

基于线结构光的三维测量技术

一 线结构光简介

结构光视觉检测具有大量程、非接触、速度快、系统柔性好、精度适中等优点，广泛应用于三维模型重建、物体表面轮廓三维信息测量等领域。典型的线结构光视觉传感器主要由激光投射器、摄像机等组成，激光器投射的光束通过一柱面镜在空间中形成一窄的激光平面，当与被测物体的表面相交时便在物体表面产生一亮的光条。该光条由于物体表面深度的变化以及可能的间隙而受到调制，表现在图像中则是光条发生了畸变和不连续，畸变的程度与深度成正比，不连续则显示出了物体表面间的物理间隙。线结构光视觉的任务就是从畸变的光条图像信息中获取物体表面的三维信息。如图 1 所示。

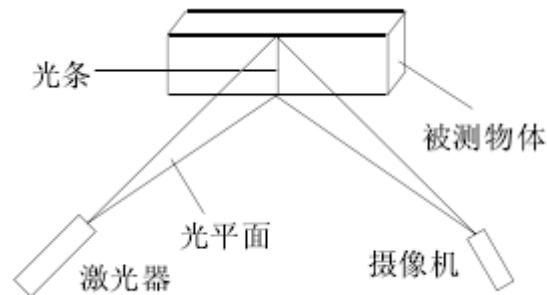


图 1 线结构光视觉测量原理

在实际的测量系统中，当激光投射器投射的激光平面，与空间某一位置处的物体表面相交时，将在被测物体表面形成一亮的光条，光条上的点包含了其所在处被测物体表面点的三维信息，即三维世界坐标 (X_w, Y_w, Z_w) 反映到 CCD 摄像机的像平面上，则得到一幅光条的二维图像。光条图像上的二维像点坐标记为 (u, v) ，则由二维像点坐标 (u, v) 便可以重构其对应的三维物点的坐标 (X_w, Y_w, Z_w) ，这就是线结构光视觉检测的基本原理。如何实现重构，则是结构光视觉检测的基本任务，也即得到如下的关系： $(X_w, Y_w, Z_w) = f(u, v)$ 。

二 原理简介

为解决上述问题，建立了基于透视投影变换的线结构光三维视觉检测模型，用以说明物体从三维空间到计算机显示间的成像关系及变换关系。如图 2 所示。图中涉及到几个关键的坐标系，分别为：

- (1) 三维世界坐标系 $O_w X_w Y_w Z_w$ ：是客观世界的绝对坐标系。
- (2) 摄像机坐标系 $O_c X_c Y_c Z_c$ ：以摄像机为中心的三维坐标系，其原点在摄像机的光心中心， z 轴与光轴重合。原点 O 到 CCD 像平面的距离为焦距 f 。
- (3) 摄像机像平面坐标系 $O - xy$ ：定义在 CCD 像平面上的二维坐标系，

其原点定义为光轴与像平面的交点， x ， y 轴分别平行于 X_c 、 Y_c 轴。

- (4) 计算机成像平面坐标系 $O-uv$ ：图中并未标示，是指计算机内部的二维数字图像坐标系，原点选在图像的左上角，水平轴（ u 轴）向右为正，垂直轴（ v 轴）向下为正。只有该坐标系的度量单位是像素，其他三个都是物理长度单位（毫米等）。因此，本文又简称该坐标系为像素坐标系。

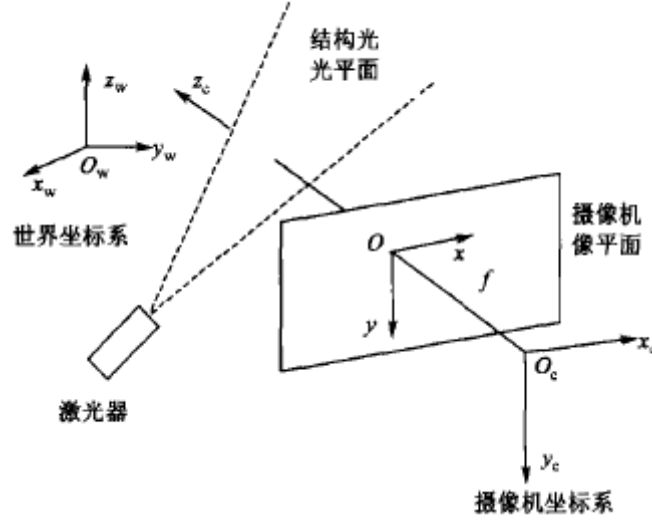
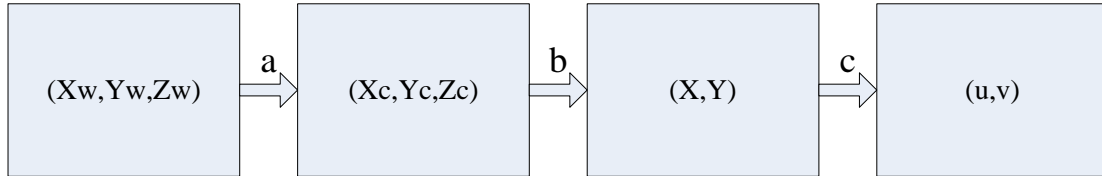


图 2 基于投影变换的线结构光三维视觉检测模型

上述四个坐标系能将客观场景的物体坐标 (X_w, Y_w, Z_w) 与计算机像素坐标

(u, v) 之间的关系联系起来，中间的具体转换关系为：



- a. 从世界坐标系 $O_w X_w Y_w Z_w$ 到摄像机坐标系 $O_c X_c Y_c Z_c$ 的变换：

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & t \\ O^T & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = M \times \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

其中， R 为 3×3 的正交旋转矩阵， t 是 3 维平移向量。

- b. 从摄像机坐标系 $O_c X_c Y_c Z_c$ 到摄像机像平面坐标系 $O-xy$ 间的理想透视变换：

$$Z_c \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix}$$

其中， f 为摄像机的焦距，这实际上是理想的针孔成像模型。

c. 从摄像机像平面坐标系 $O-xy$ 到计算机像素坐标系间的变换：

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/dx & \lambda & u_0 \\ 0 & 1/dy & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

其中， (u_0, v_0) 为摄像机像平面坐标系的原点 O 在像素坐标系中的坐标。 dx ， dy 为每个像素在 X 轴和 Y 轴方向上的物理尺寸。 λ 为因摄像机成像平面坐标轴相互不正交引出的倾斜因子。

因此，综合上述之间的转换关系，世界坐标 (X_w, Y_w, Z_w) 与像素坐标 (u, v) 之间的转换关系为：

$$\begin{aligned} Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1/dx & \lambda & u_0 \\ 0 & 1/dy & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} R & t \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} fu & \lambda' & u_0 \\ 0 & fv & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = K \times \begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

其中 $fu = f / dx$, $fv = f / dy$, $\lambda' = \lambda f$; K 称为摄像机内参数矩阵， $\begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix}$ 称为摄像机外参数矩阵。

因此，若已知一个点的三维世界坐标系和摄像机的内外参数矩阵，则可以唯一求得该点在计算机像素坐标系中的像素坐标 (u, v) 。但若已知一幅图像中某点的像素坐标 (u, v) 和摄像机的内外参数矩阵，只能得到关于世界坐标 (X_w, Y_w, Z_w) 的两个方程，不能唯一求其世界坐标（还需要确定系数 Z_c ），这两个方程实际上对应一条射线，这实际上很好理解，如下图所示，空间中的一条射线 OcP_w 上的

任一点在摄像机中的成像都是 P_I 这一点。即，世界坐标和像素坐标是多对一的关系。如要唯一确定 P_w 点的三维世界坐标，则还需要已知激光平面方程，因为 P_w 点也同时位于激光平面上。这里假设激光平面方程为 $aX_w + bY_w + cZ_w + d = 0$ 。

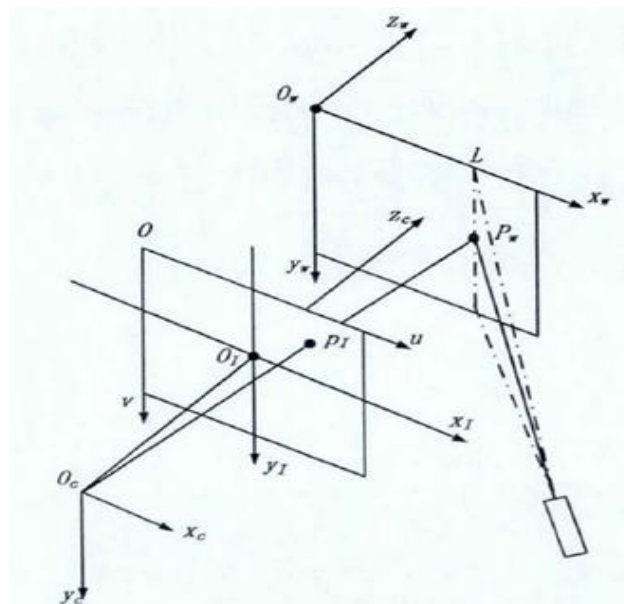


图 3 线结构光透视投影模型

上述原理是基于理想的透视投影情况下的分析，实际上，在透视投影成像过程中，由于摄像机成像系统不能使图像与实际景物在全场范围内严格满足针孔成像模型（或中心投影关系），使中心投影线发生弯曲，致使被测点在摄像机像面上所成的像和理想成像之间存在着光学畸变误差。一般来说，成像系统的几何畸变误差是多种误差的组合，是一种典型的系统误差，也是影响光学测量精度的最主要因素之一。因此，对模型进行畸变校正是高精度测量的必要步骤。

在实际成像系统中，和其它畸变相比，径向畸变和切向畸变为影响工业机器视觉精度的主要因素，因此，这里只考虑径向畸变和切向畸变的影响，对这两种畸变进行校正。

假设由某点的实际的像素坐标计算出来的摄像机像平面坐标为 (x, y) ，那么在用该坐标由小孔成像模型计算摄像机坐标系中的坐标 (X_c, Y_c, Z_c) 前，需先对 (x, y) 进行畸变校正，将其校正为理想的像平面坐标 (x_d, y_d) ，然后再求 (X_c, Y_c, Z_c) 。其具体的校正公式为：

$$\begin{cases} x_d = x + \delta_{xr}(x, y) + \delta_{xt}(x, y) \\ y_d = y + \delta_{yr}(x, y) + \delta_{yt}(x, y) \end{cases}$$

其中，径向畸变为：

$$\begin{cases} \delta_{xr}(x, y) = x(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots) \\ \delta_{yr}(x, y) = y(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots) \end{cases}$$

其中, $r^2 = x^2 + y^2$

切向畸变为:

$$\begin{cases} \delta_{xt}(x, y) = 2p_1 xy + p_2(r^2 + 2x^2) \\ \delta_{yt}(x, y) = p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2 xy \end{cases}$$

与理想的线性模型不同的是, 考虑畸变后的非线性模型内部参数由线性模型的参数与非线性模型畸变参数 ($k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, \dots$) 一起构成。

三 具体实现过程

从上面一节的分析可以知道, 若要由某个点的像素坐标反求该点的世界坐标, 需要已知该摄像机的内外参数矩阵及激光平面方程, 即:

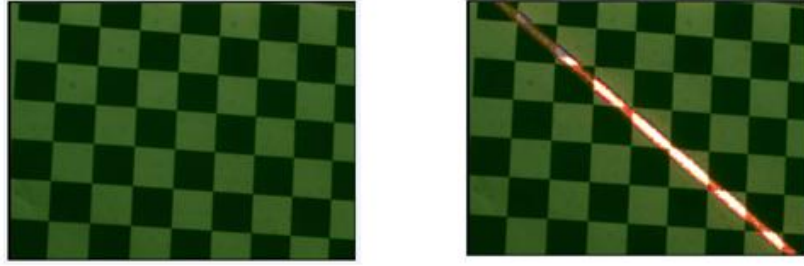
$$Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = K \times [R \quad t] \times \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \text{ 且 } aX_w + bY_w + cZ_w + d = 0$$

这两个方程构成了线结构光视觉传感器的完整的数学模型。根据这个模型, 线结构光视觉传感器的标定分为两步: 一是摄像机内外参数的标定, 二是结构光平面方程的标定。其中, 摄像机内外参数的标定方法已经非常完善, 且张正友已经公布了其标定工具箱的代码, 因此这部分的标定直接采用张正友的标定工具箱完成。具体实现步骤为:

- (1) 采集 20 幅图像, 按照标定工具箱的使用说明, 先对摄像机的内参数及畸变系数进行标定, 结果如下所示:

```
Focal Length:   fc = [4781.13680  4753.27578] ? [104.13086  104.69950]
Principal point: cc = [1031.01115  773.73070] ? [0.00000  0.00000]
Skew:           alpha_c = [0.00000] ? [0.00000] => angle of pixel axes = 90.00000 ? 0.00000 degrees
Distortion:     kc = [-0.13588  0.07133  -0.00814  -0.00238  0.00000] ? [0.07081  0.64258  0.00314  0.00376  0.00000]
Pixel error:    err = [0.62106  0.75053]
```

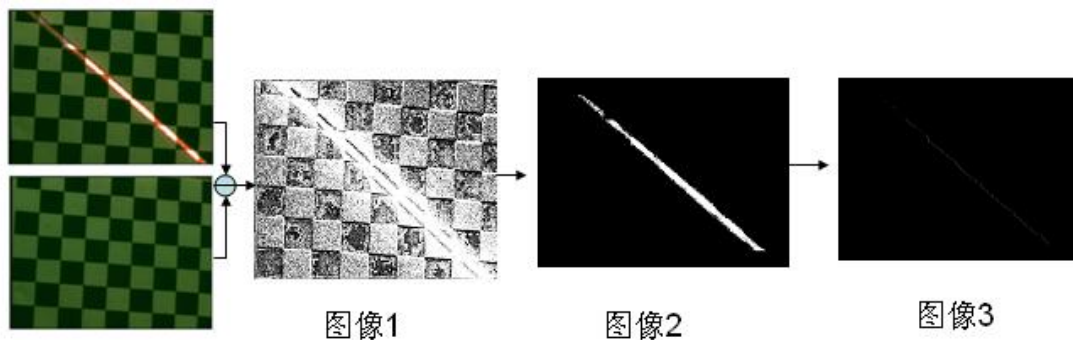
- (2) 固定摄像机和激光发射器, 拍摄 10 组标定板图像, 每组标定板的位置是变化的, 其中每组中的第一幅图像是原标定板图像, 第二组是打开激光后的图像, 如下图所示其中一组的图像:



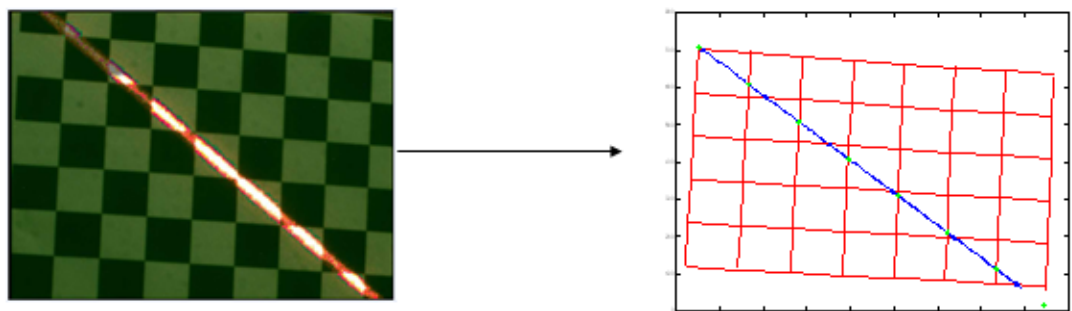
对每组的第一幅图像，利用工具箱求外参数， R , t , 并且记录下标定板的角点位置的局部世界坐标和像素坐标。这里的局部世界坐标系指标定板所在平面为 x,y 平面， Z 轴垂直于标定板平面，原点位于图像左上角的角点处（最外面一圈的标定格不用）。其中一幅图像的标定结果如下所示：

Translation vector: $Tc_ext = [-207.199725 \quad -167.277639 \quad 1124.371493]$
 Rotation vector: $omc_ext = [2.011697 \quad 2.100997 \quad 0.089660]$
 Rotation matrix: $Rc_ext = \begin{bmatrix} -0.030395 & 0.977740 & 0.207607 \\ 0.991872 & 0.055178 & -0.114850 \\ -0.123553 & 0.202435 & -0.971470 \end{bmatrix}$

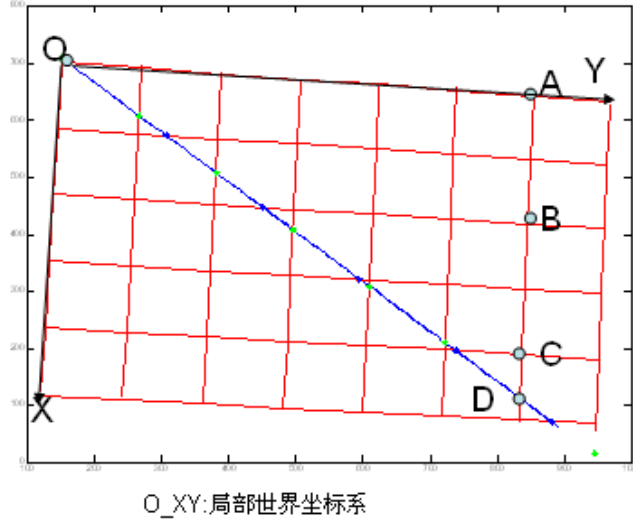
- (3) 对每组的图像求光刀图像，如下图所示，图像 1 为两图像相减除掉背景后的图像，图像 2 为对图像 1 阈值化处理得到激光图像，图像 3 为对图像 2 提取光刀后的图像，提取光刀的具体实现算法见下一节。



- (4) 按照上节介绍的畸变校正的方法对光刀直线上的点进行畸变校正，然后拟合光刀直线，求标定点的像素坐标。根据上节中求得的光刀图像上的点的坐标，利用最小二乘法拟合直线，再利用第 2 步中存储的标定板的角点的像素坐标，拟合标定板上的直线，如下图所示：



- (5) 根据上面拟合的直线，求光刀直线与垂直直线簇和水平直线簇的交点作为标定点，每幅图像可以得到 14 个标定点的坐标，直到 10 幅图像上的标定点的像素坐标都得到。由于这些标定点都在激光平面上，因此若知道这些标定点的世界坐标，就可以拟合激光平面，从而得到激光平面在世界坐标系下的平面方程。
- (6) 由交比不变性求标定点在局部世界坐标系下的坐标。如下图所示：



a. A,B,C,D 在一条直线上，且 A,B,C 三点为特征点（角点），其像素坐标和局部世界坐标已经在第二步中求出，D 点为标定点，其像素坐标已在上步中求出，

b. 利用交比不变性，即可求出 D 点的局部世界坐标。

$$r(A,B,C,D) = \frac{AC}{CB} \bigg/ \frac{AD}{DB}$$

c. 同理，可以求出所有的 14 个标定点的局部世界坐标。

但由于 10 组图像拍摄时的标定板是变化的，因此局部世界坐标系是变化的。若要标定激光平面，需要将这些标定点的局部世界坐标统一到一个坐标系下，该坐标系称为世界坐标系。由于摄像机是固定不动的，因此这些图像都可以首先统一计算在摄像机坐标系下的坐标，然后由摄像机坐标系和世界坐标系间的关系求得所以标定点在世界坐标系间的坐标，并由这些坐标拟合激光平面方程。

- (7) 按照上面的分析，首先求各标定点在摄像机坐标系下的坐标，由于第二步中已经标定了外参 R, t ，因此由下式：

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & t \\ O^T & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = M \times \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

就可求得标定点在摄像机坐标系下的坐标 (X_c, Y_c, Z_c) 。然后，将其中一个局部世

界坐标系指定为世界坐标系，假设该坐标系和摄像机坐标系间的旋转矩阵为 R_1 ，平移矩阵为 t_1 ，则由下式可以将所有标定点在摄像机坐标系下的坐标转换到世界坐标系下：

$$\begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{bmatrix} = R_1^{-1} * \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} - T_1$$

这样就求出了所有标定点在世界坐标系下的坐标，利用最小二乘法拟合平面方程，得到激光平面在世界坐标系下的方程：

$$Z_w = -7.3312 + 2.0375 * X_w - 1.4727 * Y_w$$

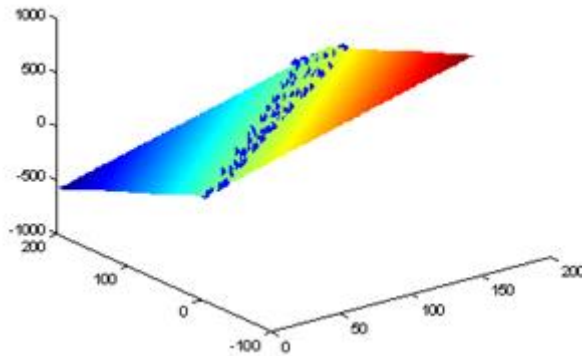


图 拟合的激光平面

至此，所有参数都已标定完成。

四 重点算法详解

1. 光刀图像的提取

现有的光带中心线提取技术有：阈值法、边缘法、中线法、深度约束法、极值法、高斯曲线拟合法及灰度重心法等。对于线结构光测量中所用的单色激光器，它的出射光线的强度，在其截面上一般都可以认为是服从高斯分布的。其中灰度重心法是把光带的灰度重心作为光带中心，其运算速度快、精度高，基本原理是把光条横截面的灰度分布的质心作为光条中心点。该方法是先找到每一行光带的起始列 j_1 及结束列 j_2 ，然后求质心：

$$I = \frac{\sum_{j=j_1}^{j_2} x_{i,j} * j}{\sum_{j=j_1}^{j_2} x_{i,j}}$$

作为该行光带的中心。其中 $x_{i,j}$ 表示第 i 行第 j 列的像素值。

2.交比不变性原理

透视投影中的交比不变性原理如下图所示。假设有 4 个点 a, b, c, d 共线于直线 $L1$ ，它们经投影中心投射到直线 $L2$ 上，对应的像点分别是 A, B, C, D ，则存在如下关系：

$$\frac{ac}{bc} \cdot \frac{bd}{ad} = \frac{AC}{BC} \cdot \frac{BD}{AD}$$

从上式中可以看出，共线 4 点的交比与其对应像点的交比相等，即透视投影中的交比不变性，而且共线 4 点的交比与点所处的坐标系选择无关。因此，在上节中的第（6）步中， A, B, C, D 四点共线，其四点的像素坐标（像点）已知，其中 A, B, C 三点的局部世界坐标已知，那么利用该性质就可以求出 D 点的局部世界坐标。

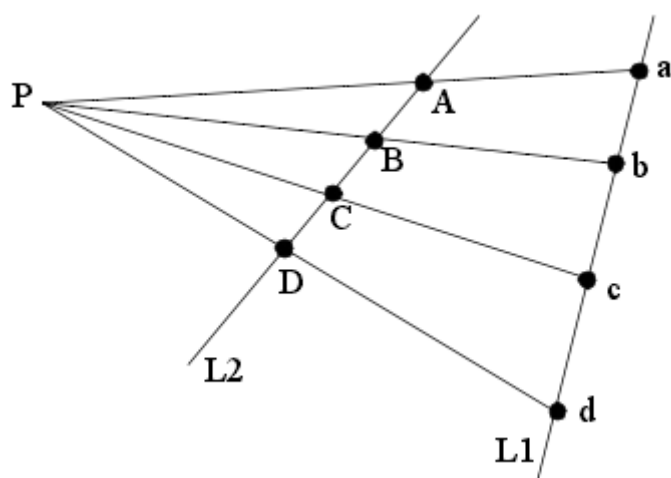
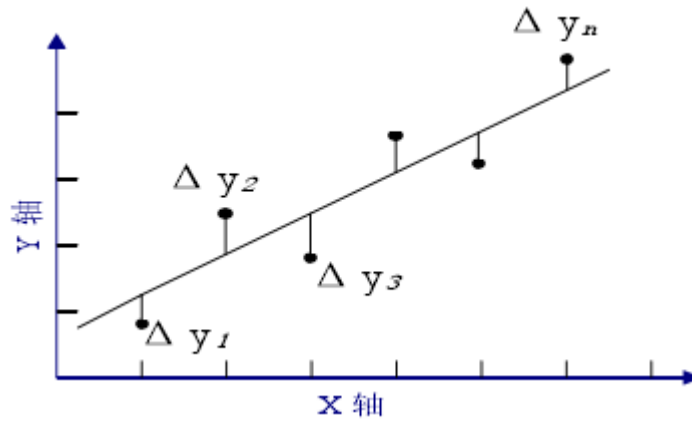


图 交比不变性原理

3.基于最小二乘法拟合直线和平面方程

（1）最小二乘法拟合直线方程

假设 $(x_i, y_i) (i=1, 2, 3 \dots n)$ 为某直线中心点的坐标，其中 n 为中心点的个数。若设 $y=a+bx$ 为满足该直线中心点的最佳直线关系，则根据直线关系用 x_i 计算出来的 y_i 与原来和 x_i 对应的 y_i 不同，存在一个差值（如下图所示） $\Delta y_i = y_i - (a + bx_i)$ 。



根据最小二乘原理，当误差 Δy_i 的平方和为最小时确认为最佳直线方程，由这个条件可以确定系数 a 和 b ，从而确定最佳直线方程 $y=a+bx$ 。

误差 Δy_i 的平方和最小，在数学上可表示为：
$$Q = \sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2 = \min$$

即：
$$Q = \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2 = \min$$

对 a, b 分别求偏导，整理后有：

$$\sum_{i=0}^n y_i - na - b \sum_{i=0}^n x_i = 0$$

$$\sum_{i=0}^n x_i y_i - a \sum_{i=0}^n x_i - b \sum_{i=0}^n x_i^2 = 0$$

令

$$L_{xx} = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n},$$

$$L_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n}, \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

可得：

$$b = \frac{L_{xy}}{L_{xx}}, \quad a = \bar{y} - b\bar{x}$$

(2) 最小二乘法拟合平面方程

同拟合直线方程的思想一样，设要拟合的平面为 $Z = a_0x + a_1y + a_2$ ，已有的点的坐标为 $(x_i, y_i, z_i) (i=1, 2, \dots, n)$ ，共有 n 个点。要使 $S = \sum_{i=1}^n (a_0x_i + a_1y_i + a_2 - z_i)^2$

最小，应满足 $\frac{\partial S}{\partial a_k} = 0, k=0, 1, 2$ 。整理后得：

$$\text{即: } \begin{cases} \sum 2(a_0x_i + a_1y_i + a_2 - z_i)x_i = 0 \\ \sum 2(a_0x_i + a_1y_i + a_2 - z_i)y_i = 0 \\ \sum 2(a_0x_i + a_1y_i + a_2 - z_i) = 0 \end{cases}$$

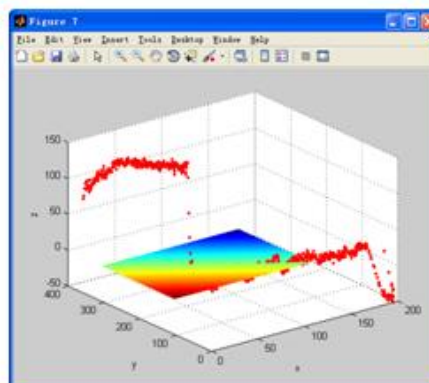
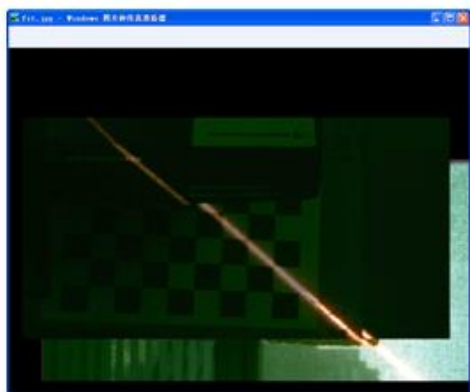
$$\text{有, } \begin{cases} a_0 \sum x_i^2 + a_1 \sum x_i y_i + a_2 \sum x_i = \sum x_i z_i \\ a_0 \sum x_i y_i + a_1 \sum y_i^2 + a_2 \sum y_i = \sum y_i z_i \\ a_0 \sum x_i + a_1 \sum y_i + a_2 n = \sum z_i \end{cases}$$

$$\text{或, } \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i \\ \sum x_i y_i & \sum y_i^2 & \sum y_i \\ \sum x_i & \sum y_i & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_i z_i \\ \sum y_i z_i \\ \sum z_i \end{pmatrix}$$

即可求出方程的系数 a_0, a_1, a_2 ，从而求出平面方程。

五 误差估计

如下图所示，对左图中激光线部分利用上面得到的激光平面方程及摄像机模型进行三维信息的估计，所得结果如右图所示：



计算求得的最大误差为 5.9mm;平均误差为 2.1mm。

材料

激光器 709 波长, 100mw, 200 元左右