Atividade 2 - Introdução à análise de dados de Física de Partículas

Jully Moura Alves

Outubro de 2024

Exercício 1

A equação de ajuste linear é dada por:

$$y = mx + b$$

$$\Delta y = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(mx_i + b - y_i)^2}}{N - 2}$$

$$y \pm \Delta y = (m \pm \Delta m)x + (b \pm \Delta b)$$

m:

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - (\sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i)\frac{1}{N}}{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2}$$

$$\Delta m = \frac{\Delta y}{\sqrt{(x_i - \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N})^2}}$$

b:

$$b = \frac{1}{N}(\sum_{i=1}^{N} y_i - m \sum_{i=1}^{N} x_i)$$

$$\Delta b = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{N \sum_{i=1}^{N}(x_i - \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N})^2}}\Delta y$$

Exercício 2

σ :

$$\sigma = \frac{N_{total} - N_{background}}{L}$$

$$\sigma = \frac{2467 - 1223.5}{25} = 53.74(fb)$$

N:

$$N = N_{total} - N_{background}$$

$$N = 2467 - 1223.5 = 1343.5$$

Incertezas estatísticas

ΔN :

$$\Delta N = \sqrt{N}$$

$$\Delta N = \sqrt{1343.5} = 36.65$$

$\Delta\sigma_1$:

$$\Delta\sigma_1 = \frac{\Delta N}{L}$$

$$\Delta\sigma_1 = \frac{36,65}{25} = 1.47(fb)$$

Incertezas sistemáticas

ΔL :

$$\Delta L = 0.1 \times 25 = 2.5(fb^{-1})$$

$\Delta\sigma_2$:

$$\Delta\sigma_2 = \sigma \times \frac{\Delta L}{L}$$

$$\Delta\sigma_2 = 53.74 \times \frac{2.5}{25} = 5.37(fb)$$

Incerteza total

$$\Delta\sigma = \sqrt{(\sigma_1)^2 + (\sigma_2)^2}$$

$$\Delta\sigma = \sqrt{(1.47)^2 + (5.37)^2} = 5.57(fb)$$

Resultado

$$\sigma = (53.74 \pm 5.57)fb$$

Exercício 3

Através de Poisson

$$P(k;\lambda) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

Para k = 0:

$$P(0;\lambda) = e^{-\lambda}$$

Para intervalo de confiança de 95% :

$$e^{-\lambda} \geq 1 - 0.95$$

$$e^{-\lambda} \geq 0.05$$

$$-\lambda \geq ln(0.05)$$

$$\lambda \leq -ln(0.05)$$

$$-ln(0.05) \approx 2.996$$

Resultado:

$$\lambda \geq 2.996$$

Exercício 4

$$X^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{(y_i - f(x_i))}{{\sigma_i}^2}$$

Graus de liberdade:

$$ndf = N - p$$

Média de X²:

$$Med|X^2| = ndf$$

Variância de X²:

$$Var(X) = 2ndf$$

Ajuste:

$$Mdf\left[\frac{X^2}{ndf}\right] = \frac{Med|X^2|}{ndf}$$

$$\frac{Med|X^2|}{ndf} = \frac{ndf}{ndf} = 1$$

Resposta:

Quando

$$\frac{X^2}{ndf} = 1$$

a discrepância entre os dados observados e os valores ajustados é consistente com a incerteza dos dados.

Quando

$$\frac{X^2}{ndf}` < 1$$

a discrepância entre os dados e o modelo é menor do que o esperado, indicando que os erros podem estar superestimados ou o modelo é mais complexo do que os dados exigem.

Quando

$$\frac{X^2}{ndf}` < 1$$

a discrepância é maior do que a incerteza permite, indicando que o modelo pode não estar adequado ou os erros subestimados.

Por esses motivos, a melhor função que se adequada aos dados é quando

$$\frac{X^2}{ndf} = 1$$