



**FACULTAD  
DE INGENIERIA**  
Universidad de Buenos Aires

# Árboles Rojo-Negro

**Algoritmos y programación II (75.41 & 95.15)**

**Curso Mariano Méndez**

2do cuatrimestre 2020  
Mariano Mendez

# Definición





El color de un nodo es Rojo o es Negro



El color del nodo raíz es siempre Negro



Todas las hojas (NULL) son de color Negro

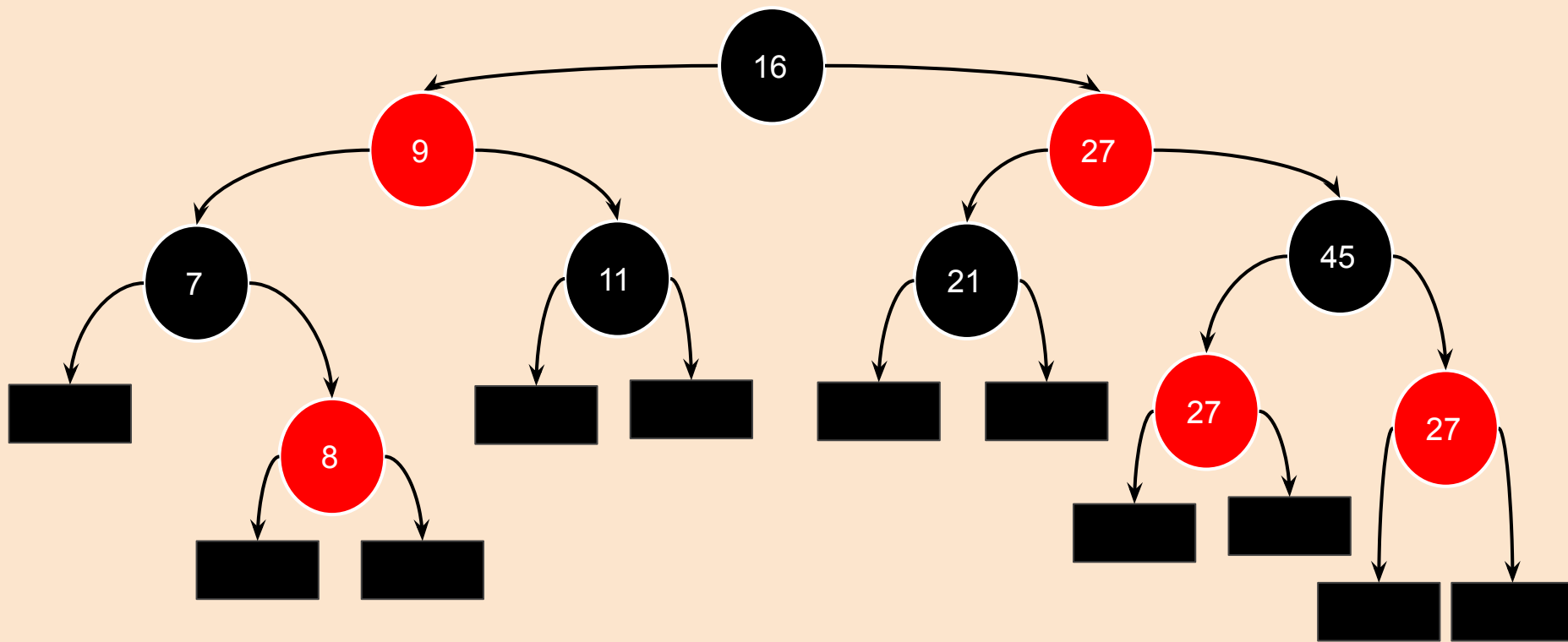


Si un nodo es Rojo sus hijos deben ser de color Negro ( o cada nodo rojo debe tener un padre negro)



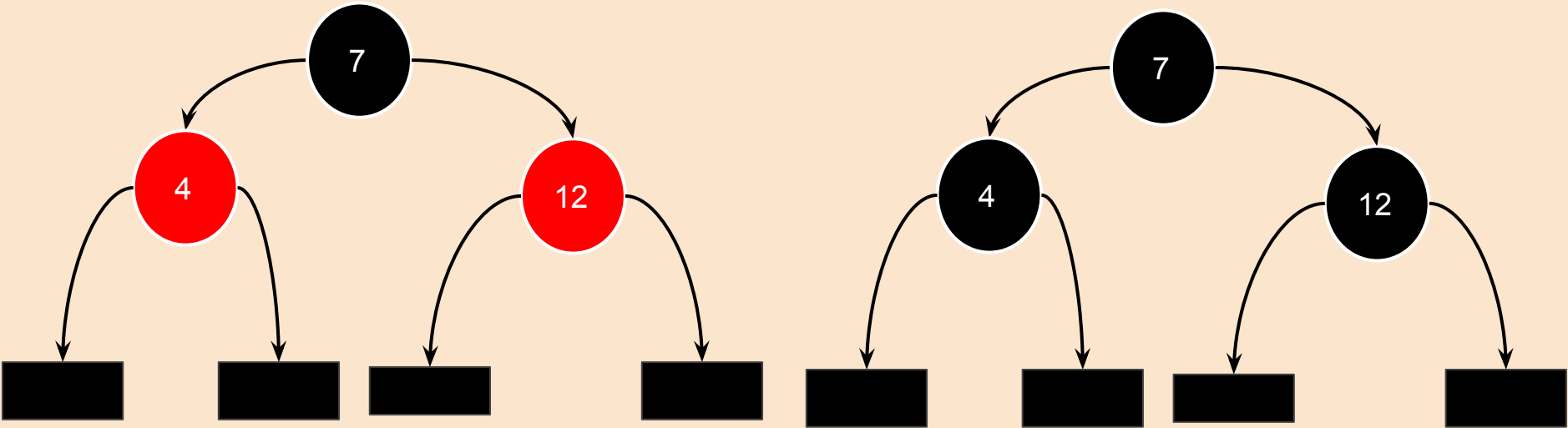
Cada camino desde un nodo dado a cualquiera de sus hojas tiene el mismo número de nodos de color Negro

# Arbol Rojo- Negro

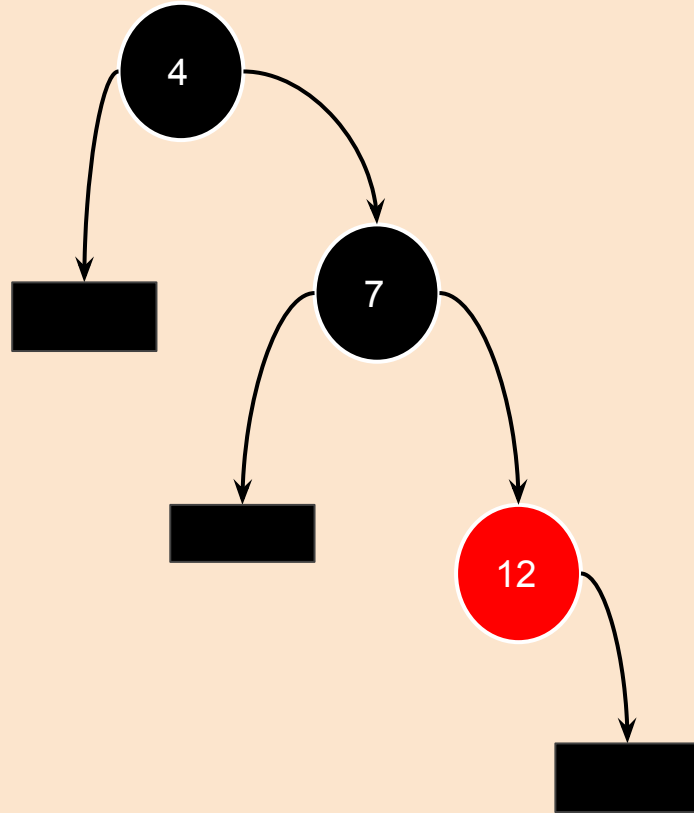
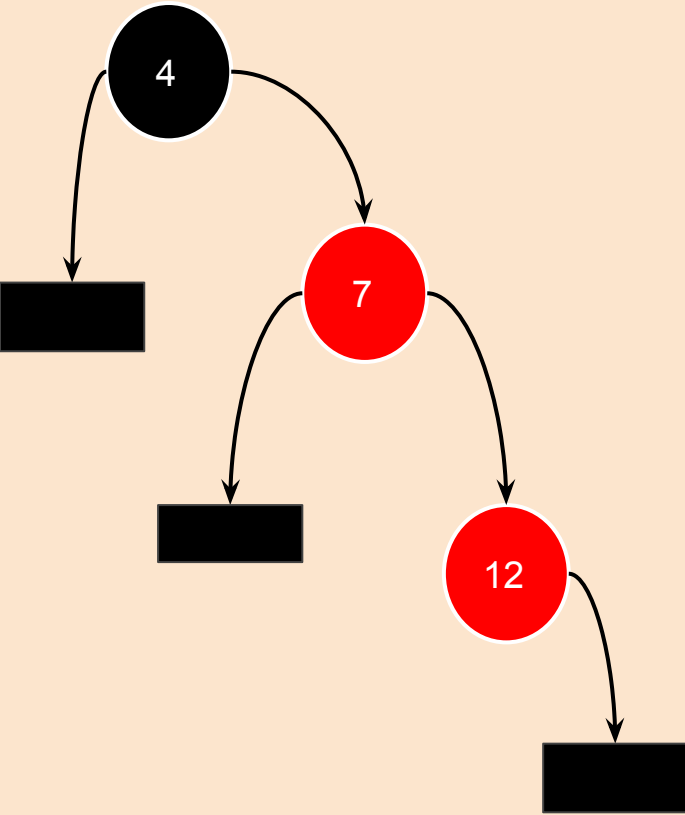


El camino más largo desde la raíz a una hoja, no es más que dos veces de largo que el camino mas corto del árbol desde la raíz a cualquier hoja

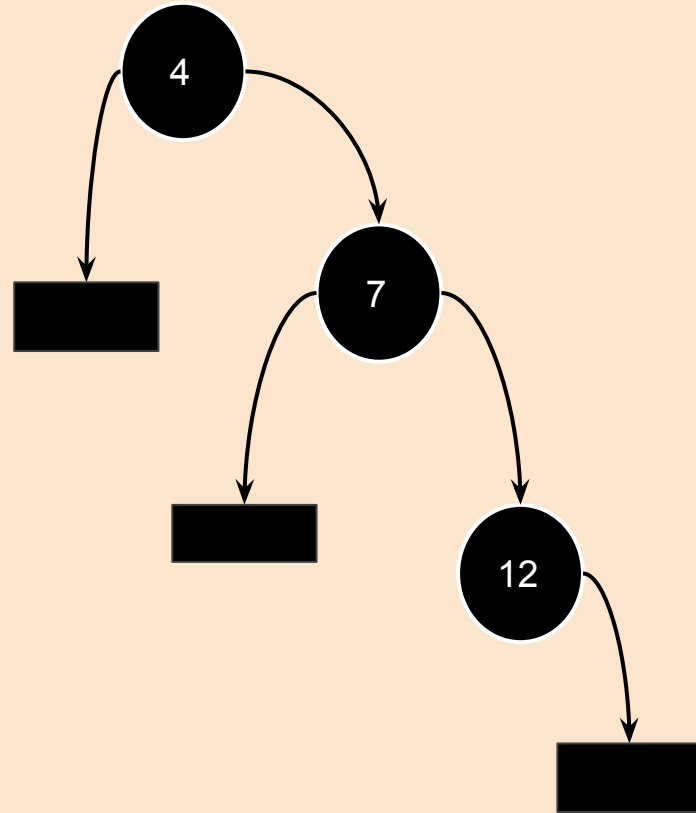
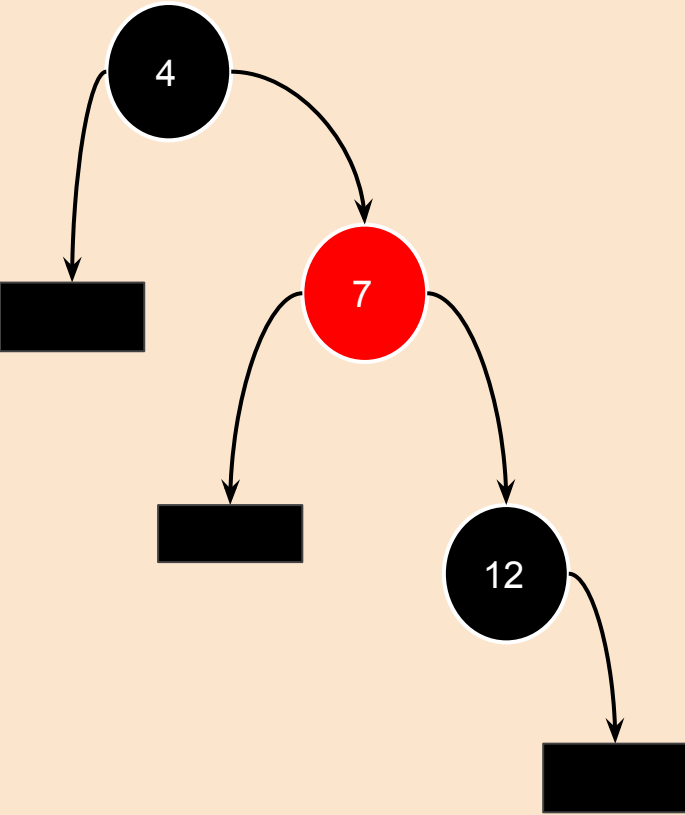
# Arbol Rojo- Negro: Configuraciones Equivalentes



# Arbol Rojo- Negro: Configuraciones Erróneas



# Arbol Rojo- Negro: Configuraciones Erróneas



# Arbol Rojo- Negro: Implementación

```
typedef struct nn {  
    int color;  
    int clave;  
    struct nn *left, *right, *padre;  
} nodo, *pnodo;
```



# Rotaciones





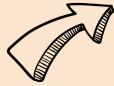
La inserción comienza añadiendo el nodo como se haría en un árbol binario de búsqueda convencional y pintándose de rojo.



Lo que sucede después depende del color de otros nodos cercanos.



El término tío nodo será usado para referenciar al hermano del padre de un nodo, como en los árboles familiares humanos.



La propiedad 3 (Todas las hojas, incluyendo las nulas, son negras) siempre se cumple.



La propiedad 4 (Ambos hijos de cada nodo rojo son negros) está amenazada solo por añadir un nodo rojo, por repintar un nodo negro de color rojo o por una rotación.



La propiedad 5 (Todos los caminos desde un nodo dado hasta sus nodos hojas contiene el mismo número de nodos negros) está amenazada solo por repintar un nodo negro de color rojo o por una rotación.



Al contrario de lo que sucede en otros árboles como puede ser el Árbol AVL, en cada inserción se realiza un máximo de una rotación, ya sea simple o doble.



Por otra parte, se asegura un tiempo de recoloración máximo de  $O(\log 2 n)$  por cada inserción.



La propiedad 3 (Todas las hojas, incluyendo las nulas, son negras) siempre se cumple.



La propiedad 4 (Ambos hijos de cada nodo rojo son negros) está amenazada solo por añadir un nodo rojo, por repintar un nodo negro de color rojo o por una rotación.

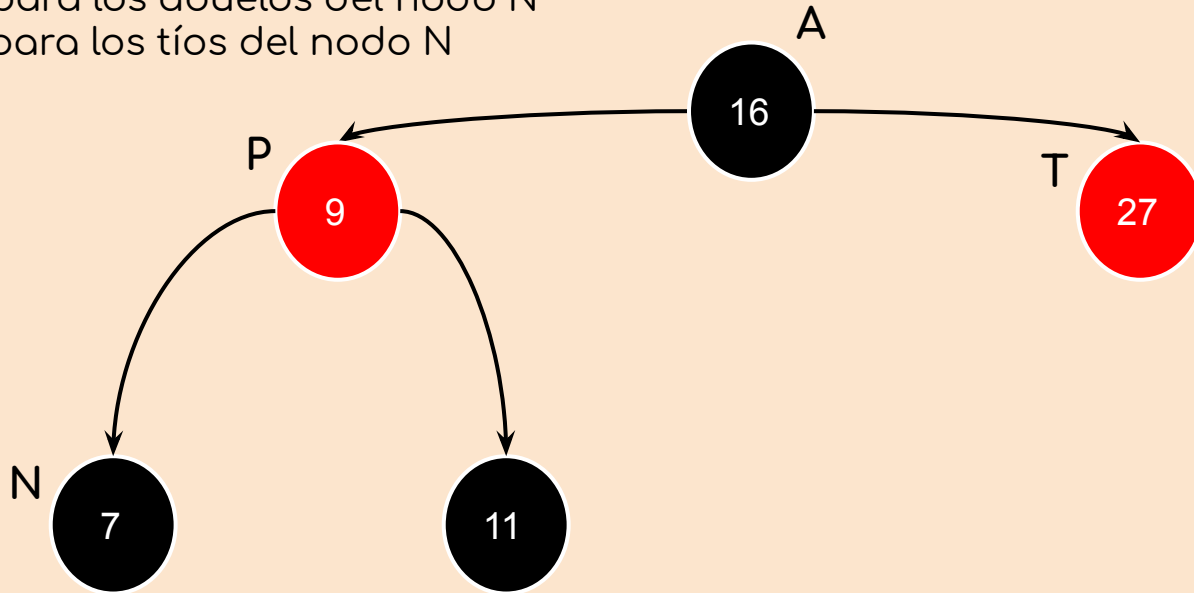


N será utilizada por el nodo que está siendo insertado

P para los padres del nodo N

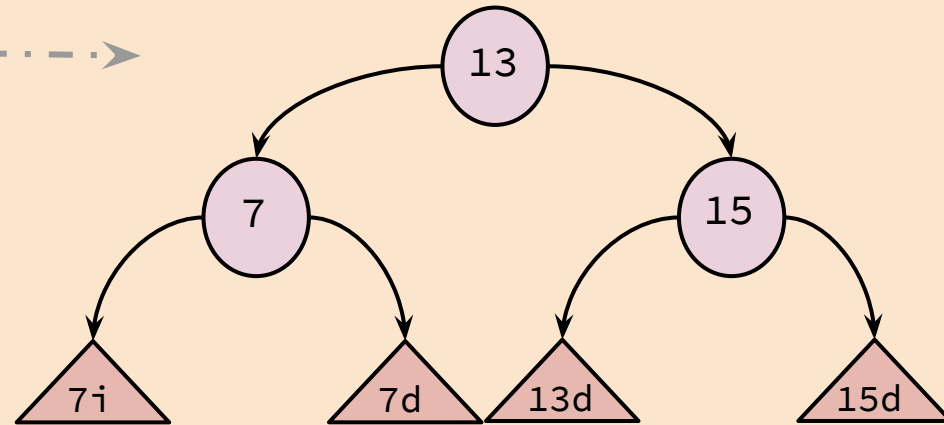
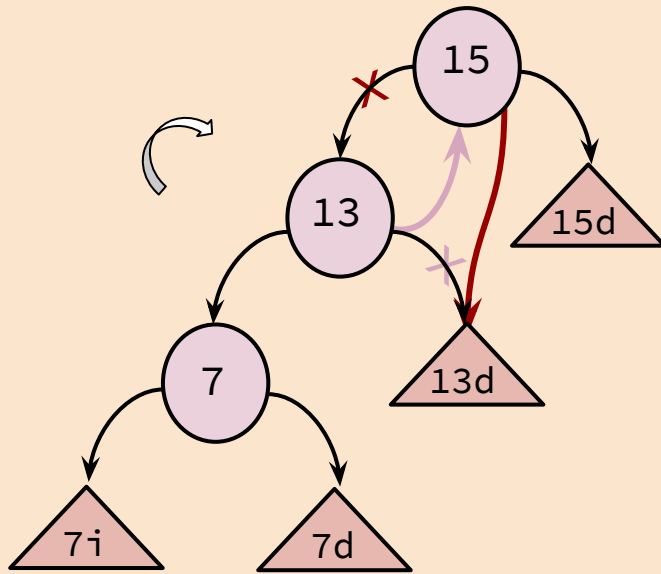
A para los abuelos del nodo N

T para los tíos del nodo N

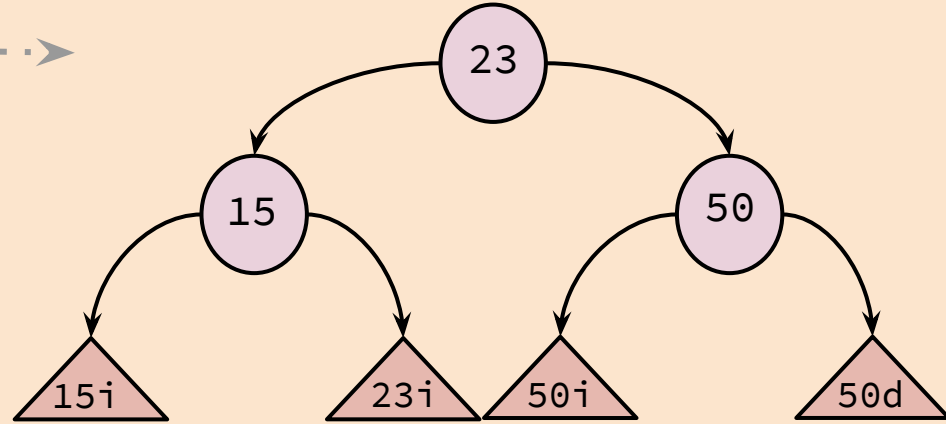
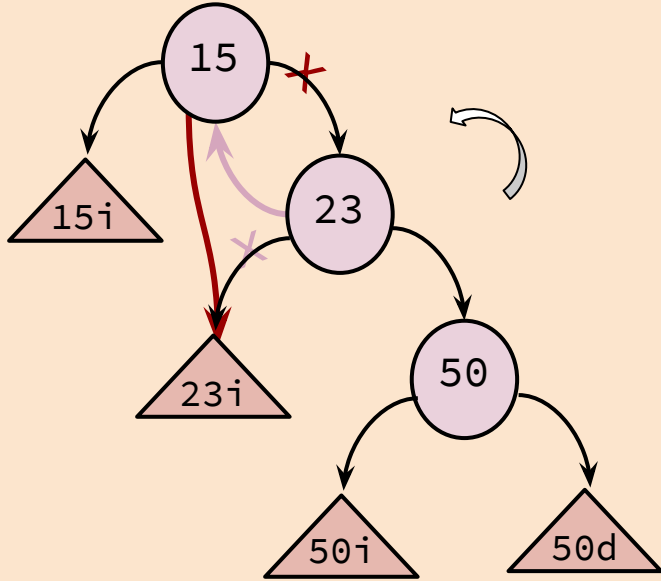


Notamos que los roles y etiquetas de los nodos están intercambiados entre algunos casos, pero en cada caso, toda etiqueta continúa representando el mismo nodo que representaba al comienzo del caso. Cualquier color mostrado en el diagrama está o bien supuesto en el caso o implicado por dichas suposiciones.

# Rotación a derecha



# Rotación a izquierda



**Inserción**





Buscar punto a insertar usando BST



Se inserta el nuevo Nodo coloreado de rojo



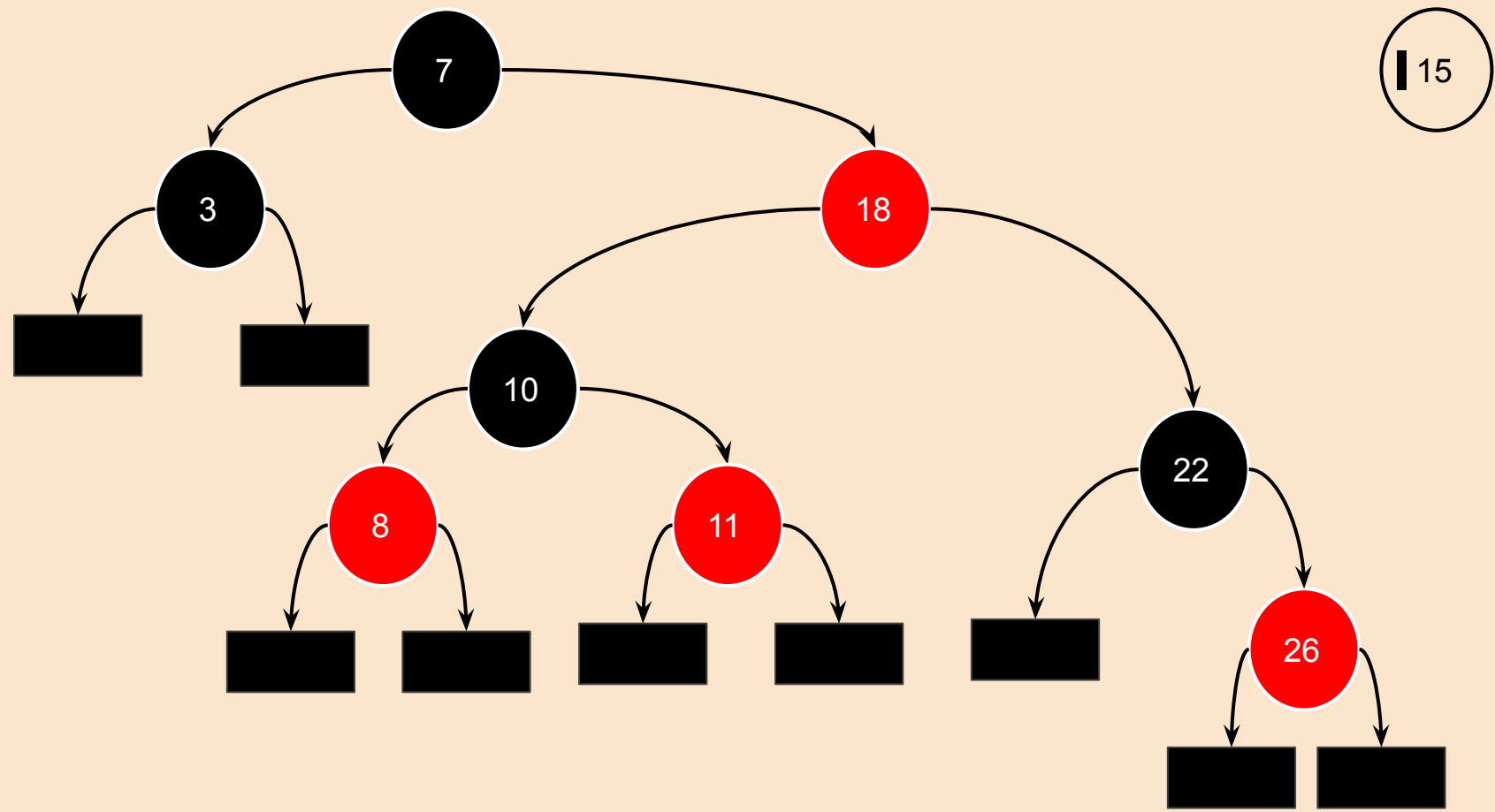
Se reestructura el árbol

- Recoloración

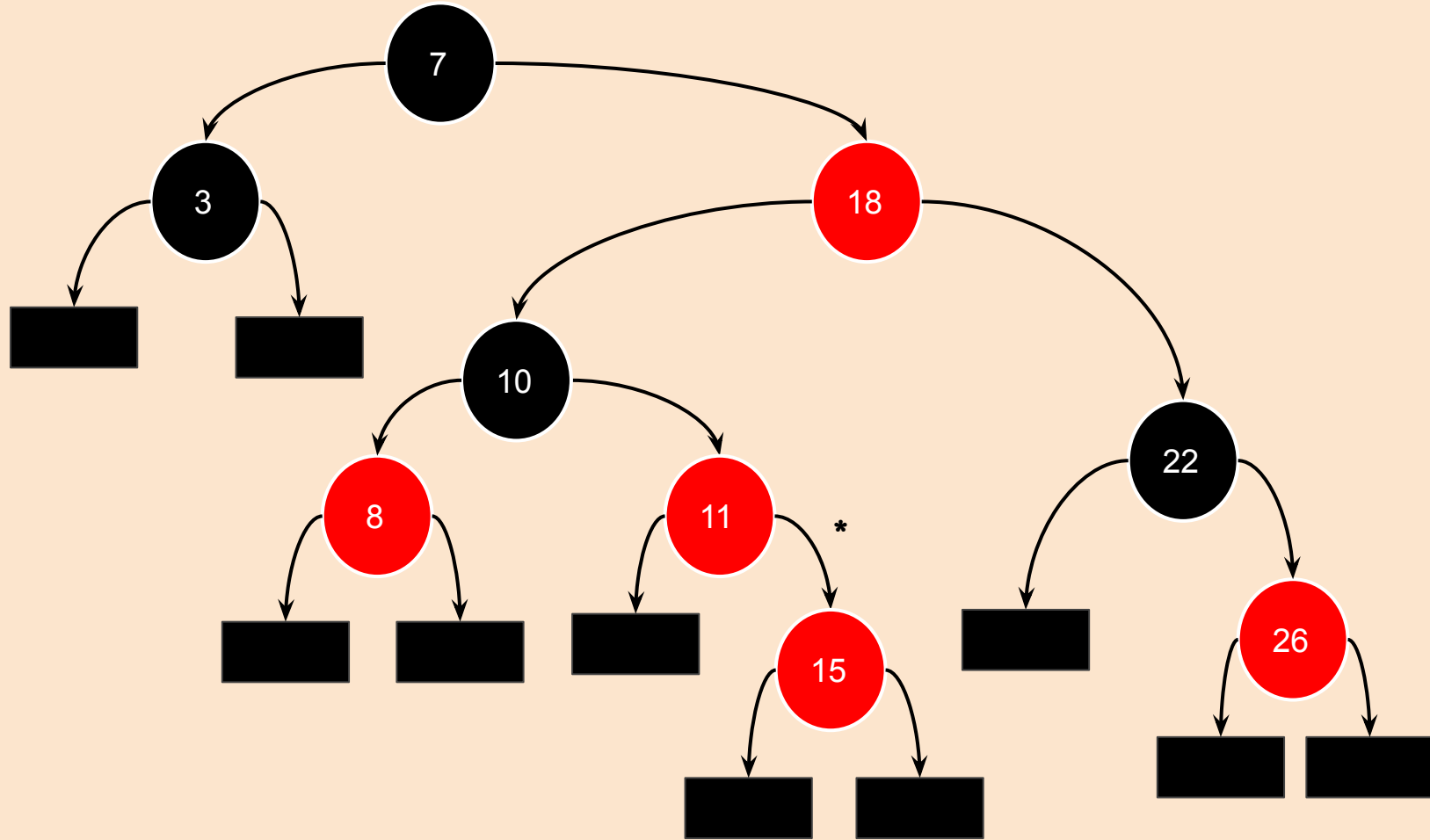
- Rotaciones



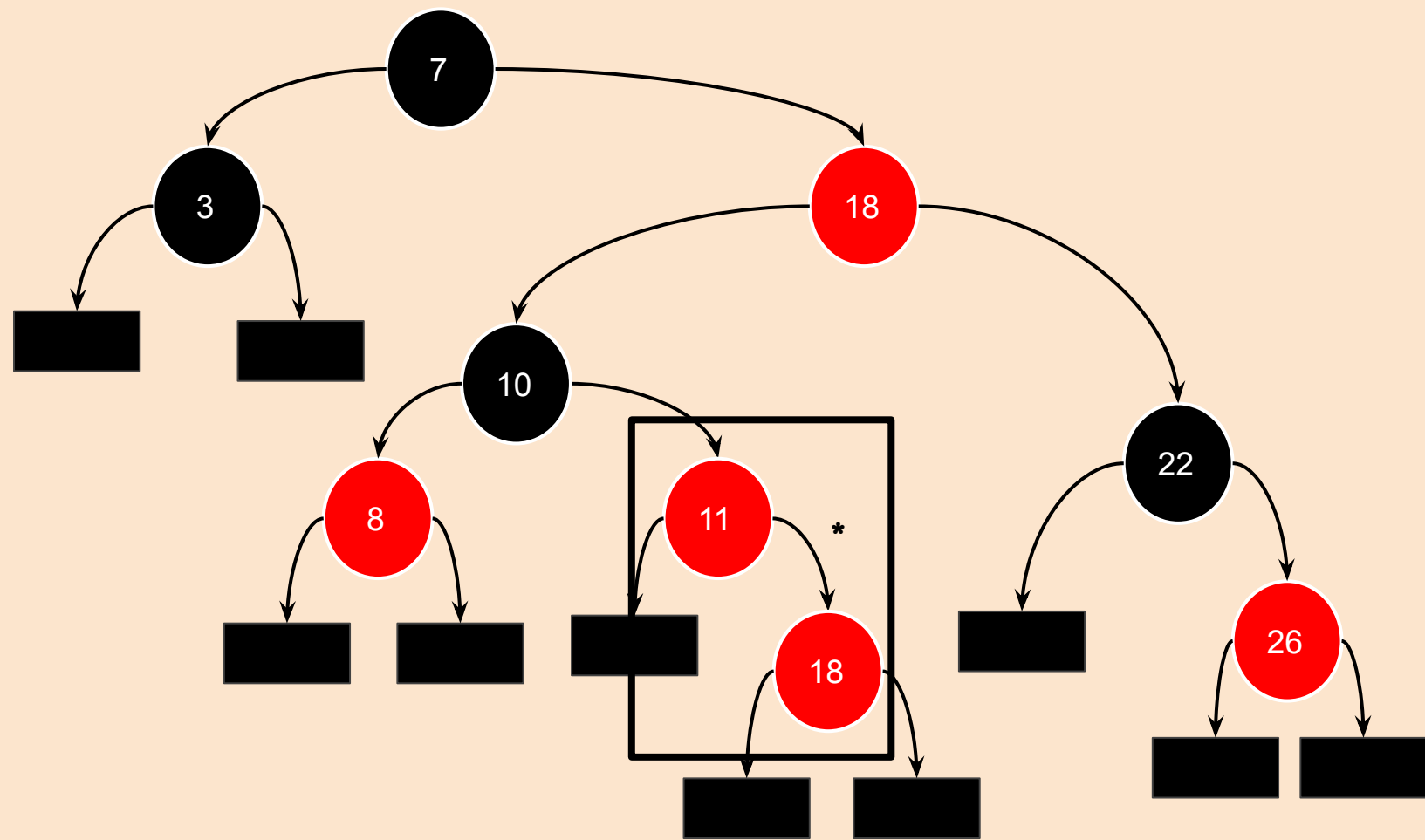
# Inserción - Clave 15



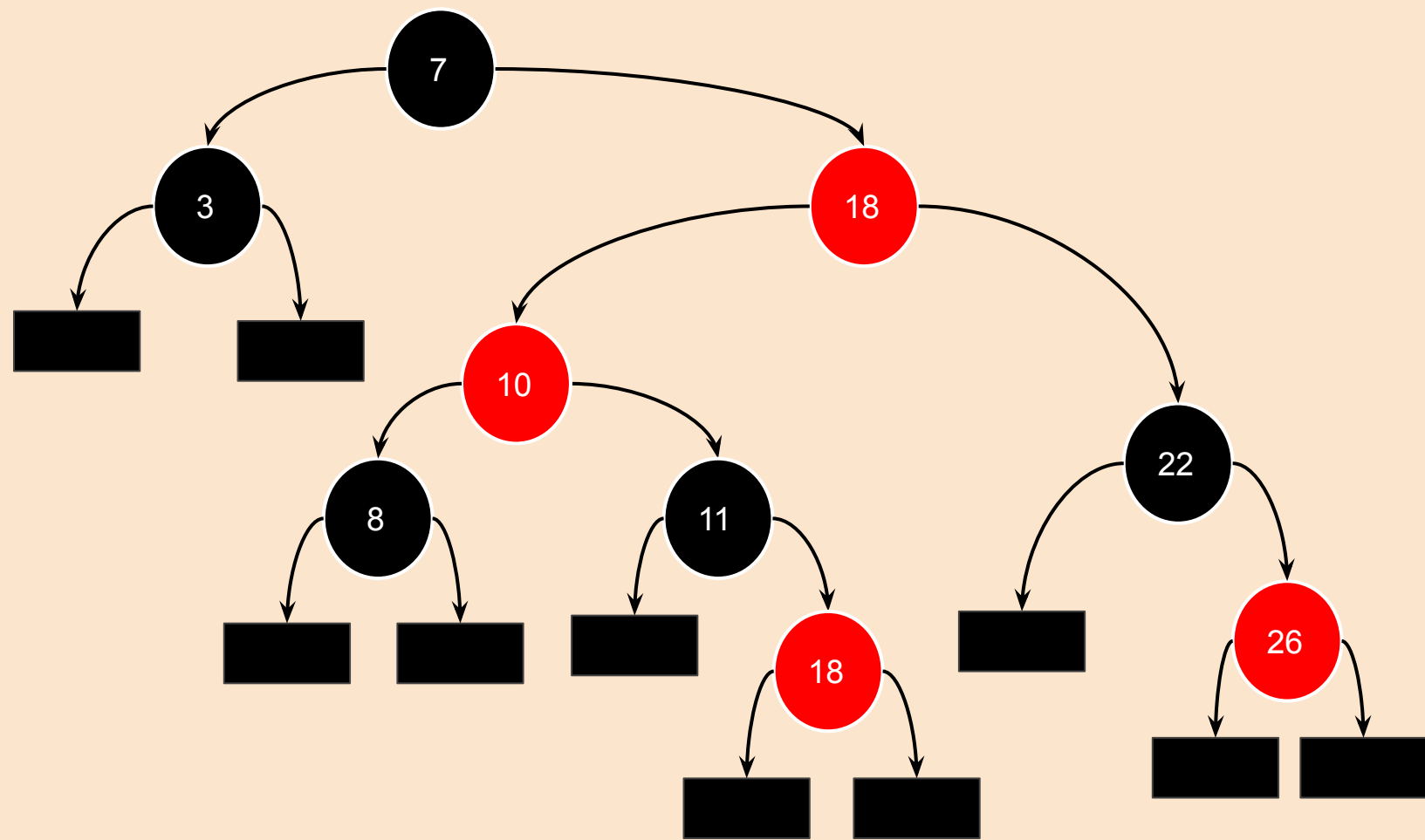
# Inserción -



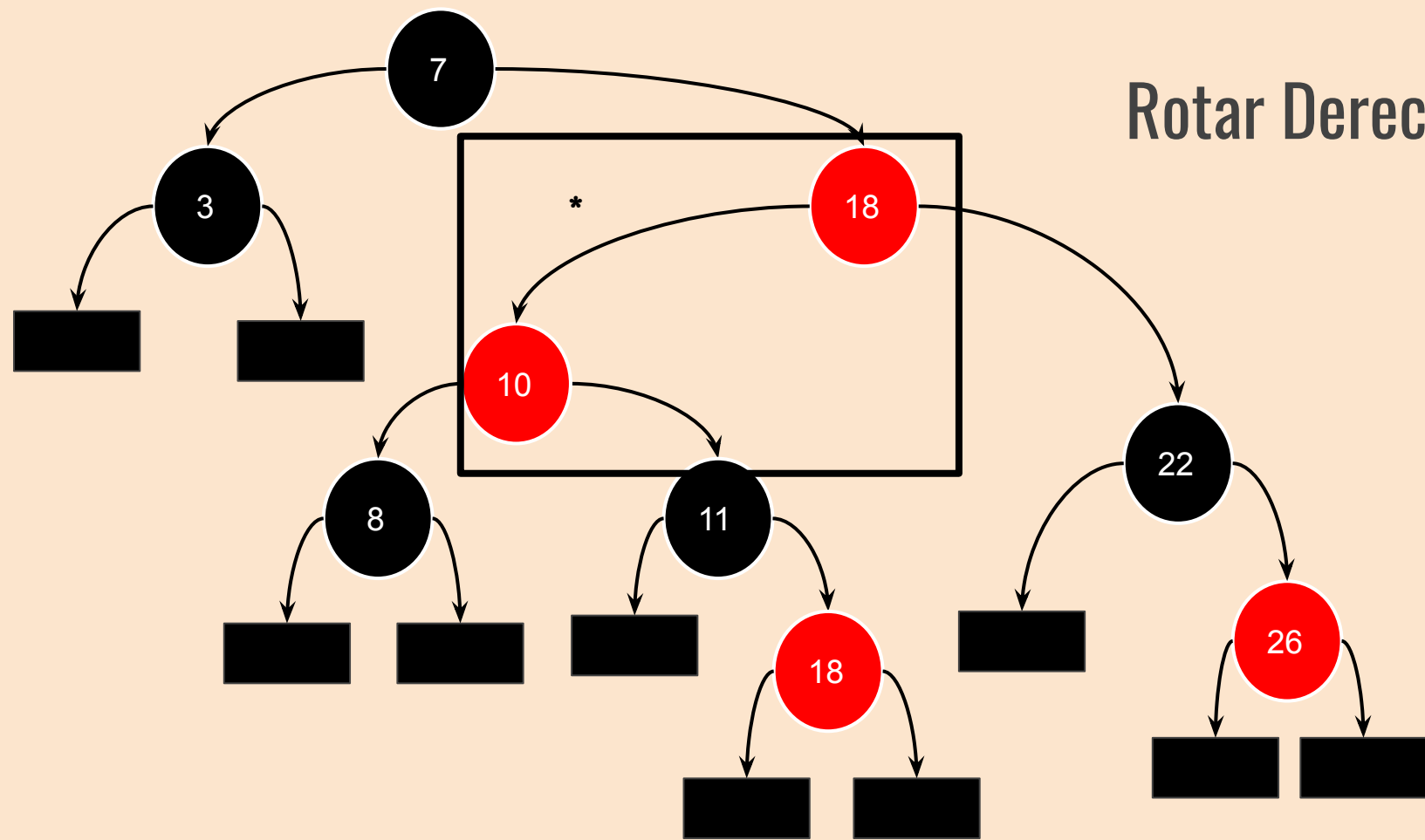
# Inserción -



# Inserción - Coloreamos hacia arriba

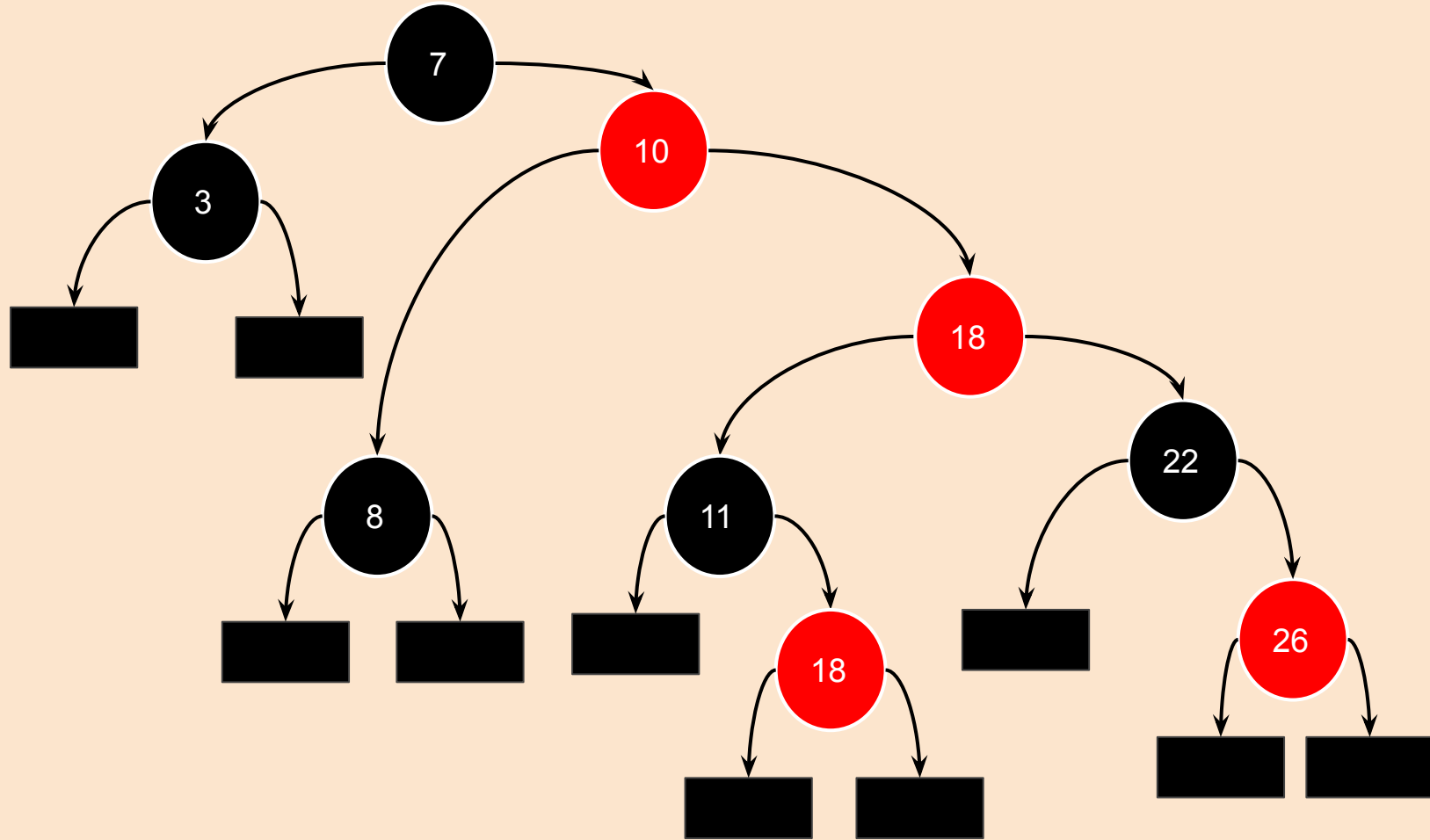


# Inserción - ???

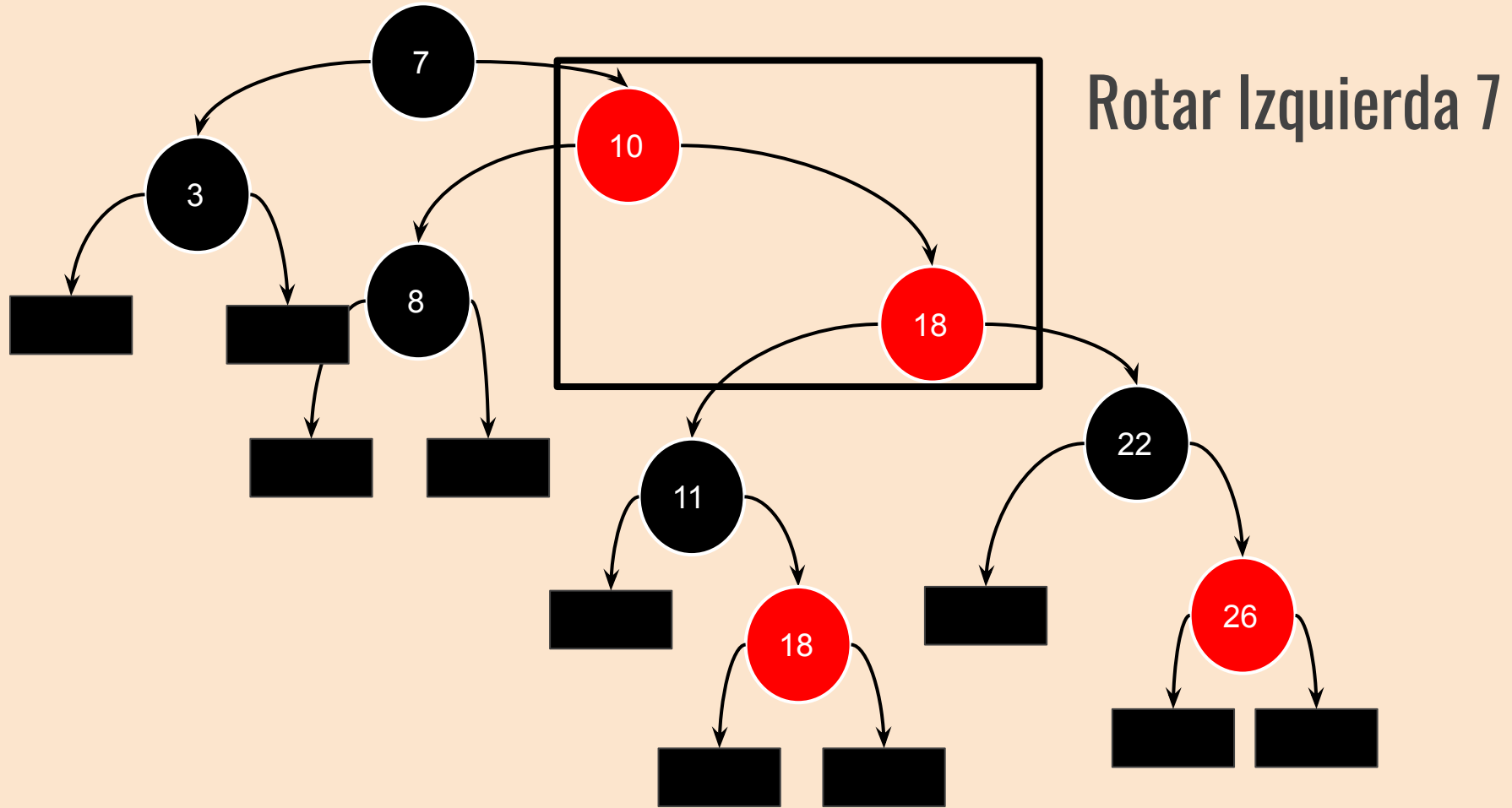


Rotar Derecha 18

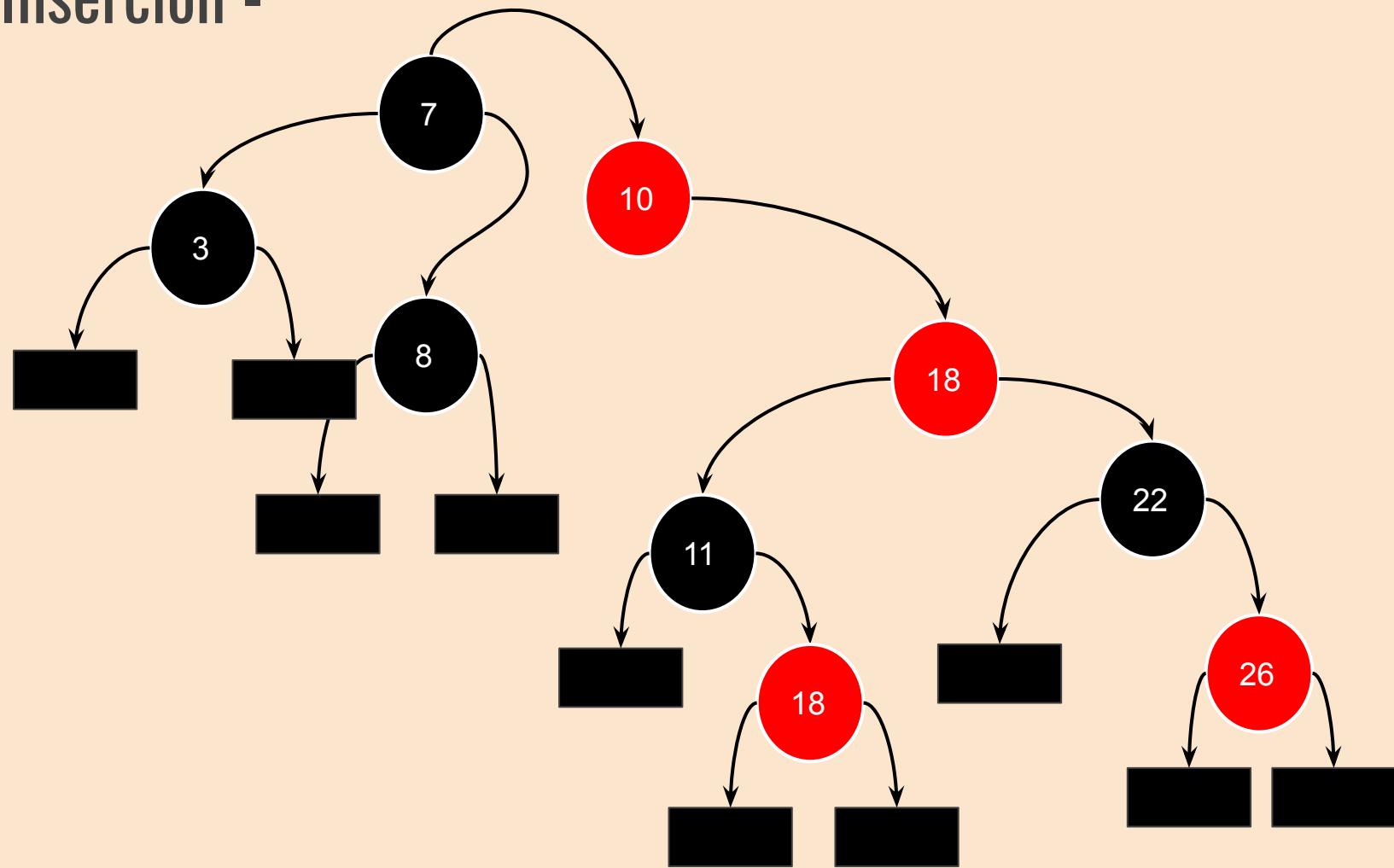
# Inserción -



# Inserción - ???

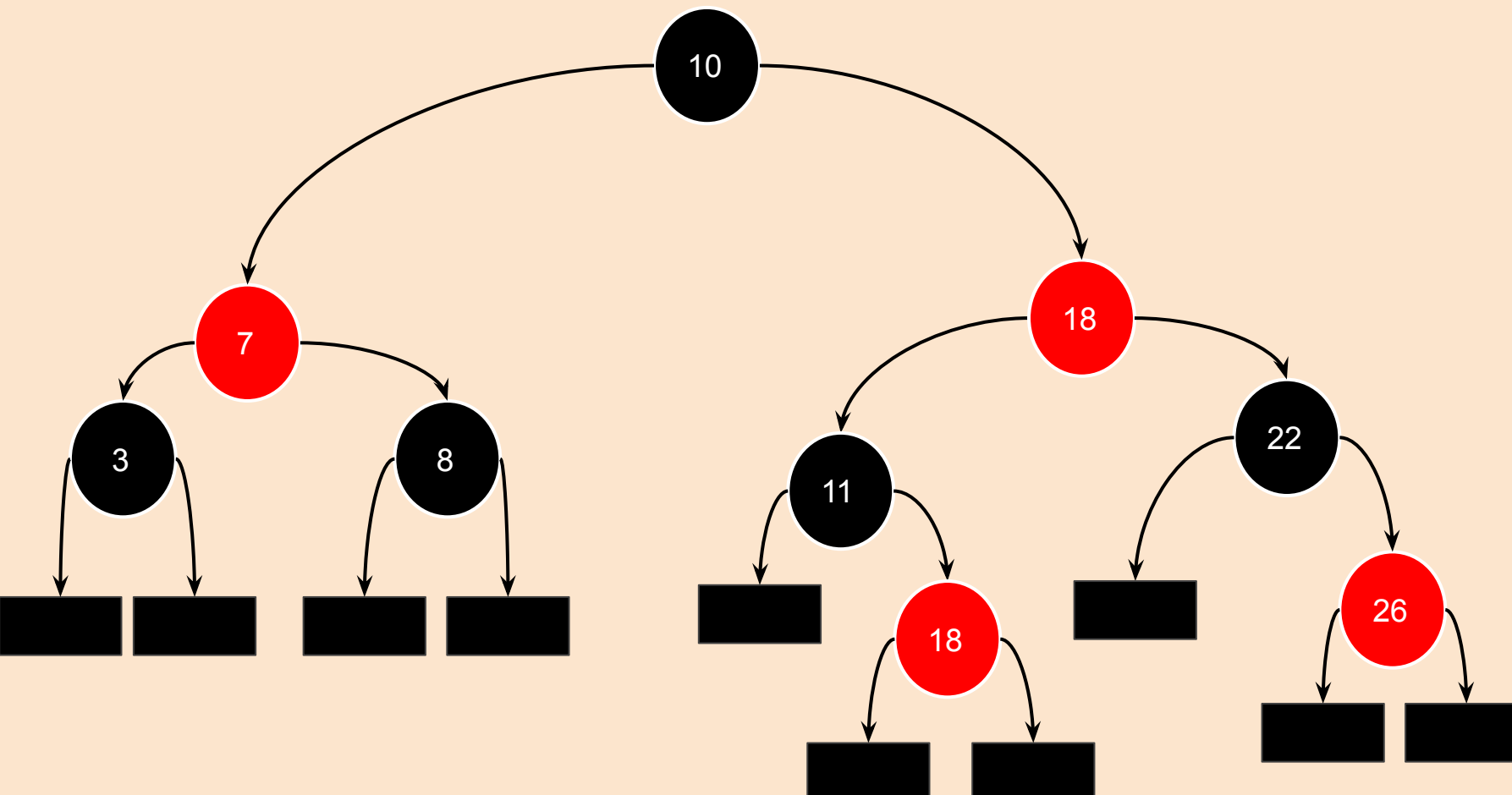


# Inserción -





# Inserción - colorear



# Inserción - Casos Posibles



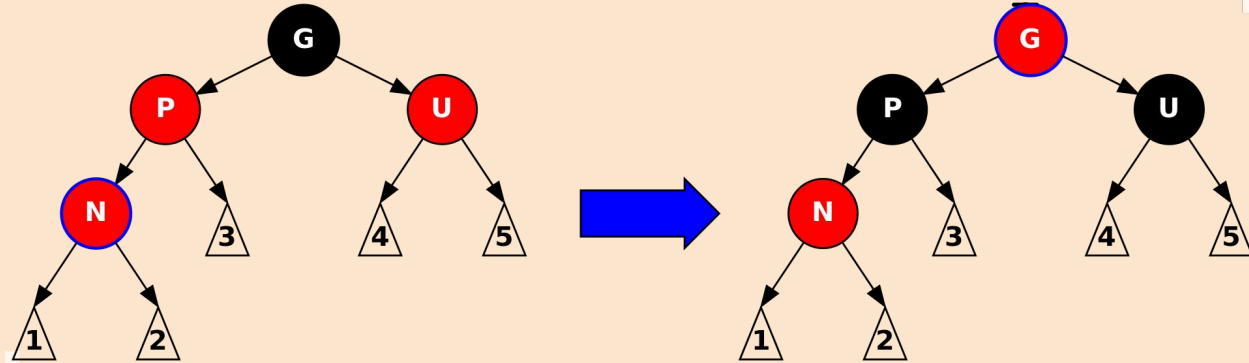
Caso1: El nodo N es la raíz del árbol



Caso2: El nodo padre del nodo que se está insertando es negro, no se hace nada



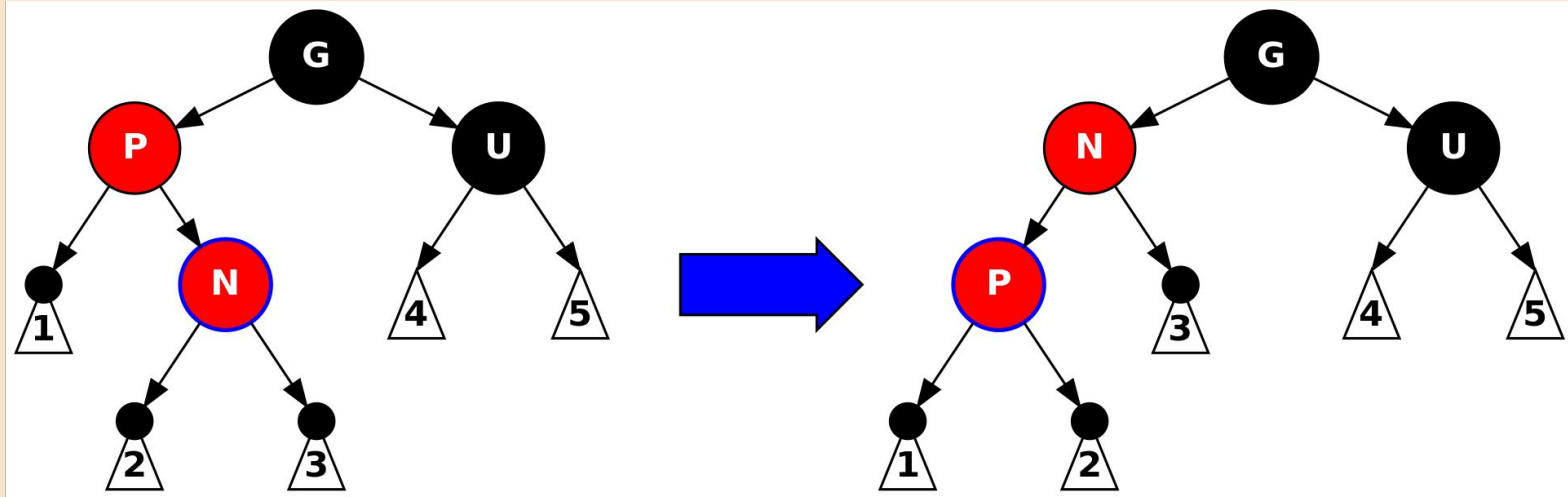
Caso3: El padre y el tío del nodo a insertar son rojos



# Inserción - Casos Posibles



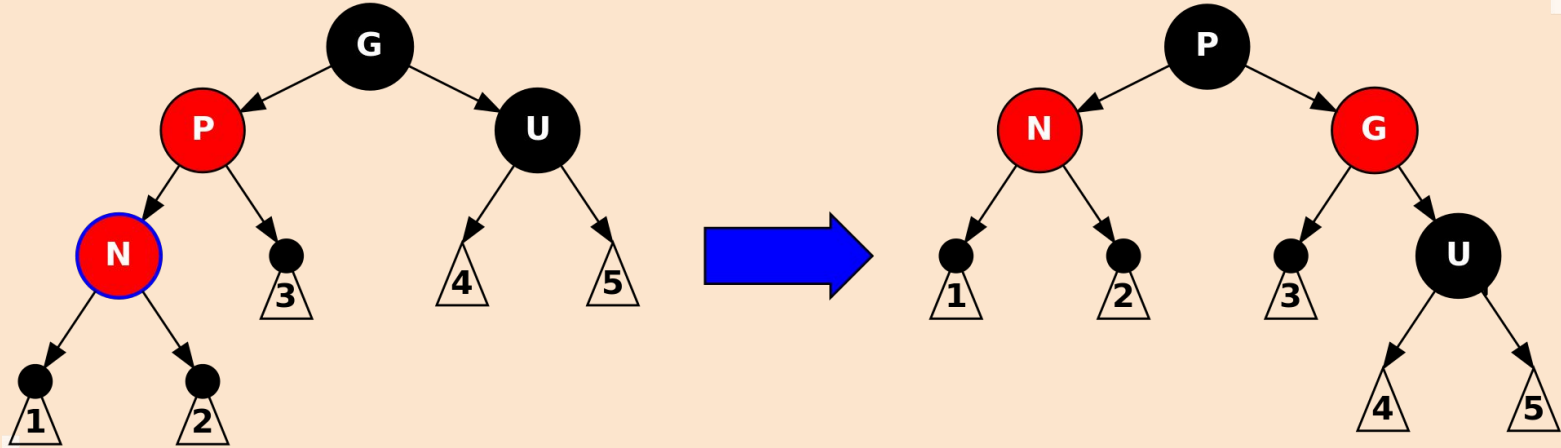
Caso 4.1 El padre es rojo y el tío es negro  $\Rightarrow$  rotación a izquierda



# Inserción - Casos Posibles

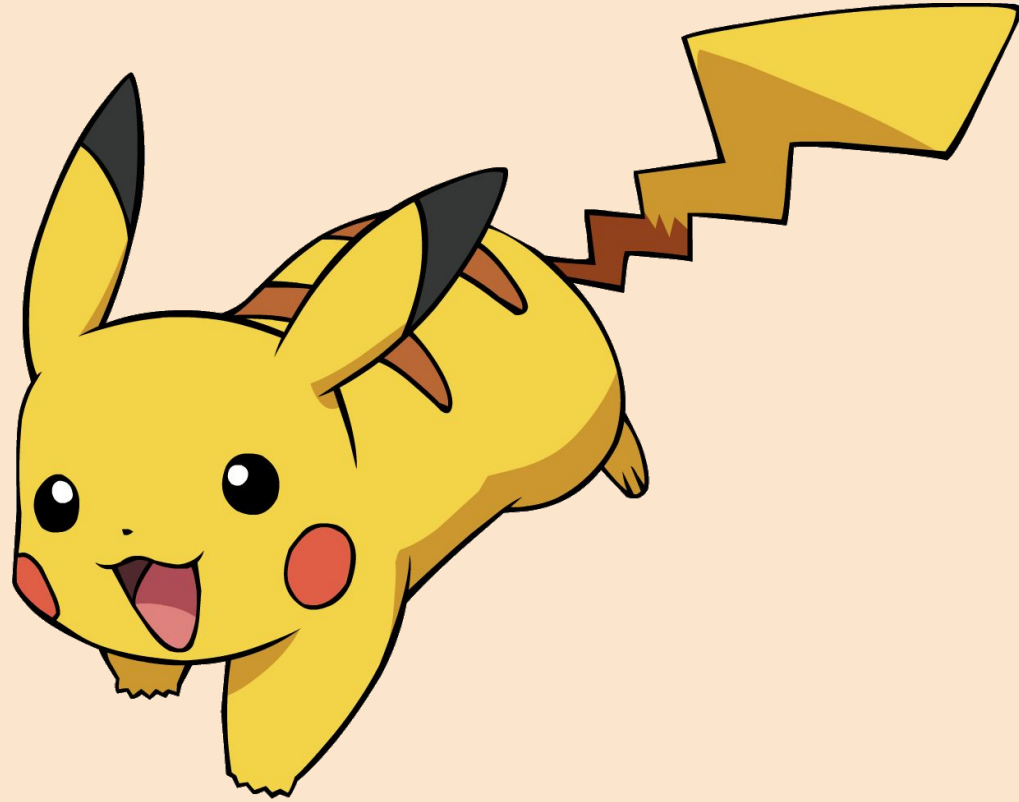


Caso 4.2 El padre es rojo y el tío es negro  $\Rightarrow$  rotación a derecha

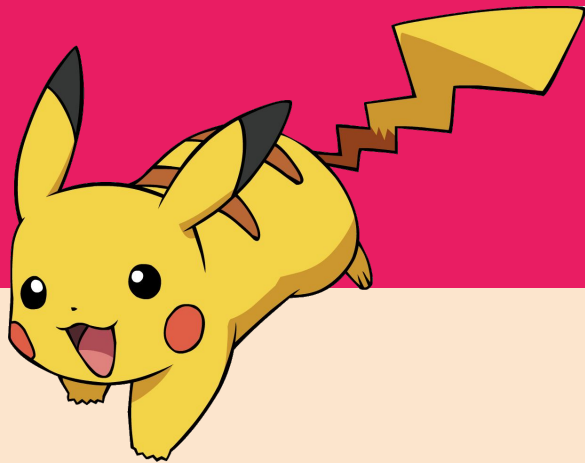


**Eliminación**

# Arbol Rojo- Negro: Eliminación IMPOSIBLE!



Preguntas?



Fin