se, com este trabalho, analisar o comportamento do risco de preços, por meio da modelagem da volatilidade condicional da série temporal de preços², no mercado *spot* da principal *commodity* agrícola do Brasil, qual seja, o café.

Pretende-se, ainda, analisar como a dinâmica desses preços é influenciada por essa volatilidade e quais os seus possíveis impactos sobre os processos de tomada de decisão e elaboração de previsões feitas pelos produtores e pelos demais agentes envolvidos, de forma direta ou indireta, com o mercado *spot* (físico) e futuro de café.

Assim sendo, pretende-se fornecer subsídios teóricos e empíricos para os agentes econômicos atuantes nos mercado à vista de café e para os *hedgers* e especuladores que operam nas bolsas de futuros, no intuito de propiciar aos mesmos informações acerca dos riscos de preços neste mercado.

Especificamente, pretende-se: verificar se a volatilidade dos preços é do tipo *aleatória* ou *condicional* e, caso seja condicional, testar a possibilidade de *assimetria*, discutindo ainda os efeitos dessa forma de volatilidade para a análise e a previsão do comportamento futuro da série.

² Para a implementação do presente projeto de pesquisa foram utilizados dados mensais secundários dos Preços Reais do Café Brasileiro no Mercado *Spot* de Nova Iorque (New York Board Of Trade – NYBOT) de janeiro de 1946 a dezembro de 2000, cotados em centavos de US\$ por libra-peso de 2000. Cada libra-peso tem 453,6 gramas. Para transformar dólares por saca de 60 kg em centavos de dólar por libra-peso, deve-se dividir 60.000 gramas por 453,6 gramas e, depois, dividir por 100, o que resultará no fator 1,3228. Inversamente, para transformar o preço de Nova Iorque (US\$ cent./libra-peso) em cotações da BM&F (US\$/saca), deve-se multiplicar o primeiro por 1,3228.

4 METODOLOGIA

4.1 Modelo teórico

O componente de **volatilidade** (ou de flutuações irregulares), até há pouco tempo, era descrito como movimentos erráticos em uma série temporal que não seguem um padrão regular ou identificável. Ele é representado por uma série de resíduos aleatórios (com média zero e variância uniforme) que resultariam de uma série de tempo, após a “retirada” dos componentes de tendência, ciclos e sazonalidade, conforme a definição dada por Bowerman & O’Connell (1979).

Contudo, estudos, como os de Bollerslev (1986) e Engle (1982), indicaram que essa série de resíduos poderia não apresentar um comportamento aleatório puro. Ou seja, eles verificaram que, em grande parte das séries temporais, particularmente as relativas a variáveis financeiras, a volatilidade dos dados não é estável, o que implica que a série não apresenta a propriedade desejável de *homocedasticidade*. Sendo assim, a volatilidade poderia ser modelada e descrita em termos de dois componentes distintos: a **volatilidade incondicional**, que seria de fato constante e a **volatilidade condicional**, que poderia oscilar ao longo do tempo e que pode ser identificada e analisada a partir dos modelos de análise de heterocedasticidade condicional.

Além das oscilações devido a fatores sazonais que podem ocorrer nos preços de uma *commodity* ao longo de um ano, pode-se observar que esses também poderão apresentar expressivas oscilações de mês a mês, semanais, e ou mesmo em intervalos menores de tempo, provocadas por outros fatores determinantes. Esse movimento de curto prazo, geralmente, é chamado de **volatilidade** ou de **variações irregulares** nos preços.

Thomsen & Foote (1952, p. 109-110) argumentam que esse tipo de variação de curto prazo nos preços das *commodities* pode ser causada, dentre outros fatores, principalmente, pela “experimentação” envolvida no processo de descobrimento das condições de oferta e demanda da referida *commodity*. Segundo suas próprias palavras:

a descoberta da real oferta e demanda por uma commodity é uma tarefa árdua. O algodão, por exemplo, é produzido e consumido no mundo todo(...). Erros de percepção podem ser cometidos, novas informações estão constantemente sendo obtidas e as flutuações de curto prazo nos preços são o resultado. O mesmo ocorre no

processo de descobrimento e ajustamento dos preços e quantidades da maioria das outras commodities, ainda que em maior ou menor extensão. Em um leilão de frutas, por exemplo, os primeiros compradores poderão achar que as suas ofertas foram muito altas, enquanto que aqueles que não compraram poderão achar que esperaram tempo demais. Como resultado os preços dos produtos nos leilões poderão flutuar consideravelmente, mesmo ao longo de um único dia.

Conforme indicado indiretamente no trecho acima, esse tipo de movimento oscilatório pode ser explicado com a ajuda do conceito teórico de um *leiloeiro walrasiano*³. Esse leiloeiro agiria nos diversos mercados como um fixador dos preços.

Tem-se como hipótese que os agentes são tomadores de preços e interagem com o leiloeiro da seguinte forma, conforme apontam Eaton & Eaton (1999): supõe-se, inicialmente, que o leiloeiro anuncie um dado preço para a *commodity* em questão. Cada comprador escreveria, então, em um pedaço de papel, *X* se estivesse disposto a comprar a *commodity* àquele preço e 0 se não estivesse. Por outro lado, os vendedores da *commodity*, escreveriam *Y*, ao mesmo tempo, se estivessem dispostos a vender por aquele dado preço e 0 se não estivessem. O leiloeiro coletaria, então, o total de papéis e compararia o número total de *X* e *Y*. Se a quantidade demandada pelo preço anunciado exceder a quantidade ofertada, ou seja, se houver um excesso de demanda, o leiloeiro irá anunciar um novo preço e repetirá o leilão, porém, se a quantidade demandada e ofertada àquele preço for igual, o mercado estará em equilíbrio e o leiloeiro irá recolher o dinheiro de cada consumidor disposto a pagar aquele preço e o repassará para os vendedores das *commodities* que deverão entregar as mesmas.

A repetição desse processo se dará constantemente, ao longo do tempo nos mercados à vista (*spot*) das *commodities* e os preços de equilíbrio em cada leilão não necessariamente serão iguais entre si, pois dependerão da interação dos agentes em cada momento. Isso, em última instância, implicaria no movimento de volatilidade dos preços.

Kreps (1990) formaliza um pouco mais o mecanismo descrito acima. Segundo ele, o leiloeiro apresentaria para a população de uma economia um **vetor de preços P**. Cada

³ Esse termo foi estabelecido na teoria econômica em homenagem ao economista do século XIX, Leon Walras.

indivíduo, baseando-se nas suas preferências, determinaria o quanto desejaria comprar ou vender àquele patamar de preços. Assim sendo, tem-se que a **troca líquida** entre os agentes seria dada por:

$$z^i(P) = x^i(P) - e^i \quad (1)$$

em que: x representa a demanda do agente i pela *commodity* ao preço p . E e representa a **dotação inicial** de cada indivíduo. Cada agente iria reportar ao leiloeiro qual o montante de troca líquida desejada por ele e o leiloeiro iria agregar esses valores. Se o resultado final for:

$$\sum_{i=1}^I z^i(P) \leq 0 \quad (2)$$

as transações líquidas com a *commodity* seriam efetuadas. Contudo, se o mercado não se ajustar ao nível de preços P , caso em que:

$$\sum_{i=1}^I z^i(P) > 0 \quad (3)$$

o leiloeiro poderia tentar um novo vetor de preços, P' por exemplo. E assim por diante. Novamente, tem-se que a repetição sistemática desse processo resultaria no comportamento volátil dos preços da *commodity*.

O modelo anterior, apesar de um tanto quanto simplificador do real processo que ocorre nas interações entre ofertantes e compradores de uma *commodity* no curto prazo, ilustra de maneira satisfatória a essência do mecanismo gerador da volatilidade nos preços dessa *commodity* em períodos menores de tempo. Contudo, outros fatores podem ser considerados relevantes para a explicação das variações nos preços no curto prazo, tais como: choques em variáveis econômicas correlacionadas com este produto, fluxos de novas informações acerca do comportamento dos preços e quantidades praticados em outros mercados e variações nas expectativas dos agentes.

4.2 Modelo empírico

Uma das principais pressuposições do modelo de regressão linear clássico é a de que os termos de erro possuem variância uniforme e não são correlacionados uns com os outros. De forma geral, estas características são descritas em termos da matriz de variâncias e

covariâncias do vetor de erros. Esta matriz apresenta, em sua diagonal principal, as variâncias dos erros individuais das observações amostrais e, fora da diagonal principal, as covariâncias entre eles. Se todos os termos desta diagonal principal são iguais, tem-se que os erros apresentam variância uniforme, ou seja, são ditos *homocedásticos*; caso contrário, são chamados de erros *heterocedásticos*. Por outro lado, se os termos fora da diagonal principal são iguais a zero, os erros são ditos não-correlacionados, isto é, o erro ocorrido em um período não é correlacionado com o termo de erro de outro período.

Se estes pressupostos de homocedasticidade e não-correlação serial dos resíduos forem violados, a matriz de variâncias e covariâncias não apresentará mais a forma $\sigma^2 I$, em que σ^2 é a variância uniforme, anteriormente referida, e I é uma matriz identidade de ordem T . Com esta violação, os estimadores de mínimos quadrados ordinários (MQO) perdem sua característica de mínima variância (deixam de ser estimadores *BLUE*) e, com isso, o estimador a ser empregado é o de mínimos quadrados generalizados (MQG).

De maneira geral, dadas as características intrínsecas dos dados, a presença de heterocedasticidade está associada a dados extraídos de cortes seccionais (*cross-sections*) e a presença de autocorrelação está ligada a dados de séries de tempo; conforme Gujarati (1995), isso já se tornou uma espécie de “senso comum”. Porém, estudos relativamente recentes, como os de Cragg (1982) e Engle (1982), apontaram que, em análises de dados macroeconômicos e de séries de tempo relativas a dados financeiros, tais como preços de ações nas bolsas de valores e índices de preços, foram encontradas diversas evidências de variâncias menos estáveis do que as normalmente assumidas nos modelos tradicionais. Eles apontam que a instabilidade das variâncias destes dados se caracteriza como regra geral e não como exceção, e que os modelos econométricos empregados para análise e previsão destas séries deveriam incorporar estas características irregulares das variâncias.

É neste contexto que se originaram os Modelos de Heterocedasticidade Condicional Auto-regressiva (ARCH), e duas de suas principais variações, quais sejam: o Modelo de Heterocedasticidade Condicional Auto-Regressiva Generalizado (GARCH) e o Modelo de Heterocedasticidade Condicional Auto-Regressiva com Limiar (*Threshold-ARCH* ou TARCH), que apresenta a característica de detectar assimetrias nas variâncias condicionais e serão apresentados posteriormente. Esses modelos serão empregados para a análise da volatilidade dos preços do café.

O surgimento desses modelos se deu com Engle (1982) que, ao analisar modelos de inflação, detectou que erros de previsão tendiam a ocorrer na forma de *clusters*, sugerindo uma forma de heterocedasticidade na qual a variância dos erros de previsão dependesse do tamanho do erro anterior. No intuito de captar esta relação, ele desenvolveu o modelo ARCH que, de acordo com Gujarati (1995), possui como idéia principal o fato de que a variância de 'e' no período de tempo t ($= \sigma_t^2$) depende do tamanho do quadrado do termo de erro no período $t-1$, ou seja, depende de e_{t-1}^2 . Isto é, dado um modelo de regressão linear de $k + 1$ variáveis, tal como:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \dots + \beta_k X_{kt} + e_t \quad (4)$$

o termo de erro e_t , condicionado à informação disponível no período ($t-1$), seria distribuído como:

$$e_t \sim N[0, (\alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2)] \quad (5)$$

Portanto, tem-se que a variância de e no período t irá depender de um termo constante mais o quadrado do erro no período $t-1$. Este seria o chamado processo ARCH(1), que pode ser generalizado para 'm' defasagens de e^2 , gerando o processo ARCH (m) conforme se segue:

$$Var(e_t) = \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \alpha_2 e_{t-2}^2 + \dots + \alpha_m e_{t-m}^2 \quad (6)$$

Portanto, no modelo ARCH (m), a variância de e no período t dependerá de um termo constante mais o quadrado dos erros nos períodos $t-1$ até $t-m$. Caso não exista a correlação entre as variâncias dos erros, os coeficientes (*alfas*) estimados em (6) não serão estatisticamente diferentes de zero e o modelo apresentará homocedasticidade, retornando ao caso clássico.

Uma forma proposta por Engle (1982) para testar a hipótese nula (de não correlação das variâncias) seria pelo Teste do Multiplicador de Lagrange. Esse teste consiste, basicamente, em tomar-se o R^2 da regressão (6) e multiplicá-lo pelo número de observações T da amostra; o coeficiente encontrado possuirá distribuição Qui-quadrado com 1 grau de liberdade. Comparando-se o valor encontrado com o tabelado, pode-se definir pela significância ou não dos coeficientes estimados.

Conforme aponta Greene (1997), para o modelo ARCH (1), e similarmente para os de ordem (m), caso $|\alpha_i| < 1$, os estimadores de MQO para (4) continuam

sendo *Blue*, porém, os estimadores não-lineares de MQG são mais eficientes. Portanto, a estimação deverá ser realizada pelo método da máxima verossimilhança (MMV), em que se assume que os erros são distribuídos normalmente.

Em diversas aplicações, o modelo ARCH (m) apresentou uma longa estrutura de defasagens. Contudo, Bollerslev (1986) desenvolveu um refinamento do modelo ARCH proposto por ENGEL, onde seria possível, com um número menor de parâmetros (de acordo com o princípio da parcimônia em econometria), estimar um modelo capaz de descrever o comportamento irregular da variância de uma série. Seu modelo ficou conhecido como Modelo de Heterocedasticidade Condicional Auto-Regressiva Generalizado de ordem (r,m) - [GARCH (r,m)].

No caso do modelo GARCH de ordem (1,1), tem-se que a variância dos erros de um modelo, econométrico ou de séries temporais, no período t , dependerá, basicamente, de três termos, a saber:

- i) um termo médio ou constante w ;
- ii) inovações (choques) acerca da volatilidade, que é determinada pelo quadrado dos resíduos (e_{t-1}^2) do período $t-1$, que é o termo ARCH;
- iii) previsão da volatilidade feita no último período ($\hat{\sigma}_{t-1}^2$), que é o termo GARCH.

Conforme Hall et al. (1995), essa especificação faz sentido, pois, em análises de finanças, por exemplo, um agente econômico pode prever a variância de um ativo hoje como sendo formada por uma média ponderada de uma variância média, ou constante de longo prazo; a *previsão da variância* feita ontem e "o que foi aprendido" ontem.

As relações mencionadas anteriormente são formalizadas pelas seguintes equações que compõem o modelo GARCH (1,1):

$$Y_t = X_t \pi + e_t \quad (7)$$

$$\sigma_t^2 = w + \alpha e_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (8)$$

A equação (7) representa um modelo genérico que tanto pode ser um modelo econométrico "tradicional", como pode ser um modelo de séries temporais do tipo SARIMA (p,d,q) x (P,D,Q)_s. O ponto importante a se ressaltar refere-se ao fato de que este modelo deve-se ser bem ajustado, no sentido de garantir que os resíduos (e_t) possuam média zero e não sejam correlacionados. Contudo, a variância condicional de e_t será dada pela equação (8) e indica que

ela pode estar mudando ao longo do tempo, que é o motivo principal do surgimento e do desenvolvimento dos modelos ARCH, ou seja, distinguir os componentes condicionais da variância dos resíduos dos componentes puramente aleatórios.

A equação (8) pode ser generalizada, a fim de se obter o modelo GARCH de ordem (r,m), que apresenta a seguinte forma:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \alpha_2 e_{t-2}^2 + \dots + \alpha_m e_{t-m}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \beta_r \sigma_{t-r}^2 \quad (9)$$

ou, de forma mais compacta,

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^m \alpha_i e_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^r \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (10)$$

em que r representa a ordem dos termos GARCH e m representa a ordem dos termos ARCH do modelo.

Contudo, conforme citam Greene (1997) e Hall et al. (1995), na prática, a maioria dos processos de volatilidade condicional tem sido modelada como processos GARCH (1,1), sendo que poucos os casos em que modelos de ordem superior apresentam resultados significativamente melhores.

A soma dos coeficientes de um modelo GARCH é chamada de coeficiente de persistência da volatilidade. Por exemplo, no modelo GARCH(1,1), dado pela equação (8), a persistência será dada pela soma $(a+b)$. Valores baixos (próximos de 0) para o coeficiente de persistência indicam que um choque inicial sobre a volatilidade irá provocar efeitos rápidos sobre o comportamento das séries e, após um curto período de tempo, a variância da série deverá convergir à sua média histórica.

Por outro lado, quanto maior (mais próximo de 1) for o valor do coeficiente de persistência, mais vagarosamente o choque sobre a volatilidade irá se enfraquecer e, portanto, maior será a demora do processo de reversão à média para a variância. Finalmente, conforme apontam Cuddington & Liang (1999), tem-se que se o valor do coeficiente de persistência for maior ou igual a 1, os choques na volatilidade irão perdurar por um período extremamente longo na série em questão. Isto é, neste caso, diz-se que a variância condicional de e_t possui raiz unitária e a variância permanecerá elevada, não apresentando reversão a sua média histórica. Isso, de acordo com Nelson (1990), não implica que a série de resíduos e_t não seja

estacionária, mas sim que a variância incondicional de e_t não será.

Na análise do comportamento da variância condicional de algumas séries de ativos financeiros (como o preço de ações), alguns autores, como Glosten et al. (1993) e Nelson (1991), observaram um comportamento assimétrico da volatilidade em relação a choques positivos e negativos no comportamento das séries. De maneira geral, a evidência empírica indicava que choques negativos nos preços de ações levam a um maior crescimento na volatilidade do que choques positivos, ou seja, movimentos “baixistas” nos mercados tendem a gerar volatilidades de maior magnitude do que movimentos “altistas” da mesma magnitude.

De acordo com Engle & Ng (1993), esse fenômeno de assimetria na volatilidade pode ser representado graficamente com a ajuda de uma Curva Assimétrica de Impactos de Choques, representada na Figura 1. Conforme se pode observar, choques (inovações) positivos tendem a ter impactos menos expressivos sobre a volatilidade das séries do que choques negativos da mesma magnitude.

De acordo com a especificação de Glosten et al. (1993), a variância condicional assimétrica pode ser representada, formalmente, pela seguinte variação do modelo GARCH (1,1), conhecida como modelo TARCH (1,1):

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha e_{t-1}^2 + \gamma e_{t-1}^2 d_{t-1} + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (11)$$

em que, $d_t = 1 \forall e_t < 0$ e $d_t = 0 \forall e_t > 0$. Assim sendo, choques positivos ($e_t > 0$) e choques negativos ($e_t < 0$) terão diferentes efeitos na variância condicional; choques positivos terão um impacto dado por a e choques negativos terão um impacto dado por $a + g$. Se o coeficiente g for significativamente diferente de zero, diz-se que a variância condicional é assimétrica. Assim sendo, $\gamma < 0$ indica que um choque positivo implica em menor volatilidade do que um choque negativo de mesma magnitude.

A especificação do modelo TARCH de ordem superior, TARCH (r,m), é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \alpha_2 e_{t-2}^2 + \dots + \alpha_m e_{t-m}^2 + \gamma e_{t-1}^2 d_{t-1} + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \beta_r \sigma_{t-r}^2 \quad (12)$$

ou, de maneira mais compacta:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^m \alpha_i e_{t-i}^2 + \gamma e_{t-1}^2 d_{t-1} + \sum_{j=1}^r \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (13)$$

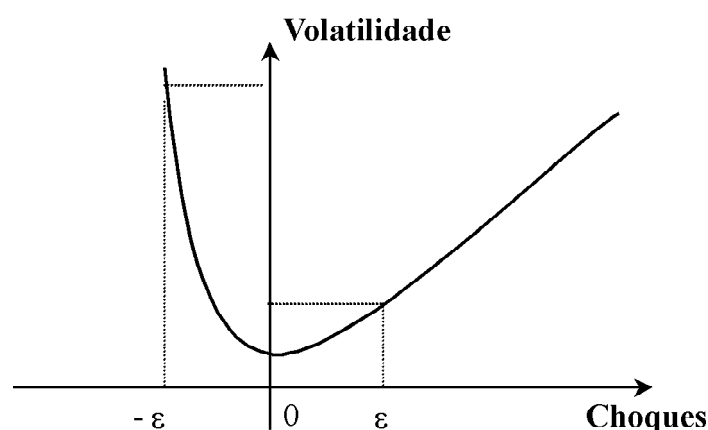


FIGURA 1 – Curva Assimétrica de Impactos de Choques.

Fonte: Hall et al (1995).

Conforme aponta Greene (1997), um modelo de regressão com termos de erro que apresentam as características apontadas pelos modelos do tipo ARCH pode ser estimado pelo método tradicional dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) e os estimadores ($\hat{\beta}$) resultantes desse processo serão os estimadores lineares mais eficientes de b . Contudo, existe um estimador não-linear que é mais eficiente e, conseqüentemente, mais desejável, do ponto de vista estatístico, apesar de envolver um maior esforço computacional. Esse estimador é dado pelo Método da Máxima Verossimilhança e, geralmente, é o utilizado para a estimação dessa classe de modelos, dado que esse método está disponível nos pacotes econométricos que operam com modelos do tipo ARCH.

Os estimadores de MMV podem ser obtidos partindo-se de uma equação de regressão com resíduos apresentando um comportamento dado no modelo ARCH, do tipo:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \dots + \beta_k X_{kt} + e_t \quad (14)$$

que pode ser rescrita como:

$$Y_t = X_t' \beta + e_t \quad (15)$$

em que X_t representa um vetor de variáveis explicativas predeterminadas, que podem incluir termos defasados de Y . Tem-se como pressuposto que o termo de erro e_t possua as seguintes características:

$$e_t = \sqrt{\sigma_t^2} \cdot v_t \quad (16)$$

em que $\{v_t\}$ é uma seqüência distribuída estatisticamente de maneira independente e identicamente (i.i.d.) com média zero e variância unitária, ou seja, $\{v_t\}$ apresenta as seguintes características:

$$E(v_t) = 0; \quad E(v_t^2) = 1 \quad (17)$$

e, além disso,

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \alpha_2 e_{t-2}^2 + \dots + \alpha_m e_{t-m}^2 \quad (18)$$

A representação alternativa do termo de erro dada pela equação (16) para um processo ARCH(m), segundo apontam Enders (1995) e Hamilton (1994), apresenta algumas vantagens estatísticas, pois impõe alguns pressupostos acerca da representação da dependência serial de e_t e, por isso, é utilizada na maioria das especificações de modelos do tipo ARCH⁴.

Assim sendo, partindo-se de um vetor Ψ_t de observações obtidas até uma data t , dado $\Psi_t = (y_t, y_{t-1}, \dots, y_1, y_0, \dots, y_{-m+1}, X_t, X_{t-1}, \dots, X_1, X_0, \dots, X_{-m+1})$, se $\{v_t\}$ atende às características apontadas em (17) e é independente de X_t e de Ψ_{t-1} , tem-se que a distribuição condicional de Y_t será normal, com média $C_t' \beta$ e variância σ_t^2 , e será dada por:

$$f(Y_t | X_t, \Psi_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp \left[\frac{-(Y_t - X_t' \beta)^2}{2\sigma_t^2} \right] \quad (19)$$

⁴ Para maiores detalhes, ver Enders (1995, p. 142) e Hamilton (1994, p. 659).

em que,

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1(y_{t-1} - X'_{t-1}\beta)^2 + \alpha_2(y_{t-2} - X'_{t-2}\beta)^2 + \dots + \alpha_m(y_{t-m} - X'_{t-m}\beta)^2 \quad (20)$$

que pode ser rescrita de forma resumida como:

$$\sigma_t^2 = [\varphi_t(\beta)]' \Omega \quad (21)$$

em que:

$$\Omega \equiv (\omega, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_m)'$$

e,

$$[\varphi_t(\beta)]' \equiv \left[1, (y_{t-1} - X'_{t-1}\beta)^2, (y_{t-2} - X'_{t-2}\beta)^2, \dots, (y_{t-m} - X'_{t-m}\beta)^2 \right]$$

Agrupando-se em um vetor os parâmetros desconhecidos a serem estimados; $\Theta = (\beta', \Omega')$, tem-se que a Função de Verossimilhança Amostral, na forma logarítmica, a ser maximizada será então:

$$L(\Theta) = \sum_{t=1}^T \log f(Y_t | X_t, \Psi_{t-1}; \Theta) \quad (22)$$

que é igual a:

$$L(\Theta) = -\left(\frac{T}{2}\right) \log(2\pi) - \left(\frac{1}{2}\right) \sum_{t=1}^T \log(\sigma_t^2) - \left(\frac{1}{2}\right) \sum_{t=1}^T \left[\frac{(y_t - X'_t\beta)^2}{\sigma_t^2} \right] \quad (23)$$

Conforme demonstra Hamilton (1994), a derivada da Função de Verossimilhança, na forma logarítmica, com respeito ao vetor de parâmetros Θ , será:

$$S_t(\Theta) = \frac{\partial \log f(Y_t | X_t, \Psi_{t-1}; \Theta)}{\partial \Theta} \quad (24)$$

que será igual a:

$$S_t(\Theta) = \left\{ \frac{e_t^2 - \sigma_t^2}{2(\sigma_t^2)^2} \right\} \left[\sum_{j=1}^m -2\alpha_j e_{t-j} X_{t-j} \right] + \left[\frac{X_t e_t}{\sigma_t^2} \right] \quad (25)$$

o que irá fornecer as estimativas de máxima verossimilhança para os parâmetros desconhecidos; $\Theta = (\beta', \Omega')$.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

De acordo com o apresentado anteriormente, os modelos de Heterocedasticidade Condicional Auto-Regressiva Generalizados da “família GARCH” têm se constituído em um dos principais instrumentos de apoio à tomada de decisão e de análise e controle do risco⁵ associado a séries temporais.

Na análise e modelagem da volatilidade dos preços do café por meio de um modelo do tipo GARCH deve-se, primeiramente, especificar um modelo para a série destes preços por meio de uma equação genérica, como a dada pela expressão (7). Este modelo tanto pode ser um modelo de regressão múltipla usual, como pode ser um modelo de séries temporais do tipo ARIMA(p,d,q). Todavia, este modelo deve ser bem especificado, no sentido de garantir que os resíduos (e_t) possuam média zero e não sejam correlacionados.

Posteriormente, deve-se testar se os resíduos deste modelo apresentam um comportamento de heterocedasticidade condicional por meio de testes específicos como o teste-Q⁶ e o teste do multiplicador de Lagrange (LM). Caso seja verificado que, de fato, há presença de termos ARCH nos resíduos do modelo estimado, deve-se passar à modelagem do componente de volatilidade por meio da especificação e teste de modelos de variância condicional. Tendo isso em vista, buscou-se especificar um modelo apropriado para descrever o comportamento dos preços do café, para que se possa, posteriormente, modelar a volatilidade desta série.

Na primeira etapa da modelagem da série DPRCAFE⁷, buscou-se identificar quais os valores apropriados para as defasagens “p” dos termos auto-regressivos (AR) e a ordem “q” dos termos de média móvel (MA) do modelo ARIMA (p,d,q) a ser estimado. Também nesta etapa, buscou-se identificar a ordem “P” de possíveis termos sazonais auto-regressivos (SAR) e a ordem “Q” de possíveis termos de média móvel sazonal (SMA), caso em

⁵Que está ligado intrinsecamente à volatilidade dos preços das *commodities* e dos *retornos* dos ativos financeiros em geral.

⁶Para o quadrado dos resíduos.

⁷É a série de preços do café livre de tendência e de sazonalidade, e que será utilizada no restante deste trabalho.

que o modelo passaria a ser denominado SARIMA $(p,d,q) \times (P,D,Q)_{12}$, para dados mensais. Com relação ao valor para a ordem de integração sazonal D , pôde-se verificar que o seu valor é igual a zero, pois, conforme aponta Enders (1995), a diferenciação sazonal de uma série deve ser aplicada, caso a mesma apresente valores elevados (acima de 0,5) nos coeficientes de autocorrelação e de autocorrelação parcial nos diversos *lags* ligados ao fenômeno sazonal ($k = 12, 24, 36, 48...$) e os mesmos não tenderem a se reduzir rapidamente.

Para o caso dos preços do café, o que se verificou no correlograma estimado foi a presença de picos sazonais significativos apenas para $k = 12$. Isto é, conforme apontaram os resultados, apenas os coeficientes de autocorrelação (CAC) e de autocorrelação parcial

(CACparc.) para uma defasagem de 12 meses se mostraram significativos, dentre os ligados ao componente sazonal. Para $k = 24$ e 48, nenhum dos dois se mostrou significativo e, para $k = 36$, apenas o coeficiente de autocorrelação parcial foi significativo. Assim sendo, concluiu-se pela não necessidade de diferenciação sazonal dos preços do café.

O comportamento dos correlogramas estimados para a série é de fundamental importância na identificação dos valores apropriados para p e q do modelo. Os resultados encontrados para o correlograma e correlograma parcial (Figuras 2 e 3) dos preços do café no mercado *spot* de Nova Iorque indicam que os coeficientes de autocorrelação estimados apresentam um comportamento similar, tendo a forma aproximada de senóides amortecidas.

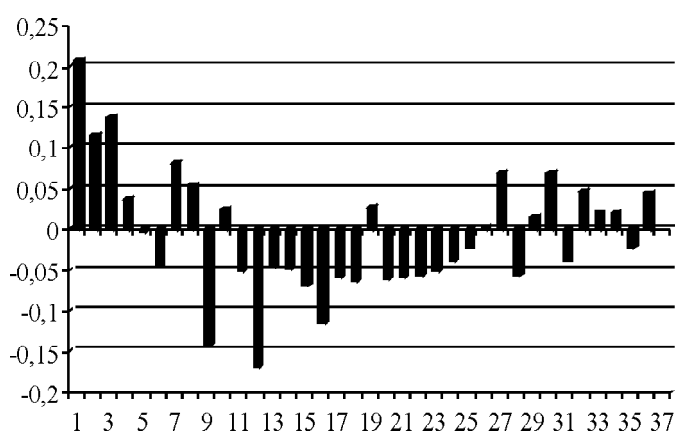


FIGURA 2 – Função de autocorrelação para DPRCAFE com $k = 36$.

Fonte: Resultados da pesquisa.

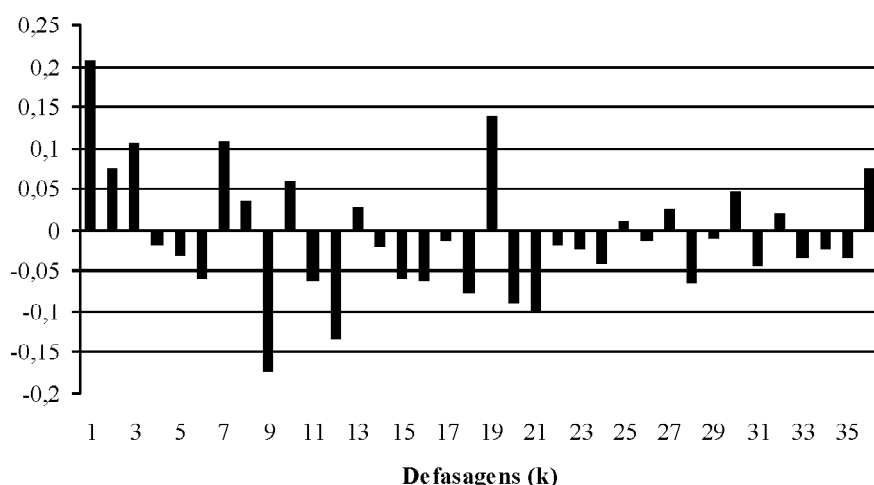


FIGURA 3 – Função de autocorrelação parcial para DPRCAFE com $k = 36$.

Fonte: Resultados da pesquisa.

Como ambos os correlogramas tiveram a forma de senóides amortecidas, tem-se um forte indício de que o tipo de especificação que, possivelmente, será mais apropriado para a modelagem dos preços, será dado por uma equação composta por componentes auto-regressivos (AR) e por componentes de médias móveis (MA), e não por um modelo com apenas um desses tipos de termos, o que poderia ser o caso, se outros padrões de comportamento para os correlogramas tivessem sido verificados.

Todavia, os valores exatos para p e q não podem ser determinados com tanta certeza. Tendo isso em vista, foram estimadas diferentes configurações de modelos ARIMA e SARIMA, buscando-se selecionar alguns que apresentassem as características necessárias para a estimação do modelo GARCH para o estudo da volatilidade dos preços do café.

Os modelos mais parcimoniosos, com menores defasagens para os termos (AR) e (MA), não se apresentaram satisfatórios, pois não foram capazes de gerar resíduos aleatórios. Esta é uma pré-condição para se assumir que um dado modelo explica de forma satisfatória o comportamento dos dados analisados e que pode ser utilizado para previsões e tomadas de decisões.

Todavia, alguns modelos com maiores defasagens foram capazes de gerar resíduos não correlacionados e com média zero⁸. No Quadro 1 podem-se observar os principais resultados dos modelos que apresentaram os melhores ajustamentos.

De acordo com os critérios de informação de Akaike (AIC) e de Schwarz (Sch.) estimados, o modelo I seria o mais apropriado para a modelagem dos preços do café no período analisado, pois foi a especificação que apresentou os menores valores para ambos. A segunda melhor opção seria dada pelo modelo II, pois este apresentou valores um pouco maiores que o modelo I para estes dois critérios. Dentre os três modelos, o III foi o que apresentou pior ajustamento, de acordo com estas estatísticas.

A análise do correlograma dos resíduos apontou que os originados pelo modelo I não estão totalmente livres do problema de autocorrelação, pois, a partir da 28ª defasagem, todos os valores de probabilidade calculados para a estatística Q de Ljung-Box, até 36 defasagens,

indicaram a presença de autocorrelações estatisticamente significativas.

De acordo com este teste, o modelo que apresentou melhores resultados foi o modelo II. Para este modelo, apenas as autocorrelações com defasagens $k = 32$ e $k = 36$ apresentaram valores-P, para o teste Q, que foram significativos a 10 de nível de confiança. Porém, a 5%, por exemplo, não se poderia concluir pela presença de autocorrelações significativas para o mesmo. O modelo III também apresentou resultados, para este teste, melhores que os verificados para o modelo I, todavia, estes não foram mais satisfatórios que os resultados do modelo II.

Como a aleatoriedade dos erros é uma pré-condição fundamental para se concluir pela relevância de um modelo do tipo ARIMA para a análise e previsão de uma série, optou-se pelo modelo II como o modelo a ser utilizado na análise e modelagem da volatilidade dos preços do café. Assim sendo, tem-se que o modelo II fará o papel da equação genérica dada pela expressão (7) discutida anteriormente, no contexto mais amplo da modelagem da volatilidade condicional, por meio de um modelo do tipo GARCH.

Outro teste importante que foi implementado para os resíduos do modelo II estimado diz respeito à verificação do valor médio dos resíduos. Se o modelo SARIMA (7,1,9) x (0,0,1)₁₂ estiver bem especificado, os seus resíduos (e_t) devem possuir uma média que estatisticamente não seja diferente de zero, além de não serem correlacionados conforme os resultados anteriores. Verificou-se forte evidência estatística de que a média dos resíduos do modelo SARIMA estimado para os preços do café seja de fato igual a zero. A 10% de significância, não se pode rejeitar a hipótese nula de que a média destes resíduos seja igual a zero. Mesmo em teste menos rigorosos, com $\alpha = 25\%$, por exemplo, esta hipótese não poderia ser rejeitada, dado o elevado valor de probabilidade calculado de 0,9090.

Foram implementados também alguns testes para a variância dos resíduos do modelo SARIMA estimado, visando verificar se a mesma apresenta um comportamento de heterocedasticidade condicional auto-regressiva, ou seja, se a mesma apresenta um padrão de comportamento do tipo GARCH. Nesse sentido, tem-se como um procedimento usual, conforme aponta Enders (1995), estimarem-se as funções de autocorrelação e autocorrelações parciais do quadrado dos resíduos do modelo e verificar a presença de valores significativos por meio de estatísticas, como a do teste Q. Os resultados encontrados para este teste podem ser verificados no Quadro 2.

⁸ O pressuposto de homocedasticidade será testado e discutido amplamente a seguir, dada sua importância e ligação direta com a análise de volatilidade propiciada pelos modelos do tipo GARCH.

Pode-se verificar que os valores das autocorrelações com 2 e 9 defasagens foram altamente significativos, indicando a existência do fenômeno de heterocedasticidade condicional nos resíduos do modelo. Os valores de probabilidade das estatísticas Q foram todos indicativos de que se deve rejeitar a hipótese de que os $\hat{\varepsilon}_t^2$ não são correlacionados, o que é equivalente a se rejeitar hipótese de que os erros não possuem uma estrutura do tipo GARCH. A hipótese de ausência de correlação no quadrado dos resíduos estimados pode ser, então, rejeitada a 10% de significância e, mesmo, a 1%.

O teste do multiplicador de Lagrange, proposto por Engle (1982) para testar a hipótese nula (de não correlação

das variâncias), também foi utilizado para a confirmação dos resultados anteriores. Um resumo dos resultados encontrados está apresentado no Quadro 3. Este teste consiste, basicamente, em tomar-se o R^2 da equação (6) e multiplicá-lo pelo número de observações T da amostra; o coeficiente encontrado possuirá distribuição qui-quadrado com 1 grau de liberdade. Comparando-se o valor encontrado com o tabelado, pode-se definir pela significância ou não dos coeficientes estimados. Caso um ou mais de um dos coeficientes desta equação sejam significativos, tem-se que a variância (volatilidade) dos resíduos do modelo estimado apresenta um padrão comportamental do tipo GARCH, isto é, a heterocedasticidade dos resíduos será do tipo condicional.

QUADRO 1 – Resultados dos principais modelos estimados para os preços do café no mercado *spot* de Nova Iorque, de janeiro de 1946 a dezembro de 2000.

Modelo	Variável	Coefficient e	Valores "p"	AIC	Sch.	nº de Iter.	Obs.	Análise dos resíduos
I SARIMA (9,1,10)x(0,0,1) ₁₂	AR(1)	0,244456	0,00	9,0832	9,1383	6	651	A partir de k = 28 os valores-P do teste Q passam a indicar a presença de autocorrelação
	AR(2)	0,069219	0,07					
	AR(7)	0,110631	0,00					
	AR(9)	-0,211293	0,00					
	MA(6)	-0,081601	0,04					
	MA(8)	0,073327	0,07					
	MA(10)	0,155942	0,00					
	SMA(12)	-0,177190	0,00					
II SARIMA (7,1,9)x(0,0,1) ₁₂	AR(2)	0,124683	0,00	9,0963	9,1512	6	653	Apenas para k=32 e k=36 os valores-P do teste Q foram significativos
	AR(3)	0,067763	0,08					
	AR(7)	0,066266	0,10					
	MA(1)	0,249349	0,00					
	MA(6)	-0,097578	0,01					
	MA(8)	0,090340	0,02					
	MA(9)	-0,194762	0,00					
	SMA(12)	-0,188594	0,00					
III ARIMA (0,1,12)	MA(1)	0,205526	0,00	9,1085	9,1697	7	660	Para k=28, k=32, k=33 e k=36 os valores-P do teste Q foram significativos
	MA(2)	0,116066	0,00					
	MA(3)	0,113545	0,00					
	MA(6)	-0,074961	0,04					
	MA(7)	0,066633	0,08					
	MA(8)	0,107063	0,01					
	MA(9)	-0,153362	0,00					
	MA(10)	0,067461	0,08					
	MA(12)	-0,205752	0,00					

Fonte: Resultados da pesquisa.

QUADRO 2 – Correlogramas do quadrado dos resíduos do modelo SARIMA (7,1,9) x (0,0,1)₁₂ para k = 24.

Autocorrelação	Autocorrelação parcial	d.	CAC	CAC parc.	Est.-Q	Prob.
. *	. *	1	0,070	0,070	3,2423	
. **	. **	2	0,276	0,272	53,281	
. .	. .	3	0,034	0,001	54,062	
. .	. .	4	0,060	-0,019	56,397	
. .	. .	5	0,043	0,033	57,599	
. .	. .	6	0,018	0,003	57,802	
. *	. *	7	0,095	0,081	63,821	
. .	. .	8	0,016	0,002	63,991	
. **	. **	9	0,313	0,289	129,03	0,000
. .	. .	10	0,034	-0,003	129,79	0,000
. *	* .	11	0,066	-0,109	132,73	0,000
. .	. .	12	0,060	0,053	135,11	0,000
. .	. .	13	0,039	0,041	136,14	0,000
. .	. .	14	0,028	-0,023	136,68	0,000
. .	. .	15	0,000	-0,023	136,68	0,000
. .	. .	16	0,010	-0,022	136,75	0,000
. .	. .	17	0,002	0,007	136,75	0,000
. .	* .	18	0,026	-0,073	137,20	0,000
. *	. *	19	0,101	0,112	144,03	0,000
. .	. .	20	0,012	0,033	144,14	0,000
. .	. .	21	0,051	-0,044	145,90	0,000
. .	. .	22	-0,006	-0,038	145,92	0,000
. .	. .	23	-0,005	-0,008	145,94	0,000
. .	. .	24	-0,007	0,009	145,98	0,000

Fonte: Resultados da Pesquisa.

QUADRO 3 – Resultados do teste do multiplicador de Lagrange (LM) para os resíduos do modelo SARIMA (7,1,9) x (0,0,1)₁₂.

Defasagens de $\hat{\varepsilon}_t^2$	Estatística a-F	Valor-P	R ² Observado	Valor-P
1	3,23	0,07	3,23	0,07
3	18,42	0,00	51,24	0,00
5	11,21	0,00	52,04	0,00
7	8,61	0,00	55,76	0,00
9	13,68	0,00	104,73	0,00
11	11,94	0,00	110,80	0,00
13	10,31	0,00	112,82	0,00

Fonte: Resultados da pesquisa.

Os resultados encontrados, para diferentes defasagens do quadrado dos resíduos, foram unânimes no sentido de apontar para a conclusão de que, no caso dos preços do café brasileiro no mercado *spot* de Nova Iorque, um modelo que incorporasse termos de volatilidade condicional (modelos do tipo GARCH) seria mais apropriado para se utilizar em análises e previsões desta série, do que um modelo em que a variância da série não fosse modelada.

Conforme se pode verificar, todas as estatísticas-F e todos os R² obs. calculados foram significativos, a 10% de significância, implicando que existe a presença de termos do tipo GARCH nos resíduos do modelo SARIMA(7,1,9)x(0,0,1)₁₂, estimado para os preços do café.

Constatada a necessidade de se modelar a volatilidade dos preços por meio de um modelo do tipo GARCH, deve-se passar ao processo de identificação e estimação do melhor modelo, dentre as várias possibilidades existentes dadas pelos modelos da chamada “família GARCH.

Dada a estimativa do correlograma do quadrado dos resíduos do modelo SARIMA (7,1,9) x (0,0,1)₁₂, pode-se verificar que os valores das autocorrelações

com 2 e 9 defasagens foram os mais significativos. Isso indica que uma especificação possível para o modelo de heterocedasticidade condicional poderia ser dada pelo modelo ARCH(9). Assim sendo, tem-se que os resultados deste modelo, encontrados para a volatilidade dos preços do café no mercado *spot* de Nova Iorque, estão apresentados, resumidamente, na equação (26) seguinte.

$$\sigma_t^2 = 39,33 + 0,57e_{t-1}^2 + 0,09e_{t-2}^2 + 0,05e_{t-3}^2 + 0,01e_{t-4}^2 + 0,06e_{t-5}^2 - 0,01e_{t-6}^2 + 0,01e_{t-7}^2 + 0,02e_{t-8}^2 + 0,008e_{t-9}^2 \quad (26)$$

(0,00) (0,04) (0,70) (0,63) (0,64) (0,12) (0,07) (0,66) (0,43) (0,35)

AIC = 8,0274 Sch. = 8,1509

Os valores entre parêntesis, abaixo dos coeficientes do modelo ARCH(9) estimado, representam os valores exatos de probabilidade (*P-values*) calculados. Eles indicam que a maioria dos coeficientes estimados não é significativa, o que sugere que uma especificação mais parcimoniosa deveria ser levada em questão.

Buscou-se, portanto, encontrar um modelo com coeficientes significativos e com menores valores para

os critérios de informação de Akaike e de Schwarz. Isso foi feito a partir da estimação de modelos ARCH (*p*) com defasagens decrescentes para os termos e_t^2 , que representam as inovações na volatilidade verificadas nos *p* períodos anteriores. As principais especificações estimadas foram as representadas pelos modelos ARCH(6) e ARCH(3), cujos resultados foram respectivamente:

$$\sigma_t^2 = 7,81 + 1,22 e_{t-1}^2 + 0,38 e_{t-2}^2 + 0,12 e_{t-3}^2 - 0,03 e_{t-4}^2 + 0,04 e_{t-5}^2 + 0,15 e_{t-6}^2 \quad (27)$$

(0,00) (0,00) (0,03) (0,02) (0,00) (0,16) (0,00)

AIC = 7,8832 Sch. = 7,9861

$$\sigma_t^2 = 13,66 + 1,16 e_{t-1}^2 + 0,44 e_{t-2}^2 + 0,36 e_{t-3}^2 \quad (28)$$

(0,00) (0,00) (0,01) (0,00)

AIC = 7,9261 Sch. = 8,0084

Tomando-se por base os valores encontrados para os critérios de informação de Akaike e de Schwarz, o modelo ARCH (6) seria o indicado para se representar a volatilidade condicional do preço do café no mercado internacional, todavia, o coeficiente do termo e_{t-5}^2 não apresentou significância estatística, a 10%. Por outro lado, no modelo ARCH (3), todos os coeficientes foram estatisticamente significativos, indicando que este modelo seria, portanto, mais apropriado que os anteriores para a modelagem da volatilidade.

Uma outra especificação que foi testada é a representada pelos modelos do tipo GARCH (*p,q*), que

representam um refinamento do modelo ARCH (*p*). Nestes, seria possível estimar um modelo capaz de descrever o comportamento irregular da variância dos preços do café com um número ainda menor de parâmetros (o que atenderia ao *princípio da parcimônia*). De acordo com o discutido anteriormente, neste modelo, a variância dos erros (σ_t^2) do modelo estimado para os preços do café no período *t* dependerá, basicamente, de seguintes termos: um termo médio ou constante *w*; inovações (choques) na volatilidade observadas para períodos anteriores, dadas pelo quadrado dos resíduos (e_{t-i}^2) dos períodos *t-i*, que representaria a mesma estrutura do modelo ARCH (*p*) e, finalmente, as previsões da volatilidade feitas nos últimos períodos ($\hat{\sigma}_{t-i}^2$), que representariam o termo GARCH.

O modelo GARCH (1,1), por exemplo, implicaria, portanto, que a volatilidade dos preços do café hoje (no mês *t*) poderia ser definida como sendo formada por uma média ponderada de uma variância média, ou constante de

longo prazo; a previsão da variância feita nos meses anteriores e “o que foi aprendido” no mês passado.

De maneira geral, a especificação GARCH (1,1) se apresenta como suficiente para modelar o comportamento da volatilidade das séries econômicas e, assim sendo, esta se torna uma especificação inicial natural para o presente trabalho de pesquisa. Todavia, outras especificações também foram testadas, a fim de se verificar o “melhor modelo” para a volatilidade dos preços do café brasileiro no mercado internacional. Dentre eles, algumas especificações do modelo TARCH (p,q) também foram analisadas. As equações a seguir representam, de maneira resumida, os modelos GARCH (1,1), GARCH (2,1), GARCH (2,2) e TARCH (2,1) respectivamente, que foram os que apresentaram os melhores resultados.

$$\sigma^2_t = 5,88 + 0,86 e^2_{t-1} + 0,50 \sigma^2_{t-1} \quad (29)$$

(0,03) (0,00) (0,00)

AIC = 7,9255 Sch. = 8,0010

$$\sigma^2_t = 3,56 + 1,14 e^2_{t-1} - 0,73 e^2_{t-2} + 0,74 \sigma^2_{t-1} \quad (30)$$

(0,10) (0,00) (0,00) (0,00)

AIC = 7,9071 Sch. = 7,9895

$$\sigma^2_t = 9,55 + 0,83 e^2_{t-1} + 0,42 e^2_{t-2} - 0,18 \sigma^2_{t-1} + 0,40 \sigma^2_{t-2} \quad (31)$$

(0,09) (0,00) (0,09) (0,12) (0,00)

AIC = 7,9011 Sch. = 7,9903

$$\sigma^2_t = 3,35 + 1,05 e^2_{t-1} - 0,42 e^2_{t-2} - 0,47 e^2_{t-1 \cdot dt-1} + 0,73 \sigma^2_{t-1} \quad (32)$$

(0,02) (0,00) (0,00) (0,00) (0,00)

AIC = 7,8318 Sch. = 7,9211

Os valores calculados para os critérios de informação de Akaike e de Schwarz para estes modelos foram relativamente menores que os verificados para os modelos ARCH (3), o que poderia apontá-los como sendo mais apropriados para representar a volatilidade do preço

do café, principalmente o modelo TARCH (2,1). Além disso, todos os coeficientes deste modelo apresentaram significância estatística, a 10%, inclusive o coeficiente de assimetria na volatilidade (γ).

Os resultados deste modelo e dos demais modelos da família GARCH estimados para os preços do café apresentaram um comportamento que se constitui em um resultado extremamente importante para os agentes econômicos envolvidos com os mercados físicos (*spot*) e futuros de café, sejam eles produtores, processadores, *hedgers* e ou especuladores. Conforme se pode verificar, os coeficientes de persistência da volatilidade, dados pelas somas ($\sum \alpha_i + \sum \beta_i$) dos coeficientes dos modelos GARCH e pelas somas ($\sum \alpha_i + \sum \beta_i + \gamma/2$), para o caso do modelo TARCH, foram todos os valores maiores ou próximos de um. Estes coeficientes mensuram a duração dos choques de volatilidade e, conforme Cuddington & Liang (1999), valores maiores ou iguais a um para estes implicam que os choques na volatilidade irão perdurar por muito tempo na série em questão.

Portanto, quanto maior (mais próximo de 1) for o valor do coeficiente de persistência, mais vagarosamente o choque sobre a volatilidade irá se enfraquecer e, assim sendo, maior será a demora do processo de reversão à média para a variância. No caso dos preços do café em que os valores dos coeficientes de persistência foram maiores ou aproximadamente iguais a 1, tem-se que os choques na volatilidade irão perdurar por um período extremamente longo. Isto é, esses resultados implicam que a variância condicional de e_t para os preços do café possui raiz unitária e a mesma não apresentará um comportamento de reversão à sua média histórica com o passar do tempo, após um choque. Todavia, deve-se ressaltar que isso, de acordo com Nelson (1990), não implica que a série de resíduos e_t não seja estacionária, mas sim que a variância incondicional de e_t não será.

Estes resultados implicam, portanto, que as informações correntes sobre a volatilidade permanecerão importantes para as previsões da variância condicional dos preços do café por um horizonte indefinido de tempo, o que, em última instância, indica um elevado grau de risco de preço (e de renda, de forma indireta) associado ao mercado *spot* do café. Talvez, esta seja, inclusive, uma das principais razões para o sucesso dos contratos futuros e de opções de café na BM&F (com uma participação de 68% no volume financeiro total movimentado pelos contratos agropecuários), o que ainda não ocorre com outras *commodities*, à exceção dos contratos de boi gordo (com 19% do volume financeiro transacionado) e do recente

contrato de álcool anidro, que responde por 9,5% do total contratos agropecuários negociados.

Isso porque, de maneira geral, quanto maior o risco de preço de uma *commodity*, maior a necessidade que os agentes envolvidos com tal produto terão de se precaver contra possíveis perdas. Além disso, como o produto em questão tem grande participação no PIB agropecuário de um país (como é o caso do café no Brasil), maior a probabilidade de se ter um volume expressivo de transações no mercado futuro.

6 CONCLUSÕES

O mercado *spot* do café caracteriza-se por ser marcado por acentuadas flutuações de preços. Essas flutuações implicam que a rentabilidade nessa atividade deverá oscilar de maneira significativa, o que pode propiciar, para os investidores mais informados, um diferencial de lucratividade, pois as suas decisões de *hedge* e de *especulação* estarão baseadas em previsões mais precisas acerca do comportamento do mercado.

Em termos gerais, pretendeu-se, neste trabalho de pesquisa, detectar e analisar a existência de *volatilidade condicional* na série temporal dos preços do mercado *spot* do café brasileiro na Bolsa de Nova Iorque (NYBOT), para a segunda metade do século passado; mais especificamente, o período compreendido entre janeiro de 1946 e dezembro de 2000.

Optou-se pelo estudo pelo mercado de café, pois esta é a principal *commodity* agropecuária do Brasil transacionada em bolsas de mercadorias e de futuros (aproximadamente 67% dos contratos agropecuários transacionados na BM&F são de café). Optou-se também pela análise dos preços no mercado internacional em função pelo fato de o Brasil ser o maior produtor e exportador mundial de café (30% da produção mundial em média) e, assim sendo, trata-se de uma *commodity* cuja formação do preço deve contemplar, principalmente, o mercado internacional.

Os resultados encontrados apontam para a conclusão de que, no caso dos preços do café brasileiro no mercado *spot* de Nova Iorque, um modelo que incorporasse termos de volatilidade condicional (modelos do tipo GARCH) seria mais apropriado para se utilizar em análises e previsões desta série, do que um modelo em que a variância da série não fosse modelada.

Dentre os modelos testados, os valores calculados para os critérios de informação de Akaike e de Schwarz apontaram o modelo TAR(2,1) como sendo mais apropriado para se representar a volatilidade

do preço do café. Todos os coeficientes deste modelo apresentaram significância estatística, a 10%, inclusive o coeficiente de assimetria na volatilidade (g). Os resultados deste modelo e dos demais modelos da família GARCH estimados para os preços do café apresentaram um comportamento que constitui um resultado extremamente importante para os agentes econômicos envolvidos com os mercados físicos (*spot*) e futuros de café, sejam eles produtores, processadores, *hedgers* e ou especuladores.

Conforme se pode verificar, os *coeficientes de persistência da volatilidade* foram todos os valores maiores ou próximos de um, implicando que os choques na volatilidade irão perdurar por muito tempo na série em questão. Isto é, os resultados encontrados implicam que a variância condicional de e_t para os preços do café possui raiz unitária e a mesma não apresentará um comportamento de reversão à sua média histórica com o passar do tempo, após um choque.

Portanto, as informações correntes sobre a volatilidade permanecerão importantes para as previsões da variância condicional dos preços do café por um horizonte indefinido de tempo, o que, em última instância indicou um elevado grau de risco de preço (e de renda, de forma indireta) associado ao mercado *spot* do café.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ATRASAS, A. L. **Formação de preços no mercado futuro brasileiro**. 1993. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1993.
- BERNSTEIN, P. L. **Desafio aos deuses**: a fascinante história do risco. Rio de Janeiro: Campus, 1997.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, North-Holland, v. 31, p. 307-327, 1986.
- BOWERMAN, B. L.; O'CONNEL, R. T. **Time series and forecasting**. California: Duxbury, 1979.
- CRAGG, J. Estimation and testing in testing in time series regressions models with heteroscedastic disturbances. **Journal of Econometrics**, North-Holland, v. 20, p. 135-157, 1982.
- CUDDINGTON, J. T.; LIANG, H. **Appendices for commodity price volatility across exchange rate regimes**. [S.l.: s.n.], 1999.

- DEBERTIN, D. L. **Agricultural production economics**. New York: Macmillan, 1986.
- DUARTE JÚNIOR, A. M. **Risco**: definições, tipos, medição e recomendações para o seu gerenciamento. São Paulo: BM&F, 1996. (Resenha da BM&F, 114).
- EATON, B. C.; EATON, D. F. **Microeconomia**. São Paulo: Saraiva, 1999.
- ENDERS, W. **Applied econometric time series**. New York: J. Wiley & Sons, 1995.
- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation. **Econometrica**, North-Holland, v. 50, p. 987-1008, 1982.
- ENGLE, R. F.; NG, V. K. Measuring and testing the impact of news on volatility. **Journal of Finance**, [S.l.], v. 48, p. 1022-1082, 1993.
- GLOSTEN, L. R.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. On the relation between the expected value and the volatility of the normal excess return on stocks. **Journal of Finance**, [S.l.], v. 48, p. 1779-1801, 1993.
- GREENE, W. H. **Econometric analysis**. 3. ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1997.
- GUJARATI, D. N. **Basic econometrics**. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 1995.
- HALL, R. E. et al. **QMS**: eviews 2.0 user's guide. California: Irvine, 1995.
- HAMILTON, J. D. **Time series analysis**. New Jersey: Princeton University, 1994.
- KREPS, D. M. **A course in microeconomic theory**. Wheatsheaf: Harvester, 1990.
- NELSON, D. B. Stationarity and persistence in the GARCH(1,1) model. **Econometric Theory**, [S.l.], v. 6, p. 318-334, 1990.
- NELSON, D. B. Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. **Econometrica**, North-Holland, v. 59, p. 347-370, 1991.
- THOMSEN, F. L.; FOOTE, R. J. **Agricultural prices**. New York: McGraw-Hill, 1952.