

Alternativa algorítmica para el Problema de Asignación de Asientos: caso de estudio Viva Air

Julio Mario Daza-Escorcía¹

¹ Universidad de los Andes
Carrera 1 Este No. 19A – 40, Bogotá, Colombia
jm.dazae@uniandes.edu.co

Resumen

Este artículo presenta un enfoque novedoso para el Problema de Asignación de Asientos (SAP), que se enfoca en decidir la ubicación en que los pasajeros deben ser asignados en la aeronave para maximizar las ganancias potenciales de la compañía Viva Air SAS. El enfoque consiste en una alternativa metaheurística de dos; i) construcción y ii) mejora. La primera fase consiste en un algoritmo heurístico aleatorizado (HA) que genera una solución en cada iteración, añadiendo aleatoriamente pasajeros a los asientos de un vuelo comercial. Esta asignación tiene en cuenta las restricciones de balance en la aeronave, separación de usuarios de una misma reserva y ubicación por grupos. La segunda fase consta de un mejoramiento de las soluciones construidas (con el HA) a través de un metaheurístico multi arranque (MA) que incorpora un procedimiento de búsqueda local, mejorando la calidad de la solución en cada iteración y ahorrando tiempos de cómputo. Los experimentos sobre las instancias de referencia ofrecidas por la Viva Air muestran que nuestro algoritmo presenta mejoras en las soluciones encontradas en la fase 2 con respecto a la fase 1, hasta en un 110.05% en el mejor de los casos y en un 41.99% en el peor de los casos. Además, la asignación de asientos obtenida fue de mayor calidad que la establecida por las reglas empíricas utilizadas por la aerolínea. En el mejor de los casos las ganancias potenciales encontradas por nuestra alternativa algorítmica ascienden a un 57.7%, lo cual demuestra que aplicar técnicas de optimización combinatoria permite generar mejoras en la asignación de pasajeros.

1 Introducción

El tráfico aéreo de pasajeros está experimentando actualmente variaciones importantes. El número de asientos ofrecidos en un período reciente es un 50% inferior en todo el mundo, en comparación con los pronósticos preestablecidos (este mínimo fue causado por el COVID-19 y los incrementos del combustible). La industria aeronáutica espera una tasa de crecimiento del 5% anual, de modo que el número esperado de asientos será de alrededor de 4000 millones en 2023. Se espera que la cantidad de aviones necesarios para satisfacer esta demanda sea de alrededor de 33 millones en 2023. Debido a estas variaciones, es fundamental que tanto las aerolíneas como los aeropuertos optimicen sus operaciones.

En este artículo nos enfocamos en el Problema de Asignación de Asientos (SAP), que consiste en decidir dónde acomodar diferentes tipos de pasajeros o grupos de pasajeros en un avión, de acuerdo con diferentes características como la clase de tarifa, su grupo o la canal de venta, etc. En este trabajo nos centraremos en el mapa de asientos de un Airbus A320 Neo, pero nuestra alternativa metaheurística podría ser fácilmente aplicada a cualquier aeronave. De acuerdo con la empresa Airbus [1], el Airbus A320 Neo tiene un consumo 15% menor, un coste operativo un 8% más bajo, una reducción del 50% en emisiones de NOx y menor impacto acústico con respecto a los demás miembros de la familia A320. Además, este fue el avión con más despegues tuvo en 2015: aproximadamente 5,5 millones (17% del total mundial). La compañía Viva Air SAS. cuenta con 20 aeronaves Airbus 320 Neo y es considerada la aerolínea con la flota más moderna de Colombia.

Por la variedad de aplicaciones del problema, el SAP es de interés para profesionales e investigadores en el campo de la Investigación Operativa, donde podemos destacar el trabajo de Sherali et al [2], quien estudia la asignación óptima de aeronaves a rutas. Gopalakrishnan y Johnson [3], quienes estudiaron la asignación de tripulaciones a las aeronaves y finalmente, el trabajo de Yu y Thengwall [4], donde se puede encontrar un estudio general sobre investigación de operaciones para la industria aérea.

En el trabajo de Yu y Thengwall se observa que la mayor parte de la literatura sobre operaciones trata sobre el Problema de Asignación de Asientos (Sato y Sawaki [5]), donde se busca definir el número óptimo de asientos a ofrecer para cada clase de tarifa, de tal manera que se maximicen los ingresos de la aerolínea.

Este trabajo presenta un nuevo enfoque para el SAP, que consiste en la aplicación de técnicas de optimización combinatoria. Actualmente, Viva Air resuelve este problema a través de un conjunto de reglas generales predefinidas. En contraste, proponemos un enfoque basado en optimización para maximizar las ganancias potenciales que tendría la aerolínea.

El resto del documento está organizado como sigue. La sección 2 describe las características del SAP estudiado. La sección 3 presenta el análisis de la información suministrada por la aerolínea Viva Air y muestra la adaptación del problema como un problema de flujo de costo mínimo. En la sección 4 se establece la metodología de solución utilizada en la alternativa desarrollada. La sección 5 muestra el resultado de los experimentos computacionales, y finalmente en la sección 6 se habla de las conclusiones generales del trabajo.

2 Descripción del Problema

El Problema de Asignación de Asientos (SAP), consiste en decidir dónde acomodar diferentes tipos o grupos de pasajeros en un avión de acuerdo con diferentes características, para maximizar las ganancias potenciales de la aerolínea. El proceso de asignación va de la mano del proceso de compra de la compañía, que se presenta en la Figura 1.

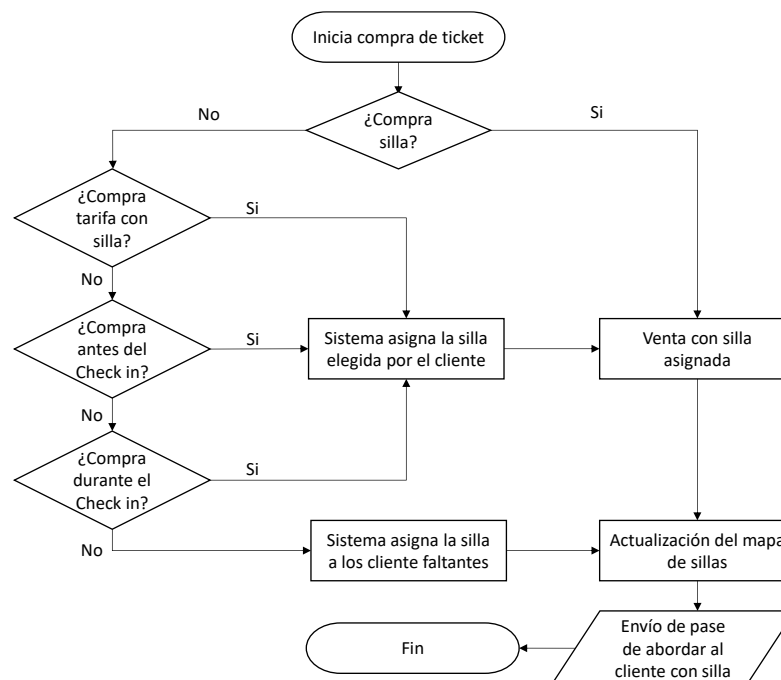


Figura 1. Proceso de Compra Viva Air.

El proceso de compra se realiza en cuatro momentos (ver Figura 2): en la fecha del booking (o cuando se compra al mismo tiempo el ticket y la silla), en el manage my booking (MMB, cuando se compra el ticket y días después la silla), en el momento de realizar el check in (entre 1 y 2 días antes del vuelo) y posterior al check in o estando en el aeropuerto.

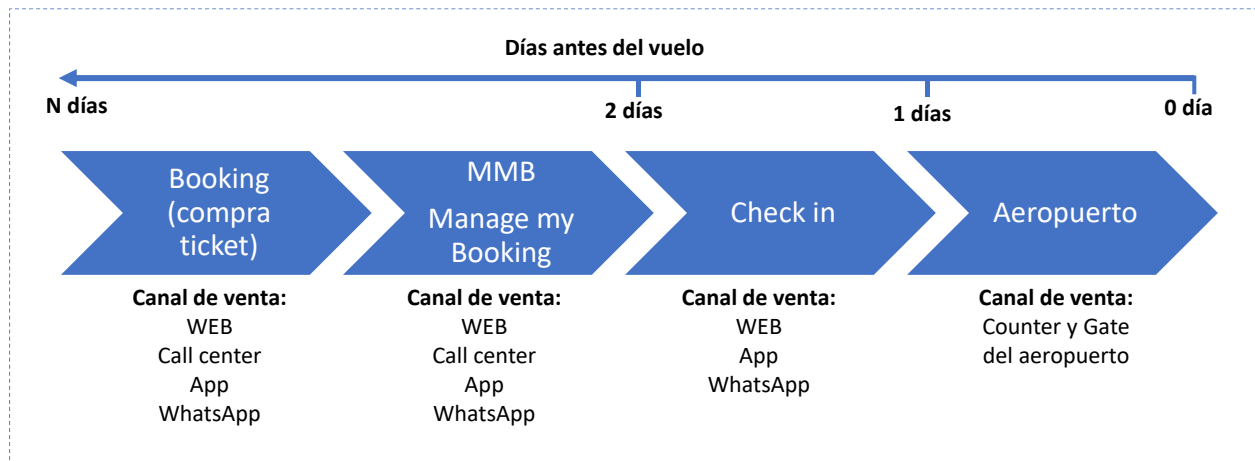


Figura 2. Momentos en los que ocurre el proceso de compra.

La ventana en la que la compañía necesita decidir dónde acomodar diferentes tipos o grupos de pasajeros en un avión se da en los últimos dos momentos, donde el pasajero decidió o no tiene la posibilidad de elegir una ubicación puntual dentro de la aeronave. Es entonces donde surge el problema de optimización combinatoria denominado Problema de Asignación de Asientos (SAP).

Para el caso de Viva Air, la aeronave se divide en cinco grupos, que se componen de un conjunto de sillas ubicadas en filas determinadas. El grupo 1 contiene las filas 24 a la 32, el grupo 2 las filas 14 a la 23, el grupo 3 las filas 12 y 13, el grupo 4 las filas 2 a la 11 y el grupo 5 la Fila 1 (véase Figura 3).

	A	B	C	D	E	F
1	60	64	62	58	65	59
2	8	25	17	28	37	5
3	19	31	9	16	44	10
4	21	45	23	5	39	18
5	8	42	19	15	47	4
6	12	30	25	18	40	27
7	7	34	13	17	2	21
8	27	38	22	11	33	10
9	18	42	14	24	8	12
10	11	31	29	6	32	20
11	28	46	9	4	43	26
12	61	65	63	59	66	63
13	58	66	60	62	64	61
14	1	37	16	10	45	3
15	5	40	15	22	14	7
16	17	34	26	3	6	12
17	11	27	7	9	36	2
18	14	20	1	28	23	19
19	8	21	18	25	30	3
20	13	39	10	12	16	24
21	26	43	2	6	46	15
22	24	38	27	20	13	1
23	17	19	11	25	24	9
24	15	36	7	2	35	22
25	4	32	23	14	47	29
26	33	1	5	26	23	10
27	22	41	13	20	44	21
28	6	35	28	16	31	3
29	49	52	50	57	56	54
30	54	56	48	51	53	50
31	51	55	53	49	55	52
32		57	48			

Figura 3. Mapa de asignación de pasajeros para un Airbus A320 Neo.

La Figura 3 muestra la asignación para cada pasajero en el asiento de su grupo correspondiente, donde las columnas A y F corresponden a la ventana de la aeronave, C y D a pasillo y B y E al centro (particularmente, el Airbus A320 Neo solo cuenta con dos sillas en la fila 32) P.ej., El primer pasajero asignado en el grupo 1 viajará en la silla 26B.

La forma como se asignen los pasajeros impacta económicamente la operación, ya que cada ubicación tiene un precio que depende de los gustos particulares del tipo de cliente que haga la compra. En la Tabla 1 se puede observar que para Viva Air las posiciones con color rojo intenso tienen mayor precio que las demás. El precio es un factor decisivo al momento de efectuar la asignación de los asientos, ya que esto afecta la función objetivo de la solución. P.ej., si tuviésemos que elegir ubicar un pasajero en las sillas 1F y 24B, la decisión de asignar el pasajero en 24B nos daría una mayor ganancia potencial, ya que podríamos dejar libre el asiento 1F para otro cliente que desea comprar un asiento, tenga disponible la silla del precio más alto, lo cual potencialmente generará mayores ingresos a la compañía.

	A	B	C	D	E	F
1	39	34	39	39	34	39
2	34	29	34	34	29	34
3	34	29	34	34	29	34
4	34	29	34	34	29	34
5	34	29	34	34	29	34
6	27	22	27	27	22	27
7	27	22	27	27	22	27
8	27	22	27	27	22	27
9	27	22	27	27	22	27
10	27	22	27	27	22	27
11	27	22	27	27	22	27
12	29	24	29	29	24	29
13	29	24	29	29	24	29
14	18	12	18	18	12	18
15	18	12	18	18	12	18
16	18	12	18	18	12	18
17	18	12	18	18	12	18
18	18	12	18	18	12	18
19	18	12	18	18	12	18
20	18	12	18	18	12	18
21	18	12	18	18	12	18
22	18	12	18	18	12	18
23	18	12	18	18	12	18
24	14	9	14	14	9	14
25	14	9	14	14	9	14
26	14	9	14	14	9	14
27	14	9	14	14	9	14
28	14	9	14	14	9	14
29	14	9	14	14	9	14
30	14	9	14	14	9	14
31	14	9	14	14	9	14
32		9	14			

Tabla 1. Precios por silla en miles de COP.

Actualmente, Viva Air asigna realiza empíricamente la asignación de pasajeros. La lógica es la siguiente:

1. Ubica los pasajeros en el grupo 1 en ventana y pasillo.
2. Una vez las sillas de ventana y pasillo del grupo 1 estén ocupadas, pasa a ubicar a los pasajeros entre en los grupos 4 y 2 respectivamente. Ejemplo, si la reserva es la misma para 2 pasajeros, al no haber más sillas disponibles en el grupo 1, se ubica un pasajero en el grupo 4 y otro pasajero en el grupo 2. Es importante dejar pasajeros de una misma reserva lo más separado posibles, para fomentar en ellos la compra de las sillas.
3. Cuando las sillas de ventana y pasillo del grupo 4 y 2 estén asignadas, asignar las sillas del medio del grupo 1, luego asignar las sillas de los grupos 4 y 2.
4. Por último, asignar las sillas de los grupos 3 y 5.

Finalmente, el problema de asignación de asientos debe cumplir una serie de restricciones que se presentan a continuación:

1. Dejar libre las sillas con mayor precio por sus atributos (espacio, lugar, ingreso, etc.)
2. Dejar libre las sillas que por histórico tiene más posibilidad de ser vendidas.
3. Considerar las sillas ya escogidas o compradas por los pasajeros con antelación.
4. Si una reserva tiene más de una persona, estas deben quedar en posiciones separadas (para fomentar la compra de sillas)
5. Considerar la restricción de peso y balance del avión, para esto se debe asignar secuencialmente los pasajeros para cada una de las zonas.
6. Las últimas cuatro filas de avión no cuentan con ventana y debe ser asignadas de último para reservar de uso operacional.

3 Análisis de Datos Iniciales

Partiendo de la data de vuelos con destino a la ciudad de San Andrés, desde las 8 ciudades de origen disponibles, para el mes de junio de 2022, se realizó un análisis de datos detallado, el cual tenía por objeto determinar el ingreso (o valor vendido en COP) por cada silla en cada trayecto efectuado. El análisis se llevó a cabo de lo general a lo específico, logrando determinar información de interés para optimizar la asignación de pasajeros en los asientos de las aeronaves.

La información obtenida en el análisis de datos es la siguiente:

1. Total de vuelos y sillas vendidas por trayecto.
2. Sillas vendidas por trayecto.
3. Coeficiente de ocupación (o Load Factor) por silla en cada trayecto.
4. Ingreso (valor vendido en COP) por sillas en cada trayecto.

Inicialmente se encontró que la mayoría de los vuelos al destino mencionado se llevaron a cabo desde las ciudades de Medellín y Bogotá como se muestra en la Tabla 2. Consecuentemente, estas ciudades son las del mayor número de sillas vendidas.

TRAY- ECTO	TOTAL VUELOS	TOTAL SILLAS VEN- DIDAS
AXM-ADZ	9	580
BAQ-ADZ	13	693
BGA-ADZ	4	189
BOG-ADZ	78	3987
CLO-ADZ	60	3473
CTG-ADZ	14	655
MDE-ADZ	114	7306
PEI-ADZ	23	1479
Totales	315	18362

Tabla 2. Total vuelos y sillas vendidas por trayecto.

Lo anterior nos permite constatar que el comportamiento de compra en cada trayecto cambia considerablemente, haciendo necesario analizar en detalle el comportamiento por silla en cada trayecto. La Tabla 3(a)-(h) presenta las sillas vendidas por cada trayecto disponible en Colombia, en Viva Air, para visitar la ciudad de San Andrés. En color rojo oscuro se presentan las sillas más vendidas en cada trayecto. Las posiciones vacías significan que en el trayecto analizado no existió compra, por parte de los usuarios, de esas sillas. P.ej. el trayecto BGA-ADZ la ubicación que menos se compró fue la 1D, con 1 compra en 4 vuelos efectuados a la ciudad de San Andrés en junio de 2022.

AXM-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	5	6	2	2	2	2
2	6	4	3	4	5	5
3	3	2	3	2	2	3
4	4	3	2	3	2	2
5	3	3	2	1	2	2
6	8	8	3	1	7	7
7	6	7	5	2	4	6
8	4	4	2	3	1	3
9	4	5	3	1	2	2
10	2	3	2		2	3
11	2	2		1	1	1
12	3	2			2	3
13						
14	6	7	4	1	3	3
15	4	4	1	1	3	3
16	4	5	3		3	3
17	1	1	1	2	4	3
18	3	3	3	4	6	6
19	6	4	4	1	5	5
20	4	5	1		2	1
21	3	4	1	1	2	3
22	2	2	1		1	1
23	4	3	3			
24	7	9	2	4	10	9
25	7	8	3	2	8	7
26	10	8	5	3	5	5
27	6	6	3	2	5	5
28	4	4	3	4	4	4
29	2	2	1	1	3	4
30	2	3	2	4	4	2
31	1	1	1	1	1	2
32						

(a)

BAQ-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	7	5	5	6	7	9
2	10	4	7	9	9	10
3	10	4	8	7	5	6
4	5	2	3	4	4	5
5	1	2	2		1	2
6	9	4	6	4	7	11
7	6	5	6	6	7	10
8	10	7	4	4	3	6
9	5	2	1	2		1
10	1	3	1	1		
11	1	1	1	1	2	1
12	2	1	1	3	3	3
13			1	1	2	2
14	5	8	2	3	5	3
15	6	9	2	6	7	5
16	7	7	2	1	5	5
17	3	5	2	3	5	7
18	1	2	2	2	4	3
19	7	8	4	4	3	3
20	3	2	1	2	3	3
21	4	4	2		1	2
22	3	4	1	1	1	1
23	1	1			2	1
24	9	5	3	3	6	6
25	6	5	2	2	5	8
26	9	8	1	3	4	5
27	10	9	4	2	6	5
28	2	2	1	2	3	2
29	4	3	2	3	5	6
30	2	1	1		2	2
31		1	1	1	2	2
32	1					

(b)

BGA-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	4	4	3	1	2	2
2	2	2	3	4	3	2
3	2	2	1	2	2	2
4	2	1	1	1	1	
5			1	1	1	1
6	3	3	2	3	3	3
7	2	2	1			2
8						
9	1	1	1	1	1	
10	1	2	1		4	
11	1	1	1		1	1
12	1	1	1			
13	1	1	1			
14	3	3	1	1	2	2
15			3		1	1
16	1	1				1
17						
18	2	2				1
19	1	1		1	1	1
20						
21	1	1			3	
22	1	2	1			
23						
24	2	2	2	2	2	2
25	2	2	1	1	2	1
26	2	2	1	1	2	1
27	1	1	1		1	1
28		1			1	1
29	1	1			2	2
30	1	1		1	1	1
31						
32						

(c)

BOG-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	32	26	17	19	25	21
2	54	33	52	45	33	43
3	37	25	22	24	28	38
4	31	25	20	16	21	19
5	11	17	12	8	10	15
6	44	35	20	19	32	39
7	37	30	20	8	15	22
8	39	31	18	9	23	17
9	27	23	10	9	16	20
10	17	18	10	7	16	17
11	13	13	3	7	12	11
12	18	17	8	9	18	15
13	11	13	7	5	8	12
14	36	37	24	13	31	31
15	38	37	25	20	34	31
16	43	40	17	11	23	23
17	23	25	9	6	19	11
18	13	12	7	13	28	31
19	17	19	9	12	22	16
20	22	24	11	14	25	29
21	30	27	7	9	25	21
22	29	26	15	8	15	12
23	18	19	5	6	16	13
24	45	43	18	23	48	44
25	36	35	19	11	39	40
26	25	25	14	17	24	22
27	30	30	14	12	20	22
28	23	22	13	9	18	18
29	21	24	17	17	34	33
30	20	23	14	19	31	27
31	13	18	13	7	14	12
32		8	4			

(d)

Tabla 3(c)-(d). Cantidad de sillas vendidas por cada trayecto.

CLO-ADZ							CTG-ADZ							MDE-ADZ							PEI-ADZ							
	A	B	C	D	E	F		A	B	C	D	E	F		A	B	C	D	E	F		A	B	C	D	E	F	
1	28	32	23	26	26	27	1	7	5	3	9	5	6	1	54	54	36	30	52	64	1	12	7	5	6	13	12	
2	34	27	29	31	23	22	2	11	9	10	10	5	9	2	74	57	71	65	44	53	2	15	11	10	13	11	12	
3	21	19	12	18	16	22	3	9	7	7	4	6	8	3	64	40	39	44	34	42	3	10	11	7	9	16	14	
4	27	23	17	9	9	12	4	6	4	4	3	3	2	4	50	47	29	12	31	36	4	11	11	6	6	6	5	
5	9	12	10	7	10	4	5	4	2	1				5	14	18	9	10	20	7	5	5	7	4	5	6	3	
6	35	36	24	21	37	35	6	9	9	6	6	9	9	6	70	62	34	29	52	67	6	12	13	11	9	14	15	
7	21	23	14	12	15	19	7	5	5	2	3	8	7	7	57	46	19	16	33	48	7	13	14	12	9	17	15	
8	24	23	4	7	10	11	8	7	5	1	2	7	7	8	53	53	26	20	34	29	8	10	10	5	3	9	10	
9	17	19	7	12	8	13	9	4	2	3		2	3	9	36	34	19	24	18	29	9	10	11	3	3	9	10	
10	9	8	6	2	7	9	10	3	3	2	1		2	10	26	23	15	5	18	21	10	8	9	1	1	2	2	
11	6	8	1	1	8	6	11	1	1		1	2	4	11	27	25	6	3	19	18	11	5	6	1	1	4	2	
12	8	8	5	2	8	10	12	5	5	2	1	3	6	12	23	21	8	5	24	27	12	2	2		3	1	2	
13	1		2	2	6	5	13						1	13	15	15	9	6	20	20	13	1	4	8	1	3	2	
14	20	25	16	10	17	13	14	7	8	6	4	6	6	14	46	50	39	27	45	31	14	10	9	7	5	7	6	
15	25	30	9	12	23	20	15	7	7	5	5	5	4	15	34	50	34	25	43	38	15	9	12	7	5	6	7	
16	28	27	14	13	14	14	16	6	3	2		3	3	16	63	58	34	13	25	33	16	6	10	8	5	6	8	
17	19	25	7	7	14	10	17	4	3	1	1			17	48	44	19	11	30	26	17	8	7	4	3	5	6	
18	17	16	9	16	24	20	18	5	3	2	1	4	4	18	34	36	17	26	48	50	18	7	6	4	1	5	6	
19	21	30	21	20	20	13	19	3	2	1	2	4	3	19	30	44	31	21	47	36	19	8	8	7	4	3	4	
20	24	26	14	14	27	26	20	2	2	1	3	4	5	20	46	49	20	22	40	35	20	7	8	1	2	5	4	
21	22	26	8	8	17	13	21	3	4		2	2	4	21	59	61	17	10	36	40	21	10	10	1	2	9	10	
22	34	36	19	14	17	6	22	4	6	1		2	1	22	65	66	44	33	35	26	22	13	17	12	8	5	3	
23	25	24	18	16	18	16	23			1		1		23	52	49	24	33	41	34	23	7	8	5	6	9	4	
24	44	45	20	13	32	34	24	9	8	4	3	5	7	24	79	82	44	35	78	76	24	15	16	8	10	16	15	
25	33	37	26	26	41	42	25	6	6	3	3	6	5	25	54	72	48	51	83	80	25	11	16	7	8	14	10	
26	26	24	21	24	32	32	26	3	4		1	2	2	26	64	56	39	48	65	55	26	14	10	5	7	12	9	
27	33	35	23	22	28	28	27	4	4	1	1	4	4	27	69	74	48	49	64	63	27	13	12	10	10	11	13	
28	14	15	12	15	17	14	28	2	3	1	2	1	1	28	38	45	31	30	46	36	28	9	11	9	7	15	11	
29	30	28	19	27	39	36	29	6	6	2	3	6	4	29	67	60	32	39	77	75	29	8	12	9	11	15	14	
30	23	22	17	16	24	22	30	4	4			2	2	30	49	52	32	39	54	51	30	11	11	8	9	9	9	
31	17	18	11	9	15	12	31	1	3	2		2	2	31	31	40	34	30	38	37	31	5	6	5	4	7	6	
32		8	5				32							32		19	18				32		2	2				

(e)

(f)

(g)

(h)

Tabla 3(e)-(h). Cantidad de sillas vendidas por cada trayecto.

La Tabla 2 y Tabla 3(a)-(h) nos permitió calcular el Coeficiente de Ocupación (LF, Load Factor) por silla en cada trayecto. Esto representa la cantidad de asientos vendidos dividida la capacidad del avión, i.e., la cantidad de asientos vendidos por trayecto dividido los asientos ofrecidos en cada trayecto. Ver LF para cada trayecto en la Tabla 4(a)-(h).

AXM-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	56%	67%	22%	22%	22%	22%
2	67%	44%	33%	44%	56%	56%
3	33%	22%	33%	22%	22%	33%
4	44%	33%	22%	33%	22%	22%
5	33%	33%	22%	11%	22%	22%
6	89%	89%	33%	11%	78%	78%
7	67%	78%	56%	22%	44%	67%
8	44%	44%	22%	33%	11%	33%
9	44%	56%	33%	11%	22%	22%
10	22%	33%	22%	0%	22%	33%
11	22%	22%	0%	11%	11%	11%
12	33%	22%	0%	0%	22%	33%
13	0%	0%	0%	0%	0%	0%
14	67%	78%	44%	11%	33%	33%
15	44%	44%	11%	11%	33%	33%
16	44%	56%	33%	0%	33%	33%
17	11%	11%	11%	22%	44%	33%
18	33%	33%	33%	44%	67%	67%
19	67%	44%	44%	11%	56%	56%
20	44%	56%	11%	0%	22%	11%
21	33%	44%	11%	11%	22%	33%
22	22%	22%	11%	0%	11%	11%
23	44%	33%	33%	0%	0%	0%
24	78%	100%	22%	44%	111%	100%
25	78%	89%	33%	22%	89%	78%
26	111%	89%	56%	33%	56%	56%
27	67%	67%	33%	22%	56%	56%
28	44%	44%	33%	44%	44%	44%
29	22%	22%	11%	11%	33%	44%
30	22%	33%	22%	44%	44%	22%
31	11%	11%	11%	11%	11%	22%
32		0%	0%			

(a)

BAQ-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	54%	38%	38%	46%	54%	69%
2	77%	31%	54%	69%	69%	77%
3	77%	31%	62%	54%	38%	46%
4	38%	15%	23%	31%	31%	38%
5	8%	15%	15%	0%	8%	15%
6	69%	31%	46%	31%	54%	85%
7	46%	38%	46%	46%	54%	77%
8	77%	54%	31%	31%	23%	46%
9	38%	15%	8%	15%	0%	8%
10	8%	23%	8%	8%	0%	0%
11	8%	8%	8%	8%	15%	8%
12	15%	8%	8%	23%	23%	23%
13	0%	0%	8%	8%	15%	15%
14	38%	62%	15%	23%	38%	23%
15	46%	69%	15%	46%	54%	38%
16	54%	54%	15%	8%	38%	38%
17	23%	38%	15%	23%	38%	54%
18	8%	15%	15%	15%	31%	23%
19	54%	62%	31%	31%	23%	23%
20	23%	15%	8%	15%	23%	23%
21	31%	31%	15%	0%	8%	15%
22	23%	31%	8%	8%	8%	8%
23	8%	8%	0%	0%	15%	8%
24	69%	38%	23%	23%	46%	46%
25	46%	38%	15%	15%	38%	62%
26	69%	62%	8%	23%	31%	38%
27	77%	69%	31%	15%	46%	38%
28	15%	15%	8%	15%	23%	15%
29	31%	23%	15%	23%	38%	46%
30	15%	8%	8%	0%	15%	15%
31	0%	8%	8%	8%	15%	15%
32		8%	0%			

(b)

BGA-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	100%	100%	75%	25%	50%	50%
2	50%	50%	75%	100%	75%	50%
3	50%	50%	25%	50%	50%	50%
4	50%	25%	25%	25%	25%	0%
5	0%	0%	25%	25%	25%	25%
6	75%	75%	50%	75%	75%	75%
7	50%	50%	25%	0%	0%	50%
8	0%	0%	0%	0%	0%	0%
9	25%	25%	25%	25%	25%	0%
10	25%	50%	25%	0%	100%	0%
11	25%	25%	25%	0%	25%	25%
12	25%	25%	25%	0%	0%	0%
13	25%	25%	25%	0%	0%	0%
14	75%	75%	25%	25%	50%	50%
15	0%	0%	75%	0%	25%	25%
16	25%	25%	0%	0%	0%	25%
17	0%	0%	0%	0%	0%	0%
18	50%	50%	0%	0%	0%	25%
19	25%	25%	0%	25%	25%	25%
20	0%	0%	0%	0%	0%	0%
21	25%	25%	0%	0%	75%	0%
22	25%	50%	25%	0%	0%	0%
23	0%	0%	0%	0%	0%	0%
24	50%	50%	50%	50%	50%	50%
25	50%	50%	25%	25%	50%	25%
26	50%	50%	25%	25%	50%	25%
27	25%	25%	25%	0%	25%	25%
28	0%	25%	0%	0%	25%	25%
29	25%	25%	0%	0%	50%	50%
30	25%	25%	0%	25%	25%	25%
31	0%	0%	0%	0%	0%	0%
32		0%	0%			

(c)

Tabla 4(a)-(c). Coeficiente de ocupación (Load Factor) por silla en cada trayecto.

En el trayecto AXM-ADZ (Tabla 4(a)), para calcular el LF de la silla 10A, tenemos que la cantidad de esas sillas vendidas en ese trayecto (ver Tabla 3(c)) corresponde a 2, y el número de veces que se ofertó esa silla en junio de 2022 (Tabla 2) fue 9 veces. Entonces, el $LF=2/9$, lo que representa que el porcentaje de sillas 10A vendidas en el trayecto AXM-ADZ corresponde al 22% de todas las veces que se ofertó en el periodo de tiempo objeto de estudio.

BOG-ADZ							CLO-ADZ							CTG-ADZ						
	A	B	C	D	E	F		A	B	C	D	E	F		A	B	C	D	E	F
1	41%	33%	22%	24%	32%	27%	1	47%	53%	38%	43%	43%	45%	1	50%	36%	21%	64%	36%	43%
2	69%	42%	67%	58%	42%	55%	2	57%	45%	48%	52%	38%	37%	2	79%	64%	71%	71%	36%	64%
3	47%	32%	28%	31%	36%	49%	3	35%	32%	20%	30%	27%	37%	3	64%	50%	50%	29%	43%	57%
4	40%	32%	26%	21%	27%	24%	4	45%	38%	28%	15%	15%	20%	4	43%	29%	29%	21%	21%	14%
5	14%	22%	15%	10%	13%	19%	5	15%	20%	17%	12%	17%	7%	5	29%	14%	7%	0%	0%	0%
6	56%	45%	26%	24%	41%	50%	6	58%	60%	40%	35%	62%	58%	6	64%	64%	43%	43%	64%	64%
7	47%	38%	26%	10%	19%	28%	7	35%	38%	23%	20%	25%	32%	7	36%	36%	14%	21%	57%	50%
8	50%	40%	23%	12%	29%	22%	8	40%	38%	7%	12%	17%	18%	8	50%	36%	7%	14%	50%	50%
9	35%	29%	13%	12%	21%	26%	9	28%	32%	12%	20%	13%	22%	9	29%	14%	21%	0%	14%	21%
10	22%	23%	13%	9%	21%	22%	10	15%	13%	10%	3%	12%	15%	10	21%	21%	14%	7%	0%	14%
11	17%	17%	4%	9%	15%	14%	11	10%	13%	2%	2%	13%	10%	11	7%	7%	0%	7%	14%	29%
12	23%	22%	10%	12%	23%	19%	12	13%	13%	8%	3%	13%	17%	12	36%	36%	14%	7%	21%	43%
13	14%	17%	9%	6%	10%	15%	13	2%	0%	3%	3%	10%	8%	13	0%	0%	0%	0%	0%	7%
14	46%	47%	31%	17%	40%	40%	14	33%	42%	27%	17%	28%	22%	14	50%	57%	43%	29%	43%	43%
15	49%	47%	32%	26%	44%	40%	15	42%	50%	15%	20%	38%	33%	15	50%	50%	36%	36%	36%	29%
16	55%	51%	22%	14%	29%	29%	16	47%	45%	23%	22%	23%	23%	16	43%	21%	14%	0%	21%	21%
17	29%	32%	12%	8%	24%	14%	17	32%	42%	12%	12%	23%	17%	17	29%	21%	7%	7%	0%	0%
18	17%	15%	9%	17%	36%	40%	18	28%	27%	15%	27%	40%	33%	18	36%	21%	14%	7%	29%	29%
19	22%	24%	12%	15%	28%	21%	19	35%	50%	35%	33%	33%	22%	19	21%	14%	7%	14%	29%	21%
20	28%	31%	14%	18%	32%	37%	20	40%	43%	23%	23%	45%	43%	20	14%	14%	7%	21%	29%	36%
21	38%	35%	9%	12%	32%	27%	21	37%	43%	13%	13%	28%	22%	21	21%	29%	0%	14%	14%	29%
22	37%	33%	19%	10%	19%	15%	22	57%	60%	32%	23%	28%	10%	22	29%	43%	7%	0%	14%	7%
23	23%	24%	6%	8%	21%	17%	23	42%	40%	30%	27%	30%	27%	23	0%	0%	7%	0%	7%	0%
24	58%	55%	23%	29%	62%	56%	24	73%	75%	33%	22%	53%	57%	24	64%	57%	29%	21%	36%	50%
25	46%	45%	24%	14%	50%	51%	25	55%	62%	43%	43%	68%	70%	25	43%	43%	21%	21%	43%	36%
26	32%	32%	18%	22%	31%	28%	26	43%	40%	35%	40%	53%	53%	26	21%	29%	0%	7%	14%	14%
27	38%	38%	18%	15%	26%	28%	27	55%	58%	38%	37%	47%	47%	27	29%	29%	7%	7%	29%	29%
28	29%	28%	17%	12%	23%	23%	28	23%	25%	20%	25%	28%	23%	28	14%	21%	7%	14%	7%	7%
29	27%	31%	22%	22%	44%	42%	29	50%	47%	32%	45%	65%	60%	29	43%	43%	14%	21%	43%	29%
30	26%	29%	18%	24%	40%	35%	30	38%	37%	28%	27%	40%	37%	30	29%	29%	0%	0%	14%	14%
31	17%	23%	17%	9%	18%	15%	31	28%	30%	18%	15%	25%	20%	31	7%	21%	14%	0%	14%	14%
32		10%	5%				32		13%	8%				32		0%	0%			

(d)

(e)

(f)

Tabla 4(d)-(f). Coeficiente de ocupación (Load Factor) por silla en cada trayecto.

El coeficiente de ocupación o load factor, nos da una visión de que tan importante es esa silla para ese trayecto en cuanto a los gustos de compra de los clientes.

MDE-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	47%	47%	32%	26%	46%	56%
2	65%	50%	62%	57%	39%	46%
3	56%	35%	34%	39%	30%	37%
4	44%	41%	25%	11%	27%	32%
5	12%	16%	8%	9%	18%	6%
6	61%	54%	30%	25%	46%	59%
7	50%	40%	17%	14%	29%	42%
8	46%	46%	23%	18%	30%	25%
9	32%	30%	17%	21%	16%	25%
10	23%	20%	13%	4%	16%	18%
11	24%	22%	5%	3%	17%	16%
12	20%	18%	7%	4%	21%	24%
13	13%	13%	8%	5%	18%	18%
14	40%	44%	34%	24%	39%	27%
15	30%	44%	30%	22%	38%	33%
16	55%	51%	30%	11%	22%	29%
17	42%	39%	17%	10%	26%	23%
18	30%	32%	15%	23%	42%	44%
19	26%	39%	27%	18%	41%	32%
20	40%	43%	18%	19%	35%	31%
21	52%	54%	15%	9%	32%	35%
22	57%	58%	39%	29%	31%	23%
23	46%	43%	21%	29%	36%	30%
24	69%	72%	39%	31%	68%	67%
25	47%	63%	42%	45%	73%	70%
26	56%	49%	34%	42%	57%	48%
27	61%	65%	42%	43%	56%	55%
28	33%	39%	27%	26%	40%	32%
29	59%	53%	28%	34%	68%	66%
30	43%	46%	28%	34%	47%	45%
31	27%	35%	30%	26%	33%	32%
32		17%	16%			

(g)

PEI-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	52%	30%	22%	26%	57%	52%
2	65%	48%	43%	57%	48%	52%
3	43%	48%	30%	39%	70%	61%
4	48%	48%	26%	26%	26%	22%
5	22%	30%	17%	22%	26%	13%
6	52%	57%	48%	39%	61%	65%
7	57%	61%	52%	39%	74%	65%
8	43%	43%	22%	13%	39%	43%
9	43%	48%	13%	13%	39%	43%
10	35%	39%	4%	4%	9%	9%
11	22%	26%	4%	4%	17%	9%
12	9%	9%	0%	13%	4%	9%
13	4%	17%	35%	4%	13%	9%
14	43%	39%	30%	22%	30%	26%
15	39%	52%	30%	22%	26%	30%
16	26%	43%	35%	22%	26%	35%
17	35%	30%	17%	13%	22%	26%
18	30%	26%	17%	4%	22%	26%
19	35%	35%	30%	17%	13%	17%
20	30%	35%	4%	9%	22%	17%
21	43%	43%	4%	9%	39%	43%
22	57%	74%	52%	35%	22%	13%
23	30%	35%	22%	26%	39%	17%
24	65%	70%	35%	43%	70%	65%
25	48%	70%	30%	35%	61%	43%
26	61%	43%	22%	30%	52%	39%
27	57%	52%	43%	43%	48%	57%
28	39%	48%	39%	30%	65%	48%
29	35%	52%	39%	48%	65%	61%
30	48%	48%	35%	39%	39%	39%
31	22%	26%	22%	17%	30%	26%
32		9%	9%			

(h)

Tabla 4(g)-(h). Coeficiente de ocupación (Load Factor) por silla en cada trayecto.

Los LF's calculados nos permiten determinar el ingreso o ganancia obtenida en COP en cada una de las sillas para cada uno de los 8 trayectos analizados. Este valor de venta se obtiene multiplicando el valor en COP de cada silla (Tabla 1) con su correspondiente coeficiente de ocupación (Tabla 4(a)-(h)). Los ingresos calculados se presentan en la Tabla 5(a)-(h).

AXM-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	16.00	11.33	8.50	9.50	10.90	10.50
2	23.54	12.27	22.67	19.62	12.27	18.74
3	16.13	9.29	9.59	10.46	10.41	16.56
4	13.51	9.29	8.72	6.97	7.81	8.28
5	4.79	6.32	5.23	3.49	3.72	6.54
6	15.23	9.87	6.92	6.58	9.03	13.50
7	12.81	8.46	6.92	2.77	4.23	7.62
8	13.50	8.74	6.23	3.12	6.49	5.88
9	9.35	6.49	3.46	3.12	4.51	6.92
10	5.88	5.08	3.46	2.42	4.51	5.88
11	4.50	3.67	1.04	2.42	3.38	3.81
12	6.69	5.23	2.97	3.35	5.54	5.58
13	4.09	4.00	2.60	1.86	2.46	4.46
14	8.31	5.69	5.54	3.00	4.77	7.15
15	8.77	5.69	5.77	4.62	5.23	7.15
16	9.92	6.15	3.92	2.54	3.54	5.31
17	5.31	3.85	2.08	1.38	2.92	2.54
18	3.00	1.85	1.62	3.00	4.31	7.15
19	3.92	2.92	2.08	2.77	3.38	3.69
20	5.08	3.69	2.54	3.23	3.85	6.69
21	6.92	4.15	1.62	2.08	3.85	4.85
22	6.69	4.00	3.46	1.85	2.31	2.77
23	4.15	2.92	1.15	1.38	2.46	3.00
24	8.08	4.96	3.23	4.13	5.54	7.90
25	6.46	4.04	3.41	1.97	4.50	7.18
26	4.49	2.88	2.51	3.05	2.77	3.95
27	5.38	3.46	2.51	2.15	2.31	3.95
28	4.13	2.54	2.33	1.62	2.08	3.23
29	3.77	2.77	3.05	3.05	3.92	5.92
30	3.59	2.65	2.51	3.41	3.58	4.85
31	2.33	2.08	2.33	1.26	1.62	2.15
32		0.92	0.72			

(a)

BAQ-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	21.00	13.08	15.00	18.00	18.31	27.00
2	26.15	8.92	18.31	23.54	20.08	26.15
3	26.15	8.92	20.92	18.31	11.15	15.69
4	13.08	4.46	7.85	10.46	8.92	13.08
5	2.62	4.46	5.23	0.00	2.23	5.23
6	18.69	6.77	12.46	8.31	11.85	22.85
7	12.46	8.46	12.46	12.46	11.85	20.77
8	20.77	11.85	8.31	8.31	5.08	12.46
9	10.38	3.38	2.08	4.15	0.00	2.08
10	2.08	5.08	2.08	2.08	0.00	0.00
11	2.08	1.69	2.08	2.08	3.38	2.08
12	4.46	1.85	2.23	6.69	5.54	6.69
13	0.00	0.00	2.23	2.23	3.69	4.46
14	6.92	7.38	2.77	4.15	4.62	4.15
15	8.31	8.31	2.77	8.31	6.46	6.92
16	9.69	6.46	2.77	1.38	4.62	6.92
17	4.15	4.62	2.77	4.15	4.62	9.69
18	1.38	1.85	2.77	2.77	3.69	4.15
19	9.69	7.38	5.54	5.54	2.77	4.15
20	4.15	1.85	1.38	2.77	2.77	4.15
21	5.54	3.69	2.77	0.00	0.92	2.77
22	4.15	3.69	1.38	1.38	0.92	1.38
23	1.38	0.92	0.00	0.00	1.85	1.38
24	9.69	3.46	3.23	3.23	4.15	6.46
25	6.46	3.46	2.15	2.15	3.46	8.62
26	9.69	5.54	1.08	3.23	2.77	5.38
27	10.77	6.23	4.31	2.15	4.15	5.38
28	2.15	1.38	1.08	2.15	2.08	2.15
29	4.31	2.08	2.15	3.23	3.46	6.46
30	2.15	0.69	1.08	0.00	1.38	2.15
31	0.00	0.69	1.08	1.08	1.38	2.15
32		0.69	0.00			

(b)

BGA-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	21.67	22.67	8.67	8.67	7.56	8.67
2	22.67	12.89	11.33	15.11	16.11	18.89
3	11.33	6.44	11.33	7.56	6.44	11.33
4	15.11	9.67	7.56	11.33	6.44	7.56
5	11.33	9.67	7.56	3.78	6.44	7.56
6	24.00	19.56	9.00	3.00	17.11	21.00
7	18.00	17.11	15.00	6.00	9.78	18.00
8	12.00	9.78	6.00	9.00	2.44	9.00
9	12.00	12.22	9.00	3.00	4.89	6.00
10	6.00	7.33	6.00	0.00	4.89	9.00
11	6.00	4.89	0.00	3.00	2.44	3.00
12	9.67	5.33	0.00	0.00	5.33	9.67
13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
14	12.00	9.33	8.00	2.00	4.00	6.00
15	8.00	5.33	2.00	2.00	4.00	6.00
16	8.00	6.67	6.00	0.00	4.00	6.00
17	2.00	1.33	2.00	4.00	5.33	6.00
18	6.00	4.00	6.00	8.00	8.00	12.00
19	12.00	5.33	8.00	2.00	6.67	10.00
20	8.00	6.67	2.00	0.00	2.67	2.00
21	6.00	5.33	2.00	2.00	2.67	6.00
22	4.00	2.67	2.00	0.00	1.33	2.00
23	8.00	4.00	6.00	0.00	0.00	0.00
24	10.89	9.00	3.11	6.22	10.00	14.00
25	10.89	8.00	4.67	3.11	8.00	10.89
26	15.56	8.00	7.78	4.67	5.00	7.78
27	9.33	6.00	4.67	3.11	5.00	7.78
28	6.22	4.00	4.67	6.22	4.00	6.22
29	3.11	2.00	1.56	1.56	3.00	6.22
30	3.11	3.00	3.11	6.22	4.00	3.11
31	1.56	1.00	1.56	1.56	1.00	3.11
32		0.00	0.00			

(c)

Tabla 5(a)-(c). Ingreso (valor vendido en COP) por sillas en cada trayecto.

El valor de ingreso obtenido en estas tablas nos va a permitir calcular la función objetivo de las asignaciones que llevemos a cabo en cada trayecto, estos valores nos muestran que tan importante es asignar los pasajeros a una u otra silla. El color rojo oscuro muestra que el ingreso que obtiene la compañía por la venta de una silla, para el trayecto analizado, es mejor que otra. Cada tabla de ingreso presentada aquí de usarse en el trayecto correspondiente que se quiera analizar.

BOG-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	39.00	34.00	29.25	9.75	17.00	19.50
2	17.00	14.50	25.50	34.00	21.75	17.00
3	17.00	14.50	8.50	17.00	14.50	17.00
4	17.00	7.25	8.50	8.50	7.25	0.00
5	0.00	0.00	8.50	8.50	7.25	8.50
6	20.25	16.50	13.50	20.25	16.50	20.25
7	13.50	11.00	6.75	0.00	0.00	13.50
8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	6.75	5.50	6.75	6.75	5.50	0.00
10	6.75	11.00	6.75	0.00	22.00	0.00
11	6.75	5.50	6.75	0.00	5.50	6.75
12	7.25	6.00	7.25	0.00	0.00	0.00
13	7.25	6.00	7.25	0.00	0.00	0.00
14	13.50	9.00	4.50	4.50	6.00	9.00
15	0.00	0.00	13.50	0.00	3.00	4.50
16	4.50	3.00	0.00	0.00	0.00	4.50
17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
18	9.00	6.00	0.00	0.00	0.00	4.50
19	4.50	3.00	0.00	4.50	3.00	4.50
20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
21	4.50	3.00	0.00	0.00	9.00	0.00
22	4.50	6.00	4.50	0.00	0.00	0.00
23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
24	7.00	4.50	7.00	7.00	4.50	7.00
25	7.00	4.50	3.50	3.50	4.50	3.50
26	7.00	4.50	3.50	3.50	4.50	3.50
27	3.50	2.25	3.50	0.00	2.25	3.50
28	0.00	2.25	0.00	0.00	2.25	3.50
29	3.50	2.25	0.00	0.00	4.50	7.00
30	3.50	2.25	0.00	3.50	2.25	3.50
31	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
32		0.00	0.00			

(d)

CLO-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	18.20	18.13	14.95	16.90	14.73	17.55
2	19.27	13.05	16.43	17.57	11.12	12.47
3	11.90	9.18	6.80	10.20	7.73	12.47
4	15.30	11.12	9.63	5.10	4.35	6.80
5	5.10	5.80	5.67	3.97	4.83	2.27
6	15.75	13.20	10.80	9.45	13.57	15.75
7	9.45	8.43	6.30	5.40	5.50	8.55
8	10.80	8.43	1.80	3.15	3.67	4.95
9	7.65	6.97	3.15	5.40	2.93	5.85
10	4.05	2.93	2.70	0.90	2.57	4.05
11	2.70	2.93	0.45	0.45	2.93	2.70
12	3.87	3.20	2.42	0.97	3.20	4.83
13	0.48	0.00	0.97	0.97	2.40	2.42
14	6.00	5.00	4.80	3.00	3.40	3.90
15	7.50	6.00	2.70	3.60	4.60	6.00
16	8.40	5.40	4.20	3.90	2.80	4.20
17	5.70	5.00	2.10	2.10	2.80	3.00
18	5.10	3.20	2.70	4.80	4.80	6.00
19	6.30	6.00	6.30	6.00	4.00	3.90
20	7.20	5.20	4.20	4.20	5.40	7.80
21	6.60	5.20	2.40	2.40	3.40	3.90
22	10.20	7.20	5.70	4.20	3.40	1.80
23	7.50	4.80	5.40	4.80	3.60	4.80
24	10.27	6.75	4.67	3.03	4.80	7.93
25	7.70	5.55	6.07	6.07	6.15	9.80
26	6.07	3.60	4.90	5.60	4.80	7.47
27	7.70	5.25	5.37	5.13	4.20	6.53
28	3.27	2.25	2.80	3.50	2.55	3.27
29	7.00	4.20	4.43	6.30	5.85	8.40
30	5.37	3.30	3.97	3.73	3.60	5.13
31	3.97	2.70	2.57	2.10	2.25	2.80
32		1.20	1.17			

(e)

CTG-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	19.50	12.14	8.36	25.07	12.14	16.71
2	26.71	18.64	24.29	24.29	10.36	21.86
3	21.86	14.50	17.00	9.71	12.43	19.43
4	14.57	8.29	9.71	7.29	6.21	4.86
5	9.71	4.14	2.43	0.00	0.00	0.00
6	17.36	14.14	11.57	11.57	14.14	17.36
7	9.64	7.86	3.86	5.79	12.57	13.50
8	13.50	7.86	1.93	3.86	11.00	13.50
9	7.71	3.14	5.79	0.00	3.14	5.79
10	5.79	4.71	3.86	1.93	0.00	3.86
11	1.93	1.57	0.00	1.93	3.14	7.71
12	10.36	8.57	4.14	2.07	5.14	12.43
13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2.07
14	9.00	6.86	7.71	5.14	5.14	7.71
15	9.00	6.00	6.43	6.43	4.29	5.14
16	7.71	2.57	2.57	0.00	2.57	3.86
17	5.14	2.57	1.29	1.29	0.00	0.00
18	6.43	2.57	2.57	1.29	3.43	5.14
19	3.86	1.71	1.29	2.57	3.43	3.86
20	2.57	1.71	1.29	3.86	3.43	6.43
21	3.86	3.43	0.00	2.57	1.71	5.14
22	5.14	5.14	1.29	0.00	1.71	1.29
23	0.00	0.00	1.29	0.00	0.86	0.00
24	9.00	5.14	4.00	3.00	3.21	7.00
25	6.00	3.86	3.00	3.00	3.86	5.00
26	3.00	2.57	0.00	1.00	1.29	2.00
27	4.00	2.57	1.00	1.00	2.57	4.00
28	2.00	1.93	1.00	2.00	0.64	1.00
29	6.00	3.86	2.00	3.00	3.86	4.00
30	4.00	2.57	0.00	0.00	1.29	2.00
31	1.00	1.93	2.00	0.00	1.29	2.00
32		0.00	0.00			

(f)

Tabla 5(d)-(f). Ingreso (valor vendido en COP) por sillas en cada trayecto.

MDE-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	18.47	16.11	12.32	10.26	15.51	21.89
2	22.07	14.50	21.18	19.39	11.19	15.81
3	19.09	10.18	11.63	13.12	8.65	12.53
4	14.91	11.96	8.65	3.58	7.89	10.74
5	4.18	4.58	2.68	2.98	5.09	2.09
6	16.58	11.96	8.05	6.87	10.04	15.87
7	13.50	8.88	4.50	3.79	6.37	11.37
8	12.55	10.23	6.16	4.74	6.56	6.87
9	8.53	6.56	4.50	5.68	3.47	6.87
10	6.16	4.44	3.55	1.18	3.47	4.97
11	6.39	4.82	1.42	0.71	3.67	4.26
12	5.85	4.42	2.04	1.27	5.05	6.87
13	3.82	3.16	2.29	1.53	4.21	5.09
14	7.26	5.26	6.16	4.26	4.74	4.89
15	5.37	5.26	5.37	3.95	4.53	6.00
16	9.95	6.11	5.37	2.05	2.63	5.21
17	7.58	4.63	3.00	1.74	3.16	4.11
18	5.37	3.79	2.68	4.11	5.05	7.89
19	4.74	4.63	4.89	3.32	4.95	5.68
20	7.26	5.16	3.16	3.47	4.21	5.53
21	9.32	6.42	2.68	1.58	3.79	6.32
22	10.26	6.95	6.95	5.21	3.68	4.11
23	8.21	5.16	3.79	5.21	4.32	5.37
24	9.70	6.47	5.40	4.30	6.16	9.33
25	6.63	5.68	5.89	6.26	6.55	9.82
26	7.86	4.42	4.79	5.89	5.13	6.75
27	8.47	5.84	5.89	6.02	5.05	7.74
28	4.67	3.55	3.81	3.68	3.63	4.42
29	8.23	4.74	3.93	4.79	6.08	9.21
30	6.02	4.11	3.93	4.79	4.26	6.26
31	3.81	3.16	4.18	3.68	3.00	4.54
32		1.50	2.21			

(g)

PEI-ADZ						
	A	B	C	D	E	F
1	20.35	10.35	8.48	10.17	19.22	20.35
2	22.17	13.87	14.78	19.22	13.87	17.74
3	14.78	13.87	10.35	13.30	20.17	20.70
4	16.26	13.87	8.87	8.87	7.57	7.39
5	7.39	8.83	5.91	7.39	7.57	4.43
6	14.09	12.43	12.91	10.57	13.39	17.61
7	15.26	13.39	14.09	10.57	16.26	17.61
8	11.74	9.57	5.87	3.52	8.61	11.74
9	11.74	10.52	3.52	3.52	8.61	11.74
10	9.39	8.61	1.17	1.17	1.91	2.35
11	5.87	5.74	1.17	1.17	3.83	2.35
12	2.52	2.09	0.00	3.78	1.04	2.52
13	1.26	4.17	10.09	1.26	3.13	2.52
14	7.83	4.70	5.48	3.91	3.65	4.70
15	7.04	6.26	5.48	3.91	3.13	5.48
16	4.70	5.22	6.26	3.91	3.13	6.26
17	6.26	3.65	3.13	2.35	2.61	4.70
18	5.48	3.13	3.13	0.78	2.61	4.70
19	6.26	4.17	5.48	3.13	1.57	3.13
20	5.48	4.17	0.78	1.57	2.61	3.13
21	7.83	5.22	0.78	1.57	4.70	7.83
22	10.17	8.87	9.39	6.26	2.61	2.35
23	5.48	4.17	3.91	4.70	4.70	3.13
24	9.13	6.26	4.87	6.09	6.26	9.13
25	6.70	6.26	4.26	4.87	5.48	6.09
26	8.52	3.91	3.04	4.26	4.70	5.48
27	7.91	4.70	6.09	6.09	4.30	7.91
28	5.48	4.30	5.48	4.26	5.87	6.70
29	4.87	4.70	5.48	6.70	5.87	8.52
30	6.70	4.30	4.87	5.48	3.52	5.48
31	3.04	2.35	3.04	2.43	2.74	3.65
32		0.78	1.22			

(h)

Tabla 5(g)-(h). Ingreso (valor vendido en COP) por sillas en cada trayecto.

3.1 Adaptación como problema de flujo

En cuanto al análisis anterior, podemos adaptar el *Problema de Asignación de Asientos* como un *Problema de Flujo de Costo Mínimo* (MCFP, *Minimum-Cost Flow Problem*), el cual tiene como objetivo encontrar en un grafo el patrón de flujo x_{ij} de costo mínimo¹, donde cada arco (i,j) tiene un costo c_{ij} y una capacidad u_{ij} específicos. Cada nodo de la red tiene un suministro o demanda b_i . Si $b_i > 0$, el nodo es considerado fuente (s), si $b_i < 0$ es un sumidero (t), y si $b_i = 0$ es un nodo de transbordo. Lo anterior se presenta en la siguiente figura.

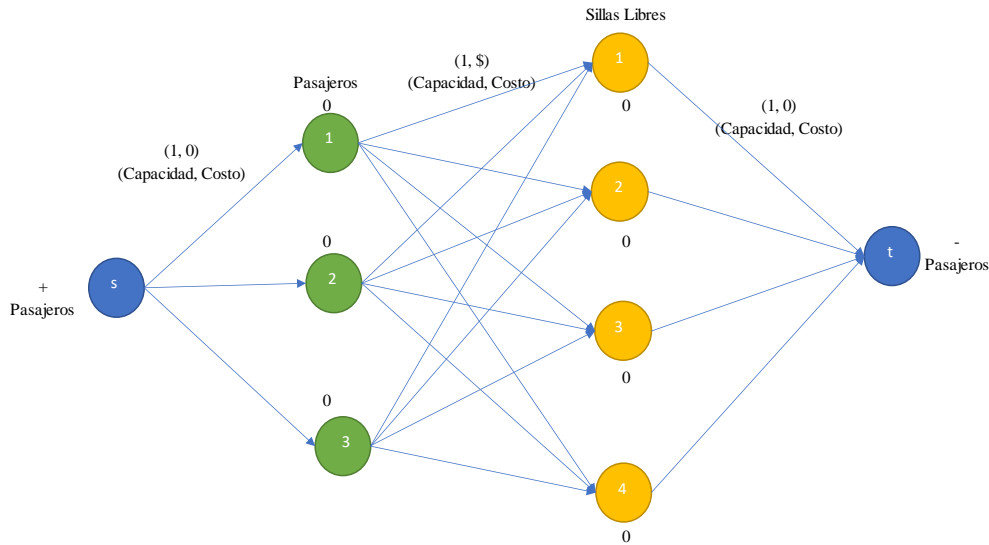


Figura 3. Adaptación del *Problema de Asignación de Asientos* como un problema de flujo

En el grafo de la figura 3, los nodos de color verde representan los pasajeros, los nodos amarillos representan las sillas libres y los arcos que conectan estos nodos van a representar el pasajero que asignamos a una silla. Además, se añaden nodos fuente (s) y sumidero (t), donde los arcos incidentes con estos permiten controlar, respectivamente, como asigno los pasajeros a las sillas y cuantos pasajeros asigne a cada silla. Los nodos verdes y amarillos tienen demanda 0, por ser nodos de transbordo, mientras que los nodos s y t tienen como demanda la cantidad de pasajeros a asignar, donde s (+) y t (-).

En cuanto a los arcos, tenemos que los arcos (s, nodos verdes) y (nodos amarillos, t) tienen capacidad para 1 persona y no cuentan con costo. Los arcos (nodos verdes, nodos amarillos) tienen capacidad 1, porque no se pueden asignar dos personas en la misma silla y el costo de elegir la silla estará dado por los valores de la Tabla 5.

El modelo del MCFP adaptado buscara entonces *minimizar el costo de oportunidad por la mala asignación de las sillas C_{ij}* , lo cual es equivalente a *maximizar las ganancias potenciales por vender las sillas vacías*. Donde X_{ij} es 1 si asignamos un pasajero a una silla determinada, 0 en otro caso. b_i representa la demanda de sillas disponibles en la aeronave y u_{ij} representa la capacidad de personas por asientos, en este caso es 1.

$$\begin{aligned}
 \min_x \quad & \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{(i,j) \in A(i)} x_{ij} - \sum_{(h,i) \in B(i)} x_{hi} = b_i \quad \forall i \in N \\
 & 0 \leq x_{ij} \leq u_{ij} \quad \forall (i,j) \in A
 \end{aligned}$$

Las restricciones presentes en la formulación anterior son las capacidades de los arcos y el balance o conservación del flujo. La formulación para este problema podría resolverse en AMPL. En la sección de apéndices se muestra un ejemplo de como sería la aplicación en AMPL.

¹ En este caso, el costo minino hace alusión al mínimo costo de oportunidad por la mala asignación de las sillas, lo cual es equivalente a decir que es el máximo de ganancia potencial por vender las sillas vacías. Estos valores se toman de la tabla 5.

4 Metodología

A continuación, se muestra el esquema general del método de solución propuesto que consta de dos fases (véase Figura 4). La primera fase consiste en un algoritmo heurístico aleatorizado (HA) que genera una solución en cada iteración, añadiendo aleatoriamente pasajeros a los asientos de un vuelo comercial. Esta asignación tiene en cuenta las restricciones de balance en la aeronave, separación de usuarios de una misma reserva y ubicación por grupos. La segunda fase consta de un mejoramiento de las soluciones construidas (con el HA) a través de un metaheurístico multi arranque (MA) que incorpora un procedimiento de búsqueda local, mejorando la calidad de la solución en cada iteración y ahorrando tiempos de cómputo.

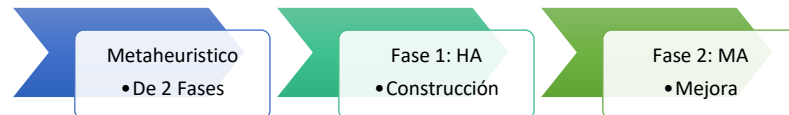


Figura 4. Metodología de Solución

4.1 Heurístico Aleatorizado

El heurístico aleatorizado (HA) desarrollado se presenta en el Algoritmo 1 y es basado en el algoritmo constructivo presentado por Ávila et al. [6]. El HA propuesto genera una solución añadiendo aleatoriamente pasajeros de A hasta completar la asignación del vuelo de la siguiente manera: el primer pasajero a insertar se elige de manera aleatoria. En los subsiguientes pasos, sea a_j el último pasajero añadido a nuestro vuelo parcial. De entre los pasajeros de A aún no insertados, preseleccionamos un conjunto $S(a_j)$ con los Alfa pasajeros candidatos a a_j según exista sillitas disponibles y el pasajero este alejado de otro que tenga la misma reserva. De este conjunto de pasajeros candidatos, elegimos uno aleatoriamente y lo insertamos a una silla del avión. El algoritmo finaliza cuando todos los pasajeros de A han sido añadidos a un asiento en el vuelo.

Algoritmo 1 HA

Entrada: Conjunto de pasajeros A .

Salida: Asignación de sillitas T para el SAP.

- 1: Elegimos un pasajero $a_0 \in A$ de manera aleatoria.
 - 2: $T := \{a_0\}$ y $A := A \setminus \{a_0\}$.
 - 3: **mientras** $A \neq \emptyset$ **hacer**
 - 4: Calcular $S(a_0)$ con los Alfa pasajeros candidatos de A a asignar por a_0 .
 - 5: Elegir un pasajero $a_j \in S(a_0)$ de manera aleatoria.
 - 6: $T := T \cup \{a_j\}$ y $A := A \setminus \{a_j\}$.
 - 7: $a_0 := a_j$.
 - 8: **fin mientras**
 - 9: Completamos la asignación de sillitas T con los pasajeros que cumplan las restricciones.
 - 10: **devolver** T
-

Algoritmo 1: Heurístico Aleatorizado.

Los elementos aleatorios del algoritmo nos permiten la construcción de diferentes soluciones posibles que serán usadas como puntos de partida para un algoritmo de mejora. Después de algunas pruebas computacionales, hemos fijado el número de arcos preseleccionados en cada paso a $Alfa = 0$, es decir, tener en cuenta todas las aristas candidatas.

4.2 Metaheurístico Multi-Start

Los métodos Multi-Start o Multi Arranque (MA) tienen dos fases: i) se encuentra la solución generada y ii) la solución es típicamente (pero no necesariamente) mejorada. Luego, cada iteración global produce una solución (generalmente un óptimo local) y el mejor en general es la salida del algoritmo.

En los últimos años se han propuesto muchas técnicas para la evitación de los óptimos locales. Una forma de lograr la diversificación es reiniciar la búsqueda de una nueva solución una vez que una región ha sido extensamente explorada. Las estrategias Multi-Start se pueden usar para guiar la construcción de nuevas soluciones en un horizonte de largo plazo del proceso de búsqueda.

El Algoritmo 2 muestra un pseudo código del algoritmo de multi arranque diseñado. Una solución x_i es encontrada en el paso 1 en la iteración i . Este paso, es encontrado mediante el HA. El paso 2 es dedicado exclusivamente a la mejora de la solución inicial encontrada, obteniendo la solución x'_i . Esta mejora es encontrada mediante un método de búsqueda local.

Algoritmo 2 MA

Entrada: Conjunto de pasajeros A .

Salida: Asignación de sillas x' mejorada para el SAP.

```

1: Mientras no se cumpla el número de iteraciones hacer
2:   Paso 1. (Generación)
3:     Construir una solución  $x_i$ .
4:   Paso 2. (Búsqueda Local)
5:      $x' :=$  mejor solución en la Busqueda Local ( $x_i$ )
6:   Si ( $x'$  mejora la Solución Incumbente  $T$ )
7:      $T := x'$ .
8:    $i := i + 1$ .
9: Fin Mientras
10: devolver  $T$ 
```

Algoritmo 2. Metaheurístico Multi-Start.

4.3 Búsqueda Local

La búsqueda local es proceso iterativo que empieza en una solución y la mejora realizando modificaciones locales. Básicamente empieza con una solución inicial x_i y busca en su vecindad por una mejor solución. Si la encuentra, reemplaza su solución actual por la nueva y continua con el proceso, hasta que no se pueda mejorar la solución actual T . La vecindad son todas las posibilidades de soluciones que se consideran en cada punto. La estrategia utilizada en nuestra propuesta es la *first-improvement* (seleccionar el primer vecino que mejora la solución), véase Algoritmo 3.

Algoritmo 3 Búsqueda Local

Entrada: solución construida $s = x_i$

Salida: solución mejorada s .

Procedimiento Búsqueda Local

s = genera una solución inicial

while s no es ótimo local do

$s' \in N(s)$ con $f(s) < f(s')$

(solución mejor dentro de la vecindad de s)

$s \leftarrow s'$

end

return s

Algoritmo 3. Búsqueda Local

El procedimiento de búsqueda local diseñado intercambiar pasajeros evaluando en que posición podría obtenerse una mayor ganancia potencial para la compañía. Gráficamente, el movimiento puede verse en la Figura 5.

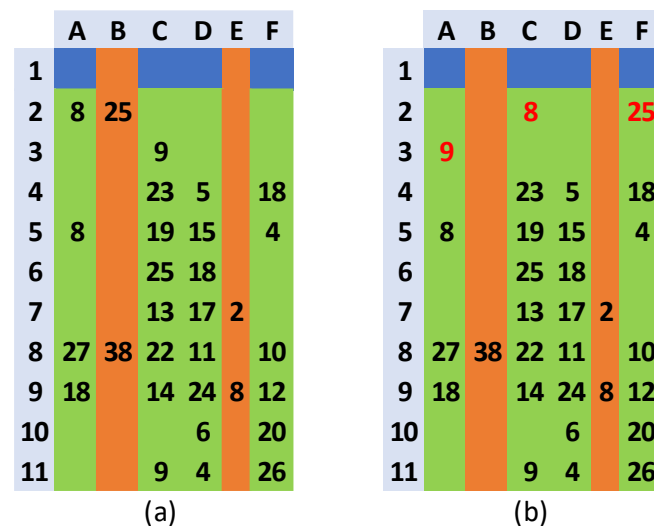


Figura 5. Movimiento Intercambiar Pasajeros

La Figura 5 (a) muestra una asignación de sillas inicial x_i a la cual se le aplica el procedimiento de búsqueda local y se obtienen los cambios (ver Figura 5 (b) pasajeros en color rojo) en el primer caso del pasajero 9, luego el pasajero 8 y por último el pasajero 25. El procedimiento evalúa cada uno de los movimientos mostrados y define cual sería el que genera la mejor solución.

5 Experimentos Computacionales

El método de solución diseñado se codificó en *Microsoft Visual Basic for Applications* (MS VBA) con un computador Intel(R) Core (TM) i5-4200 CPU, a 1.6 GHz y 4.00GB de RAM, y se implementó en ocho instancias obtenidas de la data aportada por Viva Air. El código y las soluciones está disponible en: https://github.com/juliomariodaza/PROYECTO_FINAL.git

5.1 Descripción de las Instancias

El conjunto de instancias de referencia para el SAP consta de ocho instancias de problemas (una para cada trayecto) en las que se pueden computar los valores de la función objetivo obtenidos por la asignación de Viva Air. Los detalles de todas las instancias generadas se resumen en la Tabla 6.

Instancia Origen-Destino	Número de Vuelo	Fecha del Vuelo	Sillas Disponibles	Pasajeros por Asignar	Ganancia Obtenida VIVA AIR
AXM-ADZ	58941	6/11/2022	92	96	488.7
BAQ-ADZ	57261	6/17/2022	100	88	483.6
BGA-ADZ	57341	6/11/2022	82	106	360.0
BOG-ADZ	56201	6/15/2022	68	120	341.2
CLO-ADZ	55361	6/15/2022	70	118	139.7
CTG-ADZ	59601	6/27/2022	38	150	230.1
MDE-ADZ	55221	6/21/2022	72	116	136.5
PEI-ADZ	57301	6/23/2022	78	110	161.6

Tabla 6. Detalle del conjunto de instancias.

5.2 Configuración de Experimentos

El algoritmo metaheurístico de dos fases se ejecutó en 8 instancias del SAP que se resumen en la Tabla 6. Las corridas se efectuaron de manera independiente, y de acuerdo con la naturaleza estocástica del método de solución, se ejecutaron 30 pruebas (con semillas aleatorias entre 1 a 30). El número máximo de evaluaciones para cada prueba (criterio de parada del algoritmo) es de 500.

Por el carácter estocástico de nuestro método, la mejor solución encontrada de todas las evaluaciones promediadas sobre múltiples pruebas independientes se calcula de la siguiente manera:

$$\bar{P} = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R P_i^*$$

Donde R es el número de ejecuciones independientes (es decir, R = 30), y P_i^* es la mejor solución encontrada de todas las evaluaciones en la ejecución i.

5.3 Análisis de Resultados

La Tabla 7 y 8 muestra los resultados obtenidos por el HA y MA versus la solución obtenida por el método actual de asignación de sillas de Viva Air, la Tabla 9 presenta la comparación del HA versus MA. Las columnas de las tablas se componen de **mean** que es la calidad de solución promedio de las 30 ejecuciones, **stdev** es la desviación estándar, **min** es el peor resultado de las 30 ejecuciones, **max** es el mejor resultado de las 30 ejecuciones y **bks** (*best known solution*) es la ganancia potencial obtenida por las reglas empíricas utilizadas por la aerolínea Viva Air. Todos los valores se calculan en la salida generada por el código fuente.

Instancia	mean	stdev	max	min	bks	GAP
AXM-ADZ	452.58	27.63	475.56	424.58	488.67	2.76%
BAQ-ADZ	412.03	28.66	437.92	395.03	483.64	10.44%
BGA-ADZ	318.56	32.01	339.75	279.56	360.00	5.96%
BOG-ADZ	266.60	30.37	287.77	236.60	341.22	18.57%
CLO-ADZ	133.66	43.44	155.17	91.66	139.70	-9.97%
CTG-ADZ	269.63	48.99	297.07	228.63	230.07	-22.55%
MDE-ADZ	138.17	43.51	140.43	78.17	136.54	-2.77%
PEI-ADZ	183.41	34.22	192.17	163.41	161.61	-15.90%

Tabla 7. Resultados del HCA versus Viva Air.

Instancia	mean	stdev	max	min	Bks	GAP
AXM-ADZ	660.19	38.30	675.22	612.00	488.67	-27.63%
BAQ-ADZ	830.00	32.50	777.49	819.00	483.64	-37.79%
BGA-ADZ	554.21	18.10	604.50	481.00	360.00	-40.45%
BOG-ADZ	492.91	21.40	492.18	443.00	341.22	-30.67%
CLO-ADZ	252.10	32.20	290.10	217.00	139.70	-51.84%
CTG-ADZ	511.45	23.10	544.14	482.00	230.07	-57.72%
MDE-ADZ	243.30	43.66	294.97	221.00	136.54	-53.71%
PEI-ADZ	307.43	24.65	353.30	297.00	161.61	-54.26%

Tabla 8. Resultados del MA versus Viva Air.

Instancia	max HA	max MA	GAP
AXM-ADZ	475.56	675.22	-41.99%
BAQ-ADZ	437.92	777.49	-77.54%
BGA-ADZ	339.75	604.50	-77.92%
BOG-ADZ	287.77	492.18	-71.03%
CLO-ADZ	155.17	290.10	-86.96%
CTG-ADZ	297.07	544.14	-83.17%
MDE-ADZ	140.43	294.97	-110.05%
PEI-ADZ	192.17	353.30	-83.85%

Tabla 9. Resultados del HCA versus MA.

Los experimentos sobre las instancias de referencia ofrecidas por la Viva Air muestran que nuestro algoritmo presenta mejoras en las soluciones encontradas en la fase 2 con respecto a la fase 1, hasta en un 110.05% en el mejor de los casos y en un 41.99% en el peor de los casos. Además, la asignación de asientos obtenida fue de mayor calidad que la establecida por las reglas empíricas utilizadas por la aerolínea. En el mejor de los casos las ganancias potenciales encontradas por nuestra alternativa algorítmica ascienden a un 57.7%, lo cual demuestra que aplicar técnicas de optimización combinatoria permite generar mejoras en la asignación de pasajeros.

Conclusiones

En este artículo presentamos un nuevo algoritmo SAP, la primera fase consiste en un algoritmo heurístico aleatorizado (HA) que genera una solución en cada iteración, añadiendo aleatoriamente pasajeros a los asientos de un vuelo comercial. Esta asignación tiene en cuenta las restricciones de balance en la aeronave, separación de usuarios de una misma reserva y ubicación por grupos. La segunda fase será realizada posteriormente y constará de un mejoramiento de las soluciones construidas (con el HA) a través de un metaheurístico multi arranque (MA) que incorpora un procedimiento de búsqueda local, mejorando la calidad de la solución en cada iteración y ahorrando tiempos de cálculos.

Experimentos sobre las instancias de referencia de la literatura muestran que el algoritmo propuesto aun no encuentra soluciones cercanas al óptimo en un corto tiempo de cómputo. Los elementos aleatorios del algoritmo nos permiten la construcción de diferentes soluciones posibles, que podrían ser usadas como puntos de partida para un algoritmo metaheurístico. Finalmente, nuestro procedimiento puede extenderse fácilmente para hacer frente a nuevas instancias del SAP.

References

- [1] «A320neo family information, Maximum benefit and minimum change». Airbus.com. 1 de julio de 2011. Archivado desde el original el 26 de octubre de 2011. Consultado el 30 de octubre de 2022.
- [2] Sherali HD, Bish Ek, Zhu X (2006) Airline fleet assignment concepts, models, and algorithms. *European Journal of Operational Research* 172:1–30.
- [3] Gopalakrishnan B, Johnson EL (2005) Airline crew scheduling: state-of-the-art. *Annals of Operations Research* 140:305–337.
- [4] Yu G, Thengwall BG (2002) Airline optimization. In Pardalos P, Resende MGC (eds) *Handbook of Applied Optimization*, Oxford University Press, New York, pp 689–703.
- [5] Sato K, Sawaki K (2009) A multiple class seat allocation model with replenishment. *Journal of Operations Research Society of Japan* 52:355–365.
- [6] T. Ávila, A. Corberán, I. Plana, JM. Sanchís Llopis. “The stacker crane problem and the directed general routing problem”. *Networks*. 65(1):43-55, 2015.

Apéndices

La aplicación en AMPL se lleva a cabo en dos ficheros:

1. MinCostFlowProblem.mod
2. MinCostFlowProblem.dat

El fichero MinCostFlowProblem.mod presenta el modelo comentado para el MCFP, compuesto de los parámetros, las variables, la función objetivo y las restricciones:

```
param NODOS;                                # Número de Nodos del Grafo.
set ARCOS within {1..NODOS, 1..NODOS};      # ARCOS contenidos (within) entre los Nodos.
param COSTO{ARCOS};                         # Costo de los Arcos (i,j).
param CAPACIDAD{ARCOS};                    # Capacidad de los Arcos (i, j).
param DEMANDA{1..NODOS};                  # Demanda de los Nodos.
check: sum{i in 1..NODOS} DEMANDA[i] = 0;   # Verificar que la suma de las demandas sea cero.

var X{ARCOS} >= 0;                          # Definición de Variables de Flujo X_ij.

minimize COSTO_TOTAL:                      # Definición de Función Objetivo (FO): Min MCF.
    sum{(i,j) in ARCOS} COSTO[i,j] * X[i,j];
subject to BALANCE {i in 1..NODOS}:        # Restricción de Balance (Int Flow == Out Flow).
    sum{(i,j) in ARCOS} X[i,j] - sum{(j,i) in ARCOS} X[j,i] = DEMANDA[i];
subject to CAPACIDAD_ARCOS {(i,j) in ARCOS}: # Restricción de Capacidad.
    X[i,j] <= CAPACIDAD[i,j];              # Limita el Flujo Máximo en los Arcos (i,j).
```

El fichero MinCostFlowProblem.dat presenta los datos del problema presentado en la sección 3, así como las rutinas para dar solución al mismo y la formulación explícita:

```
param NODOS:=4;                             # Número de Nodos.
param DEMANDA:=
    1  2
    2  2
    3 -2
    4 -2;                                    # Demandas de los Nodos.

param: ARCOS: COSTO:=
    1  2      1
    1  3      5
    2  3      1
    3  4      2
    2  4      4;                            # Costo de enviar flujo por los Arcos (i,j).

param: CAPACIDAD:=
    1  2  1
    1  3      3
    2  3      2
    3  4      3
    2  4      2;                            # Flujo Máximo permitido en los Arcos (i,j).

option solver_msg 0;                         # Silenciar el resultado de AMPL por defecto.
option solver Cplex;                         # Invocar el solver CPLEX.
solve;                                       # Resolver el MCFP (Minimum Cost Flow Problem).
printf "\n\n\t\t |*****|";
printf "\n\t\t |***** Minimum Cost Flow Problem *****|";
printf "\n\t\t |***** Julio Mario Daza Escorcía *****|";
printf "\n\t\t |***** Flujo en Redes - UNIANDÉS *****|";
printf "\n\t\t |*****|";
for {(i,j) in ARCOS: X[i,j] > 0}           # Mostramos el valor de las Vbles de Flujo.
{
    printf "\t\t\t-> Flujo X del Arco (%d,%d) = %g\n", i,j,X[i,j];
}
printf "\t\t\t-> FO MÍNIMO ", COSTO_TOTAL; # Mostrar el valor de la FO: Min MCF.
display COSTO_TOTAL;
printf "\n\t\t |*****|";
printf "\n\t\t |***** Modelo en Forma Explícita *****|";
printf "\n\t\t |*****|";
expand;                                     # Mostrar modelo matemático en forma explícita.
```

La consola de AMPL muestra la solución para el MCFP, allí se presenta el valor de la función objetivo, así como el valor de las variables de flujo y la formulación explícita.

```
|*****|
|***** Minimum Cost Flow Problem *****|
|***** Julio Mario Daza Escorcía *****|
|***** Flujo en Redes - UNIANDÉS *****|
|*****|

-> Flujo X del Arco (1,2) = 1
-> Flujo X del Arco (1,3) = 1
-> Flujo X del Arco (2,3) = 2
-> Flujo X del Arco (3,4) = 1
```

```
-> Flujo X del Arco (2,4) = 1
-> FO MÍNIMO COSTO_TOTAL = 14

|*****|
|***** Modelo en Forma Explícita *****|
|*****|

minimize COSTO_TOTAL:
    X[1,2] + 5*X[1,3] + X[2,3] + 2*X[3,4] + 4*X[2,4];
subject to BALANCE[1]:
    X[1,2] + X[1,3] = 2;
subject to BALANCE[2]:
    -X[1,2] + X[2,3] + X[2,4] = 2;
subject to BALANCE[3]:
    -X[1,3] - X[2,3] + X[3,4] = -2;
subject to BALANCE[4]:
    -X[3,4] - X[2,4] = -2;
subject to CAPACIDAD_ARCOS[1,2]:
    X[1,2] <= 1;
subject to CAPACIDAD_ARCOS[1,3]:
    X[1,3] <= 3;
subject to CAPACIDAD_ARCOS[2,3]:
    X[2,3] <= 2;
subject to CAPACIDAD_ARCOS[3,4]:
    X[3,4] <= 3;
subject to CAPACIDAD_ARCOS[2,4]:
    X[2,4] <= 2;
```