

# Algoritmos de Aprendizagem de Máquina Clássica e Quântica para Classificação de Imagens: Estudo e Comparação Teóricos

Jullyano Lino<sup>1</sup>

## Resumo

O objetivo deste trabalho é fornecer uma introdução teórica básica sobre aprendizado de máquina clássico e quântico e algoritmos, clássicos e quânticos, de classificação de imagens. São apresentadas pesquisas e análises, com discussões sobre as principais vantagens e desvantagens relacionadas, de algoritmos clássicos, como Redes Neurais Convolucionais (*Convolutional Neural Networks* - CNNs) e Máquinas de Vetores de Suporte (*Support Vector Machines* - SVM), e quânticos, como Máquinas de Vetores de Suporte Quânticas (*Quantum Support Vector Machines* - QSVMs) e as Redes Neurais Convolucionais Quânticas (*Quantum Convolutional Neural Networks* - QCNNs). Por fim, apresenta-se a comparação teórica dos algoritmos de aprendizado de máquina clássico e quântico na classificação de imagens, bem como a discussão das principais diferenças entre as abordagens, as vantagens e desvantagens de cada uma, e a identificação dos benefícios de cada abordagem embasadas por um estudo de caso simples.

**Palavras-chave:** Computação Clássica, Computação Quântica, Classificação de Imagens, Aprendizado de Máquina e Redes Neurais.

---

<sup>1</sup> Graduando em Matemática pelo IESB e pós-graduando em Computação Quântica pela UniRitter.  
E-mail: jullyanolino@gmail.com

## **Abstract**

The aim of this work is to provide a basic theoretical introduction to classical and quantum machine learning and classical and quantum image classification algorithms. Research and analysis are presented, with discussions about the main advantages and disadvantages related, of classical algorithms, such as Convolutional Neural Networks (CNNs) and Support Vector Machines (SVM), and quantum algorithms, such as Support Vector Machines (QSVMs) and Quantum Convolutional Neural Networks (QCNNs). Finally, a theoretical comparison of classical and quantum machine learning algorithms in image classification is presented, as well as a discussion of the main differences between the approaches, the advantages and disadvantages of each one, and the identification of the benefits of each approach based on a simple case study.

**Keywords:** Classical Computing, Quantum Computing, Image Classification, Machine Learning and Neural Networks.

## Introdução

Aprendizado de Máquina (*Machine Learning* - ML) é um campo de estudo dentro da área de conhecimento conhecida como Inteligência Artificial (IA) e seu objetivo é gerar modelos que aprendam com a experiência anterior sem serem explicitamente formulados (ZEGUENDRY, 2023).

As metodologias e técnicas oriundas de tal campo têm sido amplamente utilizadas em vários campos científicos e técnicos, incluindo processamento de linguagem natural, diagnóstico médico, visão computacional, e mineração de dados, etc.

Géron (2019, p. 23) afirma que:

Aprendizado de Máquina é a ciência (e a arte) de programar computadores de forma não explícita a fim de que eles possam aprender a partir dos dados.

Ele continua afirmando que, sob uma abordagem mais orientada à engenharia:

Um programa de computador aprende a partir da experiência E em relação a alguma tarefa T e a alguma medida de desempenho P, se seu desempenho em T, medido por P, melhora com a experiência E. (Géron, 2019, p. 23).

Por exemplo, as amostras que um sistema de filtro de *spam* usa para aprender são chamadas de *conjunto de treinamento*. Cada amostra de treinamento é chamada de *instância de treinamento*. Nesse caso, a tarefa T é sinalizar *spam* para novos e-mails, a experiência E são os dados de treinamento e a medida de desempenho P precisa ser definida; por exemplo, você pode usar a proporção de emails classificados corretamente. Essa medida de desempenho específica é chamada de precisão (*accuracy*) e é frequentemente usada em tarefas de classificação.

Existem tipos de sistemas de aprendizado de máquina que podem ser combinados e orientam a natureza dos algoritmos relacionados, classicáveis, segundo Géron (2019, p.30), conforme:

- Se eles são ou não treinados com supervisão humana (Supervisionado, Não Supervisionado, Semi-supervisionado e Aprendizado por Reforço);

- Se eles podem ou não aprender de forma incremental na hora (online versus aprendizado em lote); e
- Se eles funcionam simplesmente comparando novos dados com dados previamente conhecidos ou, em vez disso, detectando padrões nos dados de treinamento e construindo um modelo preditivo (Aprendizagem baseada em Instância versus Aprendizagem baseada em Modelo).

Categorizadas dentro de uma sub-área de Aprendizado de Máquina chamada *Deep Learning*, as Redes Neurais Convolucionais (*Convolutional Neural Networks* - CNNs) são algoritmos que surgiram do estudo do córtex visual do cérebro e são usadas no reconhecimento de imagens desde a década de 1980 (Géron, 2019, p. 23). Graças ao aumento do poder computacional e à quantidade de dados de treinamento disponíveis, as CNNs conseguiram atingir um desempenho sobre-humano em algumas tarefas visuais complexas. Apesar disso, as CNNs não se restringem à percepção visual: elas também são bem-sucedidas em muitas outras tarefas, como reconhecimento de voz e processamento de linguagem natural.

Na categoria de Aprendizado Supervisionado, uma Máquina de Vetor de Suporte (*Support Vector Machine* - SVM) é um modelo de aprendizado de máquina poderoso e versátil, capaz de realizar classificação linear ou não linear, regressão e até mesmo detecção de valores discrepantes (Géron, 2019, p. 23). É um dos modelos mais populares em *Machine Learning*. As SVMs são particularmente adequadas para a classificação de conjuntos de dados complexos de pequeno ou médio porte.

A maior parte dos problemas de aprendizado de máquina são modelados com matrizes e realizar operações matriciais em computadores tradicionais requer uma quantidade significativa de tempo e recursos computacionais.

A computação quântica é um novo campo ambicioso que combina ciência da computação, matemática e física. Este campo investiga maneiras de usar algumas das propriedades especiais da física quântica (interferência, superposição e emaranhamento) para construir computadores quânticos baseados na unidade de informação denominada qubit (*quantum bit*), conforme afirma ZEGUENDRY(2023, p. 2).

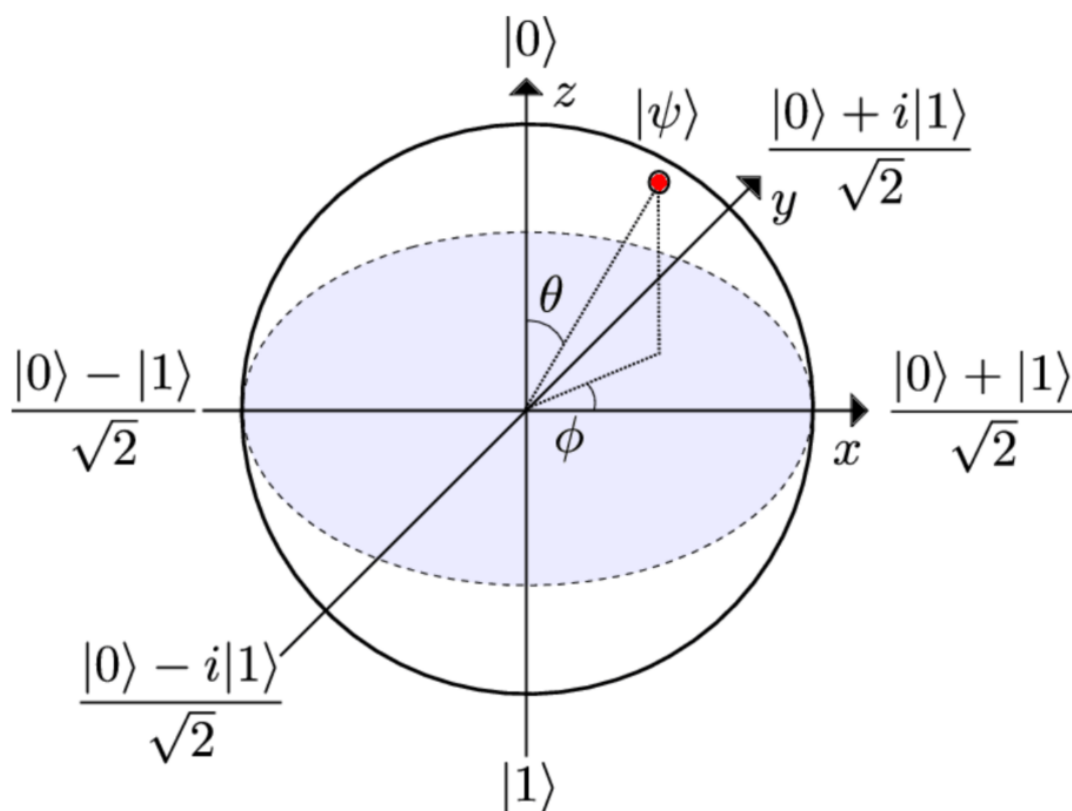


Figura - Representação de um qubit na Esfera de Bloch ZEGUENDRY(2023).

O aprendizado de máquina quântica (*Quantum Machine Learning* - QML) é um campo emergente que combina computação quântica e aprendizado de máquina para resolver problemas complexos de forma mais eficiente do que os métodos de computação clássicos, segundo Biamonte (et al., 2017).

Variantes quânticas de vários algoritmos populares para aprendizado de máquina já foram desenvolvidas (ZEGUENDRY, 2023), tais como Máquinas de Vetores de Suporte Quânticas (*Quantum Support Vector Machines* - QSVMs), proposta por Cong (2019), e as Redes Neurais Convolucionais Quânticas (*Quantum Convolutional Neural Networks* - QCNNs), propostas por Rebenfrost (2014).

A classificação de imagens, uma tarefa na qual um algoritmo atribui um rótulo a uma imagem com base em seu conteúdo, é uma aplicação comum de aprendizado de máquina.

Neste estudo, exploraremos como os algoritmos de aprendizado de máquina quântica podem ser aplicados à classificação de imagens e como eles diferem dos algoritmos clássicos correspondentes por meio de uma comparação teórica e um estudo de caso.

## Algoritmos Clássicos

Redes Neurais Convolucionais (*Convolutional Neural Networks* - CNNs) e Máquinas de Vetores de Suporte (*Support Vector Machines* - SVM) são dois algoritmos clássicos populares de aprendizado de máquina para classificação de imagens e classificação binária.

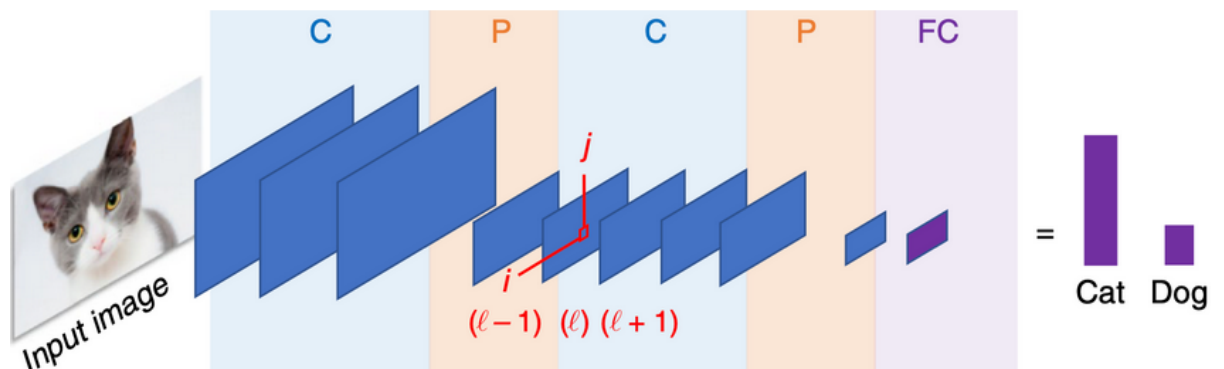


Figura - Demonstração esquemática do uso de uma CNN para classificar entre imagens de um gato e cachorro. Várias camadas de convolução e agrupamento. Estas, quando aplicadas, diminuem a dimensionalidade do conjunto de treinamento. A saída da CNN determina se a imagem de entrada era um gato ou um cachorro. Fonte: IBM Qiskit, 2023.

As CNNs, inspiradas no sistema visual humano, consistem em múltiplas camadas que aprendem a reconhecer padrões em imagens (LECUN *et al.*, 1998). Os SVMs, por outro lado, são um tipo de algoritmo de aprendizado supervisionado que encontra o hiperplano ótimo para separar diferentes classes de dados (CORTES & VAPNIK, 1995).

Ambos os algoritmos têm suas vantagens e desvantagens, com CNNs sendo particularmente eficazes para tarefas de reconhecimento de imagem em larga escala, enquanto SVMs são mais adequados para conjuntos de dados menores e problemas de classificação binária.

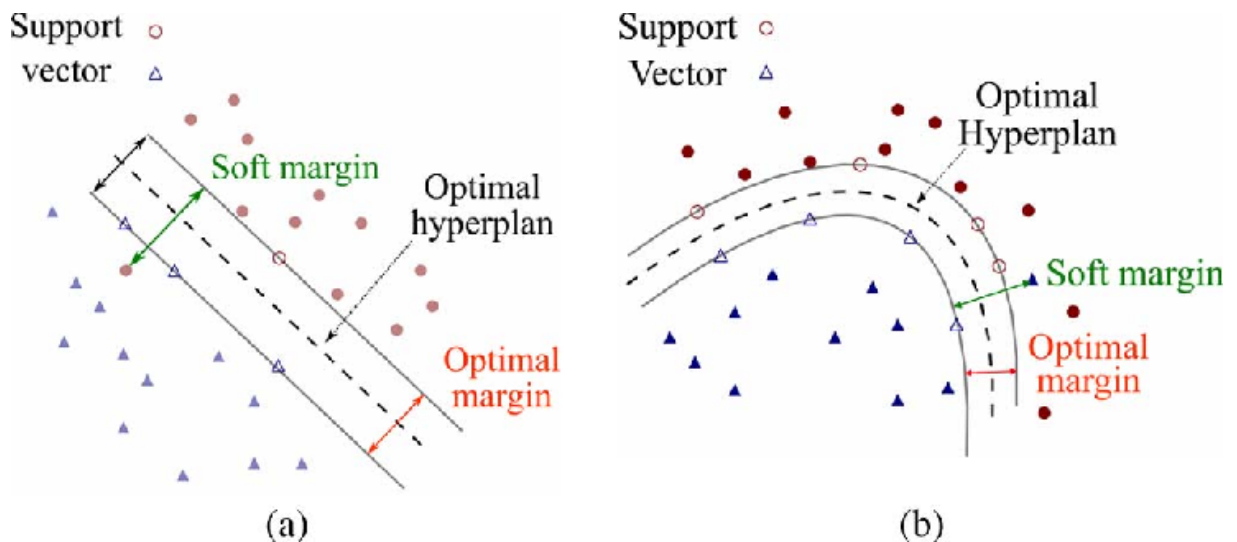


Figura - a) SVM Linear e b) SVM Não-linear (KAMRAN, 2019).

## Algoritmos Quânticos

As Máquinas de Vetores de Suporte Quânticas (*Quantum Support Vector Machines* - QSVMs) e as Redes Neurais Convolucionais Quânticas (*Quantum Convolutional Neural Networks* - QCNNs) são dois algoritmos de aprendizado de máquina quântica que, assim como suas contrapartes clássicas, podem ser utilizados em problemas de classificação de dados. As QSVMs alavancam a computação quântica para resolver o problema de otimização SVM de forma mais eficiente (REBENTROST *et al.*, 2014).

As QCNNs, por outro lado, são uma adaptação quântica de CNNs que usam circuitos quânticos para realizar operações de convolução e *pooling* (CONG *et al.*, 2019).

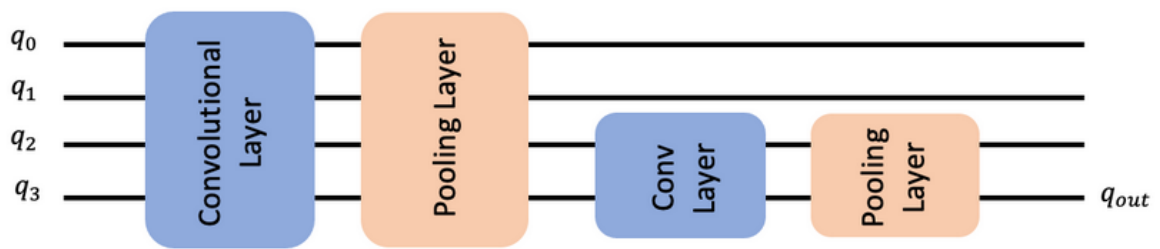


Figura - QCNN com quatro qubits. A primeira camada convolucional atua em todos os qubits. A próxima camada de agrupamento reduz a dimensionalidade do QCNN de quatro qubits para dois qubits. A segunda camada convolucional detecta recursos entre os dois qubits ainda em uso no QCNN, seguido por outra camada de agrupamento, que reduz a dimensionalidade de dois qubits para um (o qubit de saída). Fonte: IBM Qiskit, 2023.

As principais vantagens desses algoritmos quânticos incluem o potencial para computação mais rápida e a capacidade de lidar com grandes conjuntos de dados. No entanto, eles também enfrentam desafios como a necessidade de correção de erros e a disponibilidade limitada de hardware quântico.

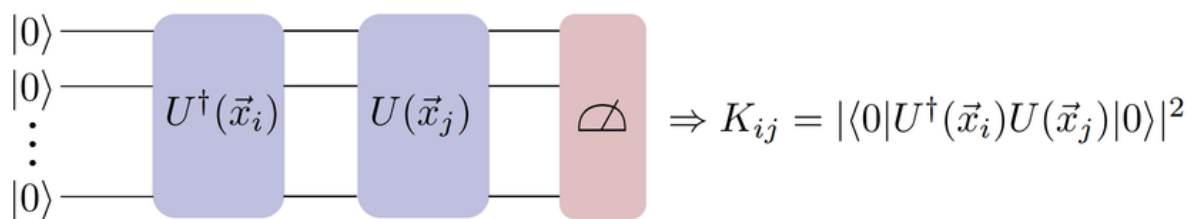


Figura - Circuito quântico para QSVM, onde  $x_i$  e  $x_j$  são vetores de características de um determinado par de pontos de dados,  $i$  e  $j$ . O circuito constrói os elementos da matriz do kernel,  $K_{ij}$ , mostrando a probabilidade de medir  $\langle 0|0 \rangle \otimes n$  qubits, tornando o kernel (produto interno) quântico (BELIS, 2021).



## Classificação de Imagens

*Image Classification Techniques In Remote Sensing* (2022) afirma que:

A classificação de imagens é o processo de atribuir classes de cobertura do solo a pixels.

De uma forma mais rigorosa, os pixels (ou um conjunto deles) recebem um rótulo de determinada classe modelos de classificação de imagens retornam uma previsão sobre a qual classe a imagem pertence.

Existem seis principais métodos de classificação: as classificações supervisionadas e não supervisionadas (Supervised Classification and Unsupervised Classification), a interpretação visual (Visual Observation), as redes neurais artificiais (Artificial Neural Network), classificação baseada no conhecimento (Classification Expert), processamento técnico de imagem de sensoriamento remoto (Technical Processing of Remote Sensing Image) e os métodos de combinação de bandas (Band Combination Method), segundo Teixeira (2019).

Dentre os tipos de classificação de imagens, destacam-se a **classificação por pixels**, na qual a identificação de regiões homogêneas de pixels são buscadas, a **classificação por regiões**, na qual as unidades de classificação são agrupamentos de pixels que é usado como unidade de classificação, método conhecido como Classificação Orientada ao Objeto (*Object-based Image Analysis* - OBIA) (TEIXEIRA, 2019).

## Comparação Teórica e Estudo de Caso

A comparação teórica de algoritmos de aprendizado de máquina clássico e quântico na classificação de imagens envolve examinar as principais diferenças entre as abordagens, as vantagens e desvantagens de cada uma e identificar cenários em que cada abordagem pode ser mais benéfica.

Os algoritmos quânticos têm o potencial de superar os algoritmos clássicos em termos de velocidade computacional e manipulação de grandes conjuntos de dados, mas também enfrentam desafios relacionados à correção de erros e limitações de hardware. Algoritmos clássicos, embora mais lentos e menos eficientes para problemas de larga escala, são mais acessíveis e fáceis de implementar (Phillipson, 2020).

Dessa forma, Philipson (2020, p.3), destaca que o aprendizado de máquina quântico contribui com o aprimoramento:

a. do tempo de execução: obtenção de resultados mais rápidos (Exemplo: Quantum Hybrid Helmholtz Machine);

b. da capacidade de aprendizagem: aumento da capacidade de memória associativa ou de conteúdo endereçável (Exemplo: Quantum Hopfield Neural Network); e

c. da eficiência do aprendizado que utiliza menos informações de treinamento ou modelos mais simples suficientes para gerar os mesmos resultados ou relações mais complexas podem ser aprendidas a partir dos mesmos dados (Exemplo: Variational Quantum Circuit for Machine Learning).

O estudo de caso, focado na comparação entre a aplicação de algoritmos classificadores clássicos e quânticos no problema de classificação de imagens por meio da utilização das bibliotecas Scikit Learning (PEDREGOSA, 2011) e Qiskit (IBM Qiskit. 2023) e da base de dados *Optical Recognition of Handwritten Digits Data Set* estudada em ALPAYDIN (1998) e em KAYNAK (1995), é descrito em detalhes no Apêndice I.

## **Considerações Finais**

Com base na análise teórica, as perspectivas futuras dos algoritmos de aprendizado de máquina quântica na classificação de imagens são promissoras, mas ainda há desafios e oportunidades a serem abordados.

À medida que a tecnologia de computação quântica avança, podemos esperar melhorias na correção de erros e na disponibilidade de hardware, o que tornará os algoritmos de aprendizado de máquina quântica mais práticos para aplicações do mundo real.

Por exemplo, o algoritmo QSVM excede o SVM clássico em desempenho e velocidade em pequenos subconjuntos do conjunto de dados. A maioria das técnicas de aprendizado de máquina quântica carecem de uma RAM quântica apropriada (QRAM) que mapeia a entrada clássica para um computador quântico (ZEGUENDRY, 2023, p.43).

O computador quântico ainda é desenvolvido em dispositivos quânticos de escala intermediária ruidosa (NISQ) e dispositivos quânticos de pequena escala dotados de uma quantidade escassa de qubits e recursos, por isso o grande processamento de dados em dispositivos quânticos é inviável devido à perda de uma grande quantidade de informações importantes (ZEGUENDRY, 2023, p. 42).

Enquanto isso, os algoritmos clássicos de aprendizado de máquina continuarão a desempenhar um papel significativo nas tarefas de classificação de imagens.

## Referências

ALPAYDIN, E., Kaykak, C. (1998) Cascading Classifiers, Kybernetika.

BIAMONTE, J., Wittek, P., Pancotti, N., Rebentrost, P., Wiebe, N., & Lloyd, S. (2017). **Quantum machine learning**. Nature, 549(7671), 195-202.

BELIS, Vasileios & González-Castillo, Samuel & Reissel, Christina & Vallecorsa, Sofia & Combarro, Elias & Dissertori, Günther & Reiter, Florentin. (2021). **Higgs analysis with quantum classifiers**.

CONG, I., Choi, S., & Lukin, M. D. (2019). **Quantum convolutional neural networks**. Nature Physics, 15(12), 1273-1278.

CORTES, C., & Vapnik, V. (1995). **Support-vector networks**. Machine Learning, 20(3), 273-297.

GÉRON, Aurélien. **Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow**. Published by O'Reilly Media, Inc., 1005 Gravenstein Highway North, Sebastopol, CA 95472. Printed in Canada. Copyright © 2019 Aurélien Géron. All rights reserved.

IBM Qiskit. **Open-Source Quantum Development**. Disponível em: <https://qiskit.org/>. acesso em: 06/05/2023

IMAGE CLASSIFICATION TECHNIQUES IN REMOTE SENSING. **GIS Geography**, 17/08/2022. Disponível em: <https://gisgeography.com/image-classification-techniques-remote-sensing/#which-image-classification-technique-should-you-use>. Acesso em: 06/05/2023.

KAYNAK, C. (1995) **Methods of Combining Multiple Classifiers and Their Applications to Handwritten Digit Recognition** (1995), MSc Thesis, Institute of Graduate Studies in Science and Engineering, Bogazici University.

KAMRAN, K. & Maimandi, J., Kiana & Heidarysafa, Mojtaba & Mendu, Sanjana & Barnes, Laura & Brown, Donald. (2019). **Text Classification Algorithms: A Survey**.

LECUN, Y., Bottou, L., Bengio, Y., & Haffner, P. (1998). **Gradient-based learning applied to document recognition**. Proceedings of the IEEE, 86(11), 2278-2324.

PEDREGOSA, *et al.* **Scikit-learn: Machine Learning in Python**. JMLR 12, pp. 2825-2830, 2011.

PHILLIPSON, Frank. (2020). **Quantum Machine Learning: Benefits and Practical Example**. Conference: International Workshop on QuANTum SoftWare Engineering & Programming (QANSWER) At: Talavera Spain.

REBENTROST, P., Mohseni, M., & Lloyd, S. (2014). **Quantum support vector machine for big data classification**. Physical Review Letters, 113(13), 130503.

TEIXEIRA. Alguns métodos e tipos de Classificação de Imagens. **SOS GIS BR**, cidade de publicação, 19/08/2019. Exame de Qualificação Doutorado PPGMA-UERJ (2018). Disponível em: <https://sosgisbr.com/2019/08/10/alguns-metodos-e-tipos-de-classificacao-de-imagens/>. Acesso em: 06/05/2023.

ZEGUENDRY, A., JARIR Z., & QUAFAROU M. **Quantum Machine Learning: A Review and Case Studies**. Entropy 2023, 25, 287. <https://doi.org/10.3390/e25020287>.

## Glossário

**Análise de Componentes Principais (*Principal Component Analysis* - PCA):** procedimento estatístico que permite resumir o conteúdo da informação em grandes tabelas de dados por meio de um conjunto menor de “índices de síntese” que podem ser mais facilmente visualizados e analisados

**Aprendizado de Máquina (*Machine Learning* - ML):** campo dedicado à compreensão e construção de métodos que permitem que as máquinas usufruam dos dados para melhorar o desempenho do computador em algum conjunto de tarefas.

**Aprendizado de Máquina Quântico (*Quantum Machine Learning* - ML):** integração de algoritmos quânticos em programas de aprendizado de máquina.

**Aprendizado Profundo (*Deep Learning* - DL):** ramo de aprendizado de máquina baseado em um conjunto de algoritmos que tentam modelar abstrações de alto nível de dados usando um grafo profundo com várias camadas de processamento, compostas de várias transformações lineares e não lineares

**Computação Clássica:** modelo de computação baseado na arquitetura de Von Neumann que faz uma distinção clara entre elementos de processamento e armazenamento de dados, isto é, possui processador e memória destacados por um barramento de comunicação, sendo seu processamento sequencial.

**Computação Quântica:** ciência que estuda as aplicações das teorias e propriedades da mecânica quântica na Ciência da Computação

**Convolução:** Em matemática, convolução é uma operação matemática em duas funções ( $f$  e  $g$ ) que produz uma terceira função ( $f * g$ ) que expressa como a forma de uma é modificada pela outra.

**Classificação de Imagens:** associação rótulos a pixels ou grupos de pixels de forma a categorizar uma imagem dentro de uma classe.

**Inteligência Artificial (*Artificial Intelligence* - AI):** inteligência demonstrada por máquinas ao executar tarefas complexas associadas a seres inteligentes, além de também ser um campo de estudo acadêmico, no qual o principal objetivo é de executar funções de modo autônomo.

**Normalização dos Dados:** organização de uma base de dados que visa reduzir a redundância de dados, aumentar a integridade de dados e o desempenho.

**Máquinas de Vetores de Suporte (*Support Vector Machines* - SVM):** conceito na ciência da computação para um conjunto de métodos de aprendizado supervisionado que analisam os dados e reconhecem padrões, usado para classificação e análise de regressão.

**Máquinas de Vetores de Suporte Quânticas (*Quantum Support Vector Machines* - QSVMs):** abordagem quântica das SVMs que utiliza um circuito quântico variacional para classificar um conjunto de treinamento ou um estimador quântico de kernel a fim de otimizar o classificador.

***Pooling*:** processo de redução das dimensões da camada oculta combinando as saídas dos grupos de neurônios da camada anterior em um único neurônio da próxima camada.

**Redes Neurais Convolucionais (*Convolutional Neural Networks* - CNNs):** classe de rede neural artificial do tipo *feed-forward*, que vem sendo aplicada com sucesso no processamento e análise de imagens digitais.

**Redes Neurais Artificiais (*Artificial Neural Network*):** modelos computacionais inspirados pelo sistema nervoso central de um animal (em particular o cérebro) que são capazes de realizar o aprendizado de máquina bem como o reconhecimento de padrões.

**Redes Neurais Convolucionais Quânticas (*Quantum Convolutional Neural Networks* - QCNNs):** abordagem quântica das CNNs que pode reconhecer com precisão estados quânticos associados a uma fase topológica protegida por simetria unidimensional, com desempenho superando as abordagens existentes.

**Redução de Dimensionalidade:** transformação de dados de um espaço de alta dimensão em um espaço de baixa dimensão, de modo que a representação de baixa dimensão retenha algumas propriedades significativas dos dados originais, idealmente perto de sua dimensão intrínseca.

## Apêndices

### Apêndice I - Estudo de Caso

Os arquivos (artigo e *jupyter notebook*) deste estudo de caso estão disponíveis em [https://github.com/jullyanolino/papers/tree/main/quantum\\_computing/image\\_classification](https://github.com/jullyanolino/papers/tree/main/quantum_computing/image_classification).

1)**Problema:** Comparar o desempenho de algoritmos clássicos e quânticos no problema de classificação de imagens.

2)**Estratégia:** utilizar Máquinas de Vetores de Suporte Clássica e Quântica no reconhecimento de números escritos à mão por meio da técnica de classificação de pixels.

3)**Conjunto de dados:** dados de dígitos manuscritos da UCI ML disponível em: <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Optical+Recognition+of+Handwritten+Digits>

O conjunto de dados contém imagens de dígitos escritos à mão: 10 classes onde cada classe se refere a um dígito.

Características do conjunto de dados:

Número de instâncias: 1797

Número de Atributos: 64

Informações do atributo: imagem 8x8 de pixels inteiros no intervalo 0..16.

Valores de atributos ausentes: nenhum

Criador: Alpaydin (alpaydin@boun.edu.tr)

Data: julho de 1998

Os programas de pré-processamento disponibilizados pelo NIST foram usados para extrair bitmaps normalizados de dígitos manuscritos de um formulário pré-impresso. De um total de 43 pessoas, 30 contribuíram para o conjunto de treinamento e 13 diferentes para o conjunto de teste. Os bitmaps 32x32 são divididos em blocos não sobrepostos de 4x4 e o número de pixels é contado em cada bloco. Isso gera uma matriz de entrada de 8x8 onde cada elemento é um



número inteiro no intervalo 0..16. Isso reduz a dimensionalidade e dá invariância a pequenas distorções.

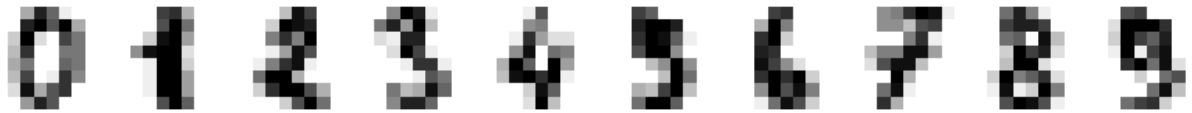


Figura 1 - Dígitos manuscritos da base de dados

4)**Metodologia:** a metodologia utilizada seguiu uma abordagem empírica e exploratória de aplicação dos algoritmos SVM e QSVM em conjuntos de dados de imagens, ajuste de parâmetros (testes com as quantidade de amostras, normalização dos dados, redução de dimensões, visualização multidimensional e aplicação de PCA) e comparação dos resultados obtidos.

#### 5)**Análise do Projeto:**

A seguir, os detalhes das escolhas e da abordagem de cada passo do projeto:

5.1)Análise de dados: a quantidade de amostras do conjunto de dados escolhido, dígitos manuscritos, foi reduzida em 83% após alguns testes onde o QSVM não teve um bom desempenho no processo de treinamento da base inteira.

Além disso, realizou-se a normalização dos dados com o algoritmo MinMaxScaler da biblioteca Scikit Learning tornando as características um número real no intervalo entre 0 e 1.

5.2) Visualização dos dados: foi realizada a plotagem dos dígitos a serem reconhecidos e, por meio da aplicação de Análise dos Componentes Principais (*Principal Component Analysis* - PCA), realizou-se a redução da dimensionalidade para 2 (dois) a fim de se plotar a matriz de dispersão do conjunto de dados.

Os artefatos comparativos dos algoritmos utilizados foram a plotagem em texto simples de um relatório de desempenho e a plotagem da matriz de confusão.

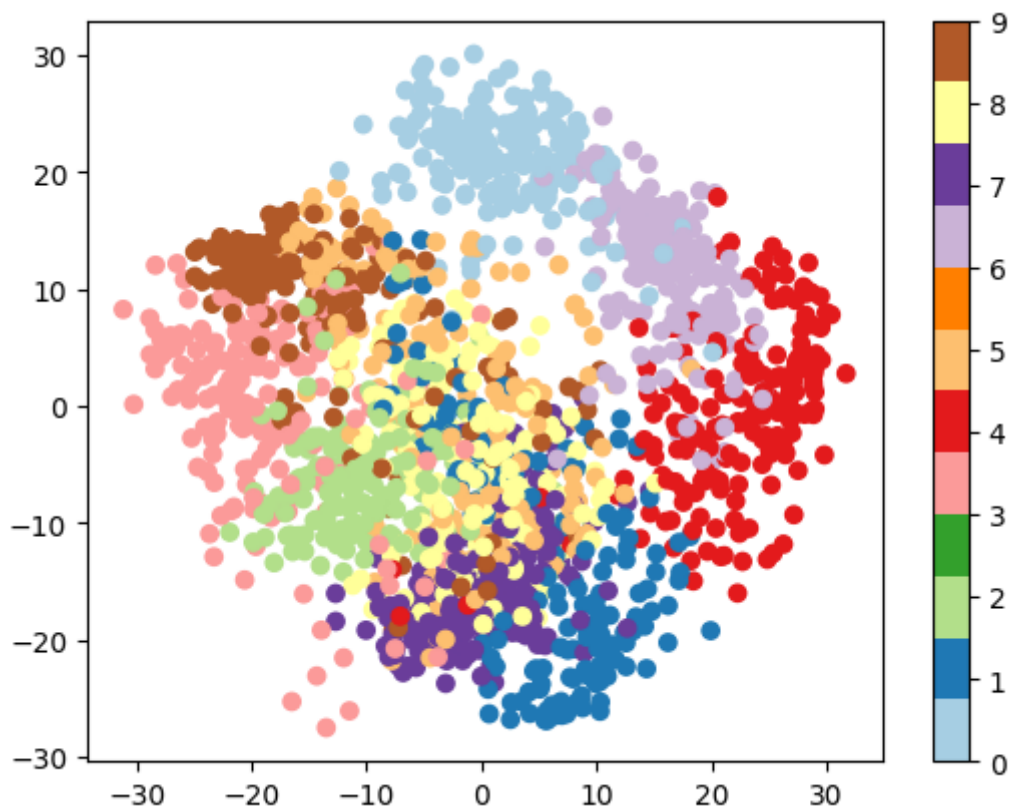


Figura 2 - Matriz de Dispersão do Conjunto de Dados.

5.3) Escolha de características: na aplicação dos algoritmos clássicos, no caso SVM, as dimensões não foram alteradas. Entretanto, para fins de exploração empírica, reduziu-se, por meio da aplicação da PCA, a dimensão do conjunto de treinamento para 2 (dois), pois a quantidade de qubits, recurso escasso, utilizada no circuito do mapa quântico de características é diretamente proporcional à quantidade de dimensões do conjunto.

5.4) Abordagens: apesar de as Máquinas de Vetores de Suporte serem mais adequadas para classificação binária e para conjunto de testes mais modestos, este estudo de caso teve o propósito empírico e acadêmico de explorar, além da comparação das contrapartes clássicas e quânticas do algoritmo, as limitações, a disciplina de ajustes de parâmetros e o entendimento pontual do funcionamento dos algoritmos de aprendizado de máquina.

Na abordagem clássica, não houve ajustes significativos em relação à documentação e exemplos padrões da biblioteca utilizada (Scikit Learning).

Entretanto, a abordagem quântica, aplicação da QSVM utilizando a biblioteca IBM Qiskit, exigiu uma série de ajustes para o alcance de um resultado minimamente funcional, ainda que de utilização prática inviável.

## 6) Conclusões:

Na abordagem clássica, a análise de dados exigiu apenas a normalização dos dados e o treinamento e a execução dos testes de previsões da SVM duraram, respectivamente, 0.017 segundos e 0.04 segundos para 300 amostras de treino e teste. Dentre os indicadores de desempenho utilizados, a precisão (*accuracy*) alcançada foi de 0,98 seguida pela matriz de confusão abaixo:

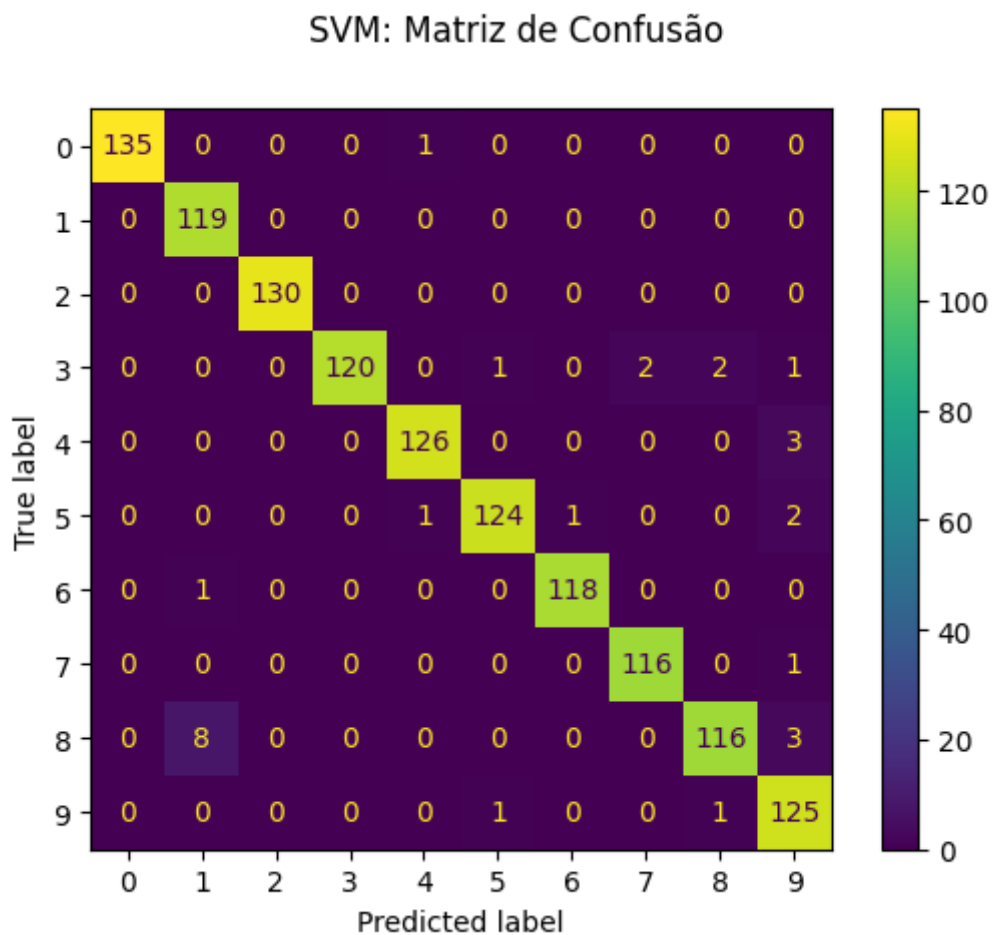


Figura 3 - Matriz de Confusão da SVM aplicada ao reconhecimento de algarismos manuscritos.

Na abordagem quântica, foi necessário reduzir, assumindo-se o risco de degradação significativa da eficiência do classificador QSVM, a dimensão do conjunto de 64 (sessenta e quatro) para 2 (dois). Tal decisão, justificada pela elasticidade exploratória supracitada, foi tomada conscientemente em prol da criação de um circuito quântico executável, ainda que não viável para classificação (conforme os relatórios de desempenho):

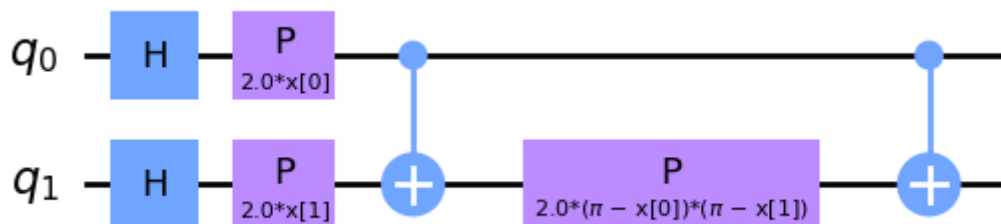


Figura 4 - Circuito Quântico (circuito de evolução Pauli Z de segunda ordem) que codifica o mapa de características, de acordo com o gráfico de conectividade e o mapa de dados clássico, dos dígitos com dimensão reduzida (duas dimensões i.e., dois qubits e sem repetição de trechos do circuito) que utilizados no kernel do QSVM.

A análise de dados exigiu, além da normalização dos dados, a redução de dimensionalidade. O treinamento e a execução dos testes de previsões da QSVM duraram, respectivamente, 94,54 segundos e 192,01 segundos para 300 amostras de treino e teste. Dentre os indicadores de desempenho utilizados, a precisão (*accuracy*) alcançada foi de 0,09 seguida pela matriz de confusão abaixo:

QSVM: Matriz de Confusão

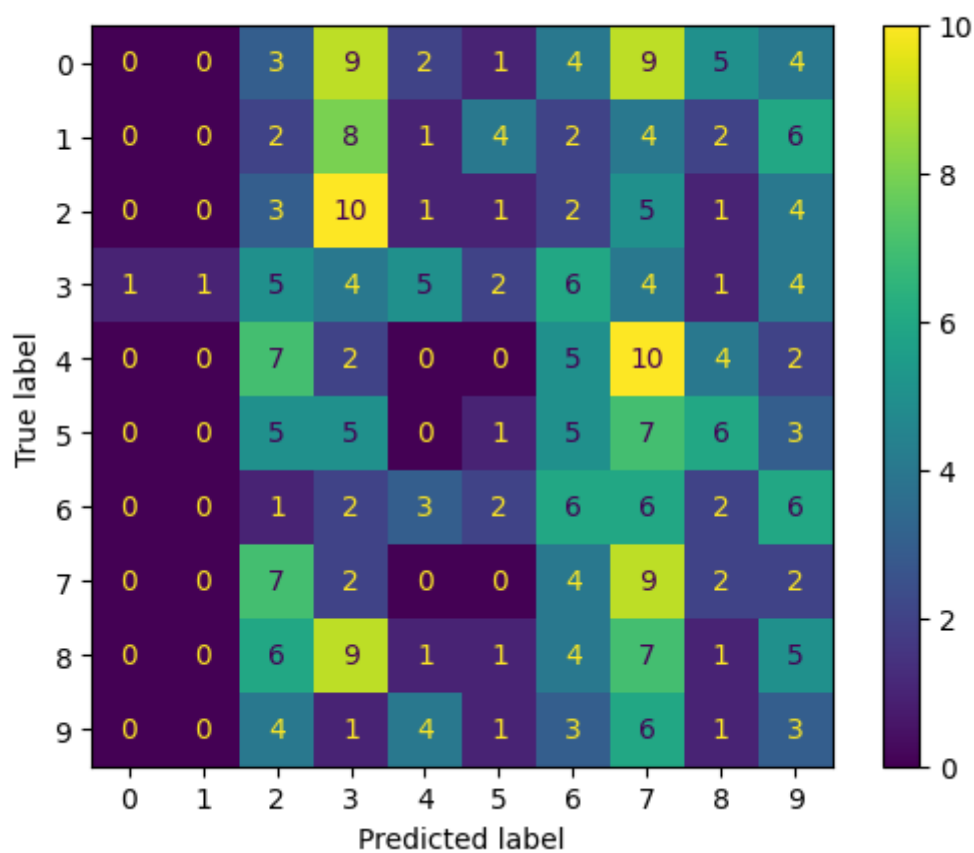


Figura 5 - Matriz de Confusão da SVM aplicada ao reconhecimento de algarismos manuscritos.