# Mitschrift Stochastik - Kapitel 2, Statistische Standardmodelle

Sarah, Julius

24. November 2015

# 1 2.1 Gleichverteilung

**Definition 1.1** (diskrete Gleichverteilung)**.** *Wahrscheinlichkeitsraum* $(\Omega, A, P)$ *wird als Laplace-Raum bezeichnet.*
$\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_n\}$, $|\Omega| = n$. $A = P(\Omega)$. $P(\Omega) = \frac{1}{|\Omega|} =: U_\Omega$
**Anwendung** *wenn diskret und alle* $\omega \in \Omega$ *gleichberechtigt.*

Beispiel: Bose Einstein Verteilung System $n$ unterschiedlicher Teilchen, die sich in $N$ unterschiedlcihen Zellen befinden.
Suche die Anzahl der Teilchen in einer bestimmten Zelle.

**Definition 1.2** (stetige Gleichverteilung, GLV in Kontinuum)**.** *Analog zu oben, nur* $\Omega \subseteq R^n$, $A = B_\Omega$, $\rho(x) := \frac{1}{\lambda^n(\Omega)}, U_\Omega(A) = \int\limits_n \rho(u) du = \frac{\lambda(A)}{\lambda^n(\Omega)}$

# 2 2.2 Urnenmodell mit Zurücklegen

**Definition 2.1** (geordentes Urnenmodell mit Zurücklegen)**.** *Es seien gegeben*

$$\begin{aligned}
N &:= \textit{Anzahl Kugeln},\\
E &:= \textit{Menge der Farben, hier soll } 2 \leq |E| < \infty,\\
a &:= \textit{Farbe } a \in E,\\
N_a &:= \textit{Anzahl der Kugeln der Farbe } a \in E,\\
n &:= \textit{Anzahl der Stichproben (Züge aus der Urne)},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Omega &:= E^n\\
F &:= P(\Omega)\\
P &:=?
\end{aligned}$$

*Zur Konstruktion des Maßes nummeriere die Kugeln mit Zahlen aus* $\{1, \ldots N\}$ *durch und vergrößere künstlich die Beobachtungstiefe, sodass die bereits definierte diskrete Gleichverteilung verwendet werden kann.*

$$F_a := \textit{Menge der Nummern der Kugeln mit Farbe} a \in E$$

$$\begin{aligned}
\bar{\Omega} &:= \{1, \ldots, N\}^n\\
\bar{F} &:= P(\bar{\Omega})\\
\bar{P} &:= U_{\bar{\Omega}}
\end{aligned}$$

*Erhalte somit durch Konstruktion einer Zufallsvariable* $X : \bar{\Omega} \to \Omega$ *durch Komponentenweise Betrachtung:*

$$P(\{\omega\}) := \bar{P} \circ X^{-1}(\{\omega\}) = \prod_{\omega_i i-teKompvon\omega} \rho(\omega_i)$$

*mit*

$$\rho(\omega_i) := \frac{|N_{\omega_i}|}{N}$$

**Definition 2.2.** *Es sei* $\rho$ *Zähldichte auf* $E$. *Die* $n-$**fache Produktdichte** *von* $\rho$ *ist definiert als*

$$\rho^{\times n}(\omega) := \prod_{i=1}^{n} \rho(\omega_i).$$

*Das zugehörige Wahrscheinlichkeitsmaß heißt* $n-$**faches Produktmaß** *zu* $\rho$.