

7 – EXERCÍCIOS DE REGRESSÃO MÚLTIPLA (1ª parte)

1. Seja Y a quantidade vendida de uma mercadoria, X_2 o preço da mercadoria e X_3 os gastos em propaganda. Usando o modelo $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$ e os dados a seguir, responda:

$$\begin{aligned} n=12, \sum Y_i &= 1.200, \sum X_{2i} = 840, \sum X_{3i} = 80,45 \\ \sum Y_i X_{2i} &= 80.450, \sum Y_i X_{3i} = 8.170,25, \\ \sum X_{2i} X_{3i} &= 61.050, \sum X_{3i}^2 = 544,2075, \sum X_{2i}^2 = 5.577,5, \sum Y_i^2 = 126.300 \end{aligned}$$

- Obtenha as estimativas dos coeficientes de regressão e interprete os resultados.
- Alguma variável deve ser eliminada do modelo? Justifique.
- Monte a tabela ANOVA e, a partir dela, meça a qualidade do ajuste e teste a significância global do modelo.

2. Seja Y o consumo familiar (em sm), X_2 a renda familiar (em sm) e X_3 a instrução do chefe do domicílio (em anos de estudo). Com uma amostra de 10 famílias, foram obtidos os seguintes valores:

$$X'Y = \begin{bmatrix} 11,10 \\ 20,55 \\ 13,45 \end{bmatrix} \quad X'X = \begin{bmatrix} 10 & 17 & 12 \\ 17 & 32,20 & 20,60 \\ 12 & 20,60 & 16 \end{bmatrix} \quad Y'Y = 13,21$$

- Meça o grau de dependência linear entre X_2 e X_3 .
- Obtenha as estimativas dos coeficientes de regressão e interprete os resultados.
- Estime a matriz var-cov de $\hat{\beta}$.
- Verifique se os coeficientes estimados são significativos.
- Meça a qualidade do ajuste.

3. (Gujarati, exercício 9.9). A tabela a seguir traz dados sobre produto (X) e custo total de produção (Y) de uma mercadoria em curto prazo.

Produção	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Custo Total	193	226	240	244	257	260	274	297	350	420

- Obtenha os β 's da regressão polinomial $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + u$ utilizando o método dos mínimos quadrados. É possível obter a inversa da matriz $X'X$? Justifique.
- Estime a matriz var-cov de $\hat{\beta}$.
- Verifique se os coeficientes estimados são significativos.
- Como você testaria a hipótese $\beta_2 = \beta_3 = 0$? (Dica: Utilize o teste de igualdade de dois coeficientes da regressão, apresentado no exercício 9.9 do Gujarati).

2. Complete a saída do excel abaixo:

RESUMO DOS RESULTADOS

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,9801
R-Quadrado	
R-quadrado ajustado	0,9518
Erro padrão	5,2545
Observações	

ANOVA

	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>F de significação</i>
Regressão		6051,5102			0,0000
Resíduo			27,6100		
Total	11				

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>
Interseção	116,1568	24,6456		0,0011		
X2	-1,3079		-10,1095	0,0000	-1,6005	-1,0152
X3	11,2459	2,7844		0,0029	4,9472	

$t_{\text{crítico}} = 2,26$

4. (Gujarati, 9.10). A fim de estudar a participação na força de trabalho de famílias pobres urbanas (famílias com rendimentos inferiores a US\$3.943 em 1969), os dados a seguir foram obtidos do Censo Populacional de 1970).

- Usando o modelo de regressão $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{4i} + u_i$, obtenha as estimativas dos coeficientes de regressão e interprete seus resultados.
- A priori, quais são os sinais esperados dos coeficientes de regressão?
- Como você testaria a hipótese de que a taxa global de desemprego (X_4) não tem efeito algum sobre a participação dos pobres na força de trabalho (Y)?
- Alguma variável deve ser eliminada do modelo? Justifique. Que outras variáveis você cogitaria incluir no modelo?
- Meça a qualidade do ajuste e o faça o teste F.

Dados:

Y=% na força de trabalho dos chefes de família com menos de 65 anos;

X₂=renda familiar média, em dólares

X₃=tamanho médio das famílias

X₄=taxa de desemprego (% de desempregados entre civis).

Resumo dos resultados (incompleto)

ANOVA

	<i>Gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>F de significação</i>
Regressão	3		471,05	1,39	0,30
Resíduo		3.716,98			
Total	14				

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>
Interseção		48,7831	-0,6859	0,5070	-140,8309	73,9112
X ₂		0,0192	1,0087	0,3348	-0,0229	0,0616
X ₃		9,4649	1,6400	0,1293	-5,3101	36,3542
X ₄		1,9108	0,4254	0,6788	-3,3929	5,0184