

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа №1

Приближенное решение уравнения $f(x)=0$ методом деления пополам (метод бисекций)

Вариант 27

Выполнил:

Зубулина Юлия Максимовна

Группа Р3112

Проверил:

Преподаватель математического анализа

Холодова Светлана Евгеньевна

Санкт-Петербург 2024

Содержание

<i>Графически или аналитически отделить корень уравнения $f(x)=0$ (найти отрезок $[a,b]$, на котором функция удовлетворяет условиям теоремы Больцано-Коши)</i>	<i>3</i>
<i>Составить подпрограмму-функцию вычисления $f(x)$</i>	<i>4</i>
<i>Составить главную программу, содержащую обращение к программе BISECT и печать результатов.</i>	<i>4</i>
<i>Вычисления</i>	<i>5</i>
<i>Вывод</i>	<i>5</i>

Графически или аналитически отделить корень уравнения $f(x)=0$ (найти отрезок $[a]$, на котором функция удовлетворяет условиям теоремы Больцано-Коши)

$$f(x) = e^x - 3 - \cos(x)$$

1) $D(y) = \mathbb{R}$

$$f'(x) = e^x + \sin(x)$$

Производная при любых x больше нуля \Rightarrow функция возрастает на всей области определения

2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - 3 - \cos(x)) = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x - 3 - \cos(x)) \text{ - не сущ.}$$

(тк e^x при $x \rightarrow -\infty$ стремится к 0, а $\cos(x)$ ос. в пределах $[-1; 1]$)
 $\Rightarrow f(x)$ колеблется в пределах $[-4, -2]$

3) По теореме Больцано-Коши

$$\exists f \in C[a, b] \text{ и } f(a) \cdot f(b) < 0$$

$$\text{тогда } \exists c \in (a, b) : f(c) = 0$$

Найдем промежуток $[a, b]$ для нашей функции.
 Тк $f(x)$ - возрастает найдем промежуток, где $f(x)$ меняет знаки построим график:

$$\text{]} x = 0$$

$$f(0) = e^0 - 3 - \cos(0) = 1 - 3 - 1 = -3$$

$$\text{]} x = -1$$

$$f(-1) = e^{-1} - 3 - \cos(-1) = 0,37 - 3 - 0,5 = -3,13$$

$$\text{]} x = -2$$

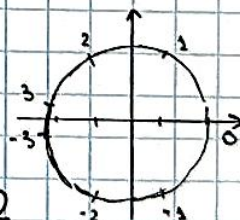
$$f(-2) = e^{-2} - 3 - \cos(-2) = 0,05 - 3 - (-0,95) = -2$$

$$\text{]} x = 1$$

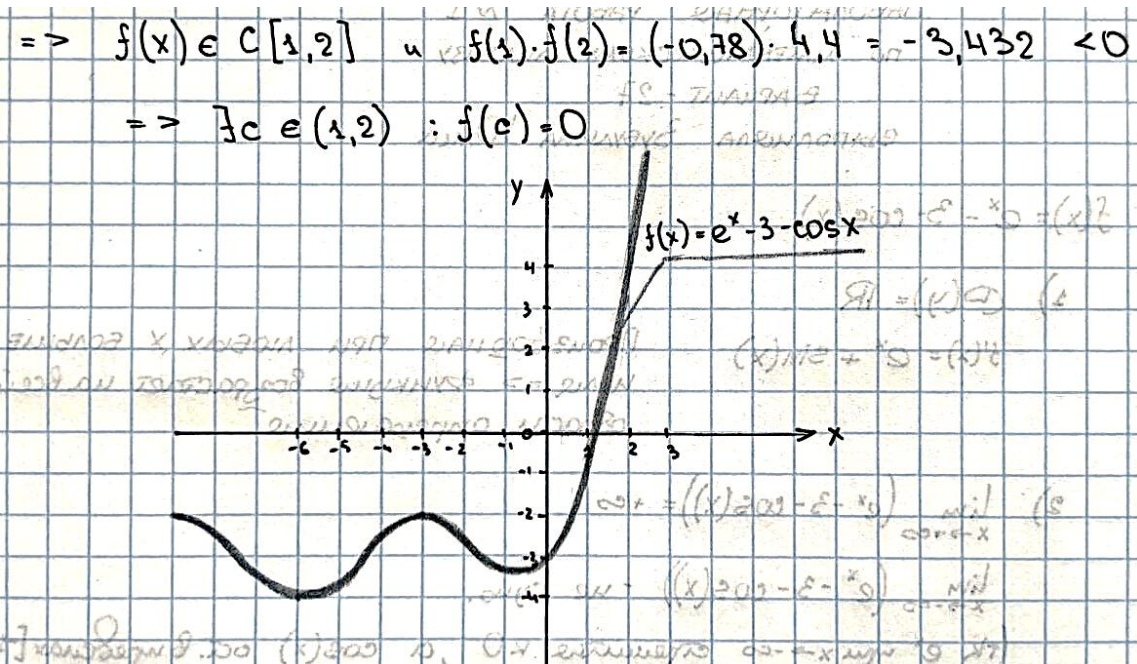
$$f(1) = e^1 - 3 - \cos(1) = 2,72 - 3 - 0,5 = -0,78$$

$$\text{]} x = 2$$

$$f(2) = e^2 - 3 - \cos(2) = 7 - 3 - (-0,4) = 4,4$$



x	-3	-1	0	1	2
y	-2	-3,13	-3	-0,78	4,4



Составить подпрограмму-функцию вычисления $f(x)$

```

subroutine BISECT(a, b, eps, f, x0, k)
  interface
    function f(x)
      real(10) :: f
      real(10), intent(in) :: x
    end function f
  end interface

  real(10) :: x0, eps, a, b, an, bn, r, y ! Объявление переменных
  integer :: k

  k = 0 ! Счетчик итераций
  an = a ! Начальная левая граница интервала
  bn = b ! Начальная правая граница интервала
  r = f(a) ! Значение функции в точке a

  do
    x0 = 0.5_16 * (an + bn) ! Вычисление середины интервала
    y = f(x0)

    if ((y == 0.0_10) .or. ((bn - an) <= (2.0_10 * eps))) exit ! Проверка

    k = k + 1 ! Обновление счетчика итераций и границ интервала
    if (sign(1.0_10, r) * sign(1.0_10, y) < 0.0_10) then
      bn = x0 ! Обновление правой границы интервала
    else
      an = x0 ! Обновление левой границы интервала
      r = y ! Обновление значения функции в новой левой границе
    end if
  end do

end subroutine BISECT

```

Составить головную программу, содержащую обращение к программе BISECT и печать результатов.

```

program main
  interface
    function f(x)
      real(10) :: f
      real(10), intent(in) :: x
    end function f

```

```

end interface

real(10) :: a, b, eps, x ! Объявление вводимых переменных
integer :: k

! Ввод данных
print *, "Введите начальную левую границу интервала a:"
read *, a
print *, "Введите начальную правую границу интервала b:"
read *, b
print *, "Введите точность вычислений E:"
read *, eps

call BISECT(a, b, eps, f, x, k)

print *, "Корень уравнения найден: "
print "(A,F21.17)", "x =", x ! Вывод результата с точностью 17 знаков после
запятой
print *, "Число итераций:", k

end program main

function f(x)
implicit none
real(10) :: f
real(10), intent(in) :: x

! Вычисление значения функции
f = exp(x) - 3.0_10 - cos(x)
return
end function f

```

Вычисления

```

Введите начальную левую границу интервала a:
1
Введите начальную правую границу интервала b:
2
Введите точность вычислений E:
0.000000000000000001
Корень уравнения найден:
x = 1.20989152198215709
Число итераций: 59

```

Вывод

В ходе работы я научила метод половинного деления (метод бисектит), реализовала его на языке Fortran, применив теорему Больцано-Коши.