1

Для графа $G\,(X,\ U)$, где $U = \left\{ \left(\overline{x_1 x_2}\right), \left(\overline{x_3 x_4}\right), \left(\overline{x_3 x_2}\right), \left(\overline{x_1 x_3}\right) \right\}$, по графу его дополнения напишите минимальное выражение произведения Π логических переменных $x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4$, позволяющее выделить подмножества вершин в графе G, образующие все его максимальные полные подграфы.

- [ ] $\Pi = x_4 + x_1 x_2$
- [ ] $\Pi = x_1 + x_2 x_3$
- [ ] $\Pi = x_1 x_2 + x_2 x_3 x_4$

Выберите все верные ответы (может быть несколько или один).

2

Запишите в форме СКНФ функцию $f\ (x_1,\ x_2,\ x_3)$, представленную таблицей истинности.

x_1	x_2	x_3	$f\ (x_1,\ x_2,\ x_3)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

- [ ] $f\ (x_1,\ x_2,\ x_3) = (x_1 \lor x_2 \lor \overline{x_3})(x_1 \lor \overline{x_2} \lor \overline{x_3})(\overline{x_1} \lor x_2 \lor x_3)(\overline{x_1} \lor \overline{x_2} \lor x_3)$
- [ ] $f\ (x_1,\ x_2,\ x_3) = (\overline{x_1} \lor \overline{x_2} \lor x_3)(\overline{x_1} \lor x_2 \lor x_3)(x_1 \lor \overline{x_2} \lor \overline{x_3})$
- [ ] $f\ (x_1,\ x_2,\ x_3) = (\overline{x_1} \lor \overline{x_2} \lor x_3)(\overline{x_1} \lor x_2 \lor x_3)(x_1 \lor \overline{x_2} \lor \overline{x_3})(x_1 \lor x_2 \lor \overline{x_3})$

3

Постройте скелет $\underset{\cdot\cdot}{G} = \left(\underset{\cdot\cdot}{X},\ \underset{\cdot\cdot}{U}\right)$ графа $G = (X,\ U)$, где

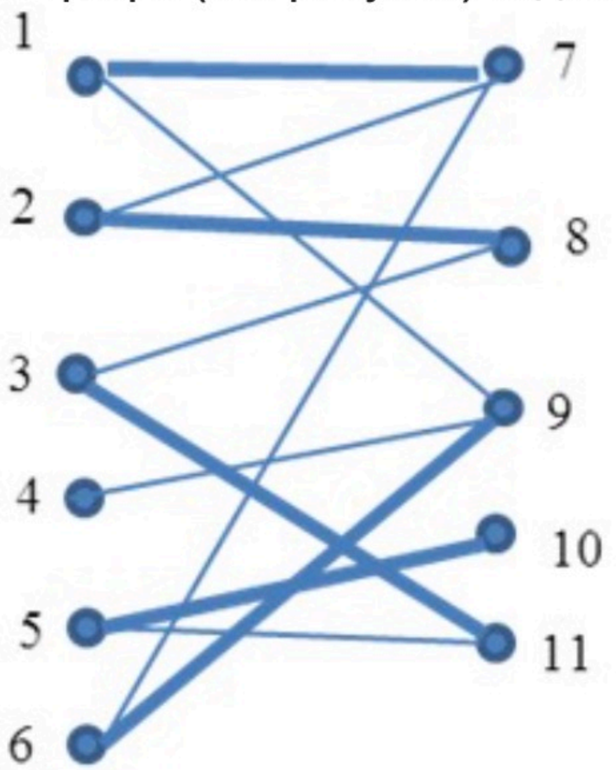
$U = \left\{ \left(\overline{x_1x_2}\right), \left(\overline{x_3x_2}\right), \left(\overline{x_2x_3}\right), \left(\overline{x_1x_3}\right), \left(\overline{x_1x_4}\right), \left(\overline{x_4x_2}\right), \left(\overline{x_3x_3}\right), \left(\overline{x_4x_3}\right), \left(\overline{x_3x_4}\right), \left(\overline{x_4x_4}\right) \right\}.$

Ответ запишите множеством рёбер скелета $\underset{\cdot\cdot}{G}$ по аналогии с записью рёбер U, располагая вершины в порядке возрастания номеров вершин.

- [ ] $\underset{\cdot\cdot}{U} = \left\{ \left(\overline{x_1x_2}\right), \left(\overline{x_1x_3}\right), \left(\overline{x_1x_4}\right), \left(\overline{x_2x_3}\right), \left(\overline{x_4x_2}\right), \left(\overline{x_3x_4}\right), \left(\overline{x_3x_3}\right) \right\}$
- [ ] $\underset{\cdot\cdot}{U} = \left\{ \left(\overline{x_1x_2}\right), \left(\overline{x_1x_3}\right), \left(\overline{x_1x_4}\right), \left(\overline{x_2x_3}\right), \left(\overline{x_4x_2}\right), \left(\overline{x_3x_4}\right) \right\}$
- [ ] $\underset{\cdot\cdot}{U} = \left\{ \left(\overline{x_1x_2}\right), \left(\overline{x_3x_2}\right), \left(\overline{x_2x_3}\right), \left(\overline{x_1x_3}\right), \left(\overline{x_1x_4}\right), \left(\overline{x_4x_2}\right), \left(\overline{x_4x_3}\right), \left(\overline{x_3x_4}\right) \right\}$

Выберите все верные ответы (может быть несколько или один).

В графе (см. рисунок) задано паросочетание, выделенное «жирными рёбрами».



Определите, возможно ли увеличить паросочетание.

- [ ] Паросочетание можно увеличить, если «жирные» рёбра сделать «тонкими», а «тонкие» сделать «жирными».
- [ ] Паросочетание нельзя увеличить, т.к. в графе есть только одна ненасыщенная вершина 4.
- [ ] Паросочетание можно увеличить, т.к. в графе есть ненасыщенная вершина 4.

5

Найдите минимальный разрез T на сети $G = \left(X,\ \underset{\rightarrow}{U}\right)$, где

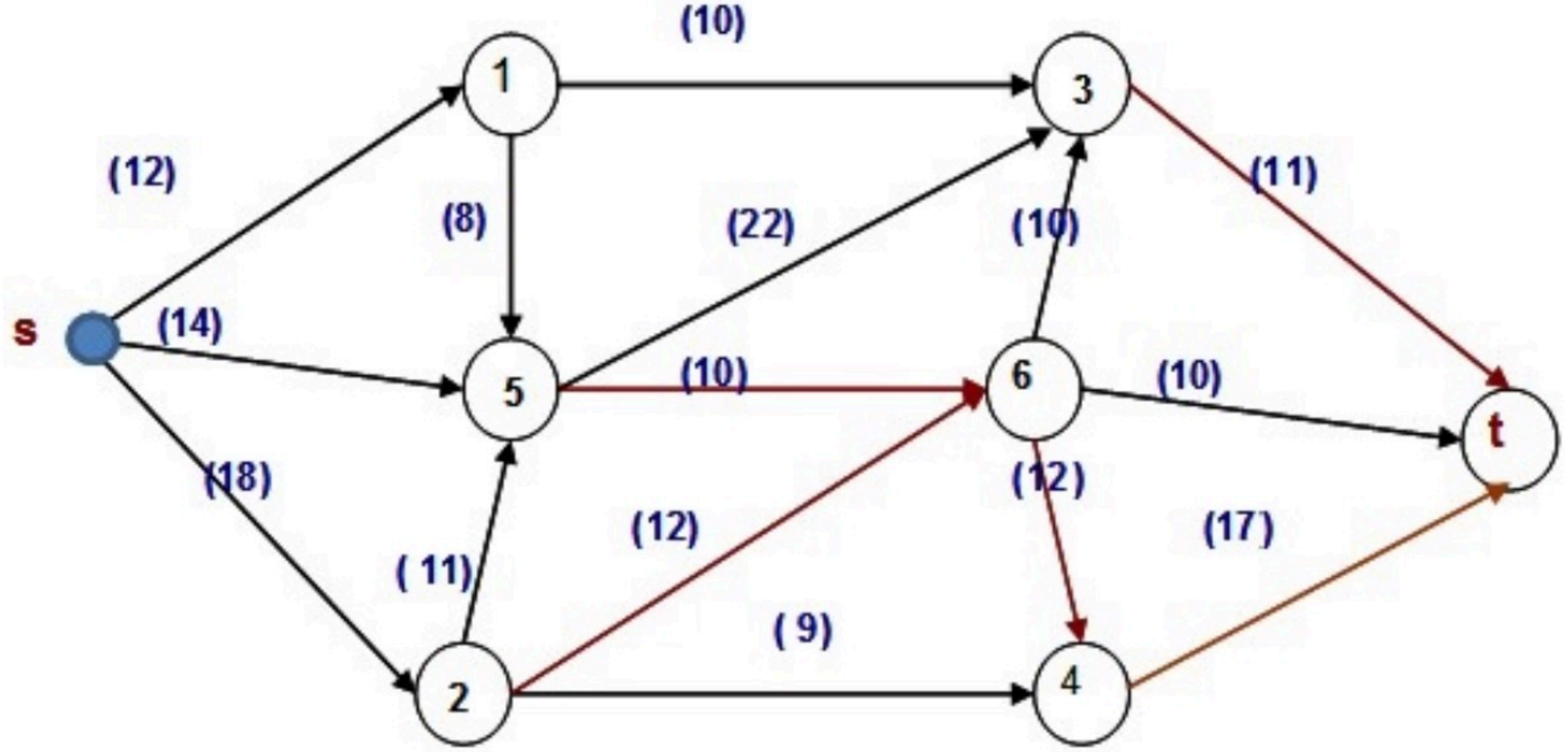
$\underset{\rightarrow}{U} = \left\{ \left(\overline{x_1x_2}\right)_{22}^{18}, \left(\overline{x_2x_3}\right)_{9}^{6}, \left(\overline{x_1x_3}\right)_{9}^{2}, \left(\overline{x_2x_4}\right)_{7}^{7}, \left(\overline{x_2x_5}\right)_{6}^{5}, \left(\overline{x_3x_5}\right)_{8}^{8}, \left(\overline{x_5x_4}\right)_{4}^{4}, \left(\overline{x_5x_6}\right)_{9}^{9}, \left(\overline{x_4x_6}\right)_{12}^{11} \right\}$ (здесь за скобками нижний индекс соответствует пропускной способности, верхний – величине потока на дуге).

- ☐ $T = (x_2x_4),\ (x_5x_6),\ (x_5x_4)$
- ☐ $T = (x_2x_4),\ (x_3x_5),\ (x_5x_6),\ (x_5x_4)$
- ☐ $T = (x_3x_5),\ (x_5x_6),\ (x_5x_4)$

Выберите все верные ответы (может быть несколько или один)

6

После пропускания потока в транспортной сети (см. рисунок) насыщенными оказались дуги: U = (s, 5), (s, 2), (3, t), (s, 1), (5, 6), (4, t), (6, t).

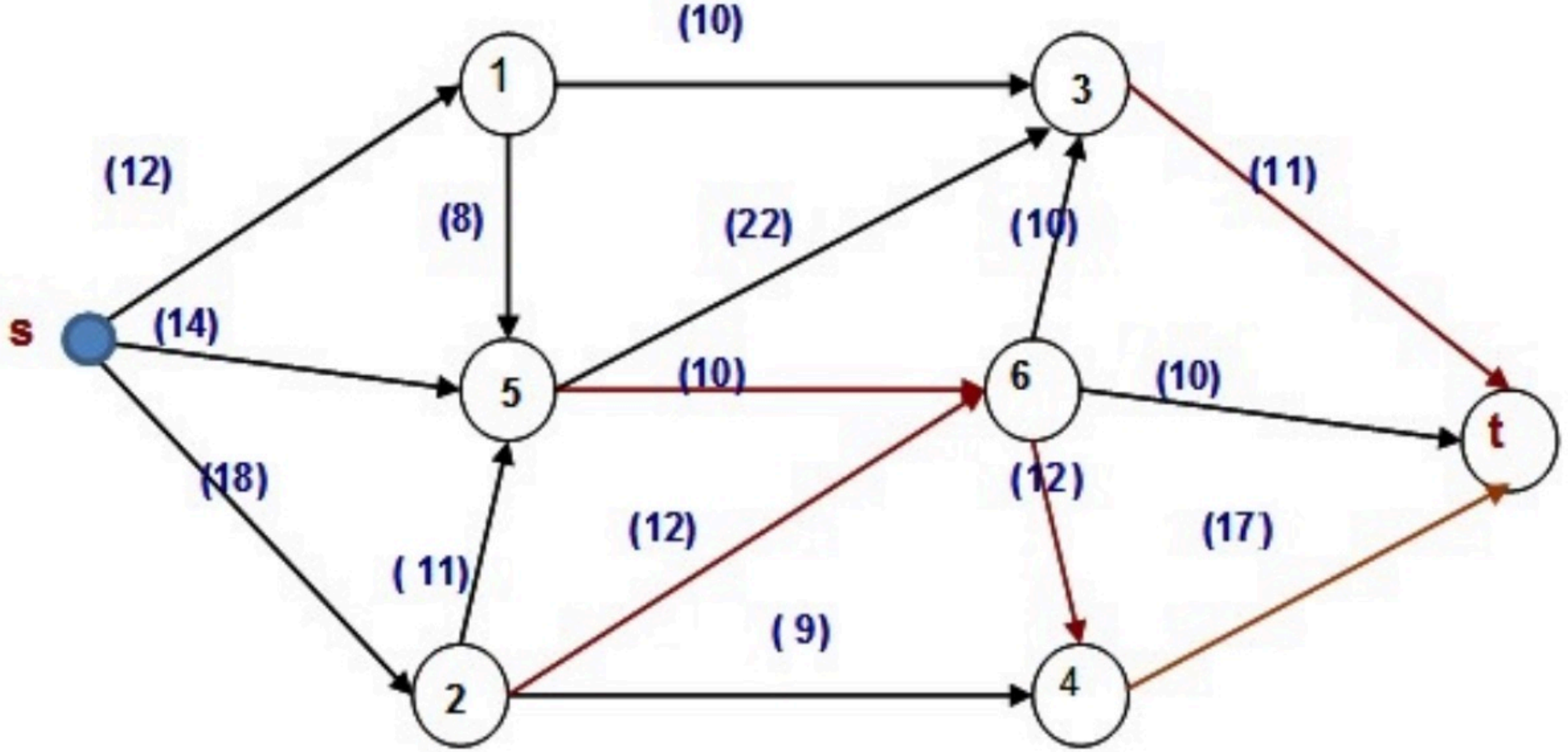


Выделите дуги минимального разреза данной сети.

- ☐ Дуги минимального разреза: (s, 5), (s, 2), (3, t), (s, 1), (4, t), (6, t).
- ☐ Дуги минимального разреза: (s, 5), (s, 2), (s, 1).
- ☐ Дуги минимального разреза: (3, t), (4, t), (6, t).

6

После пропускания потока в транспортной сети (см. рисунок) насыщенными оказались дуги: U = (s, 5), (s, 2), (3, t), (s, 1), (5, 6), (4, t), (6, t).



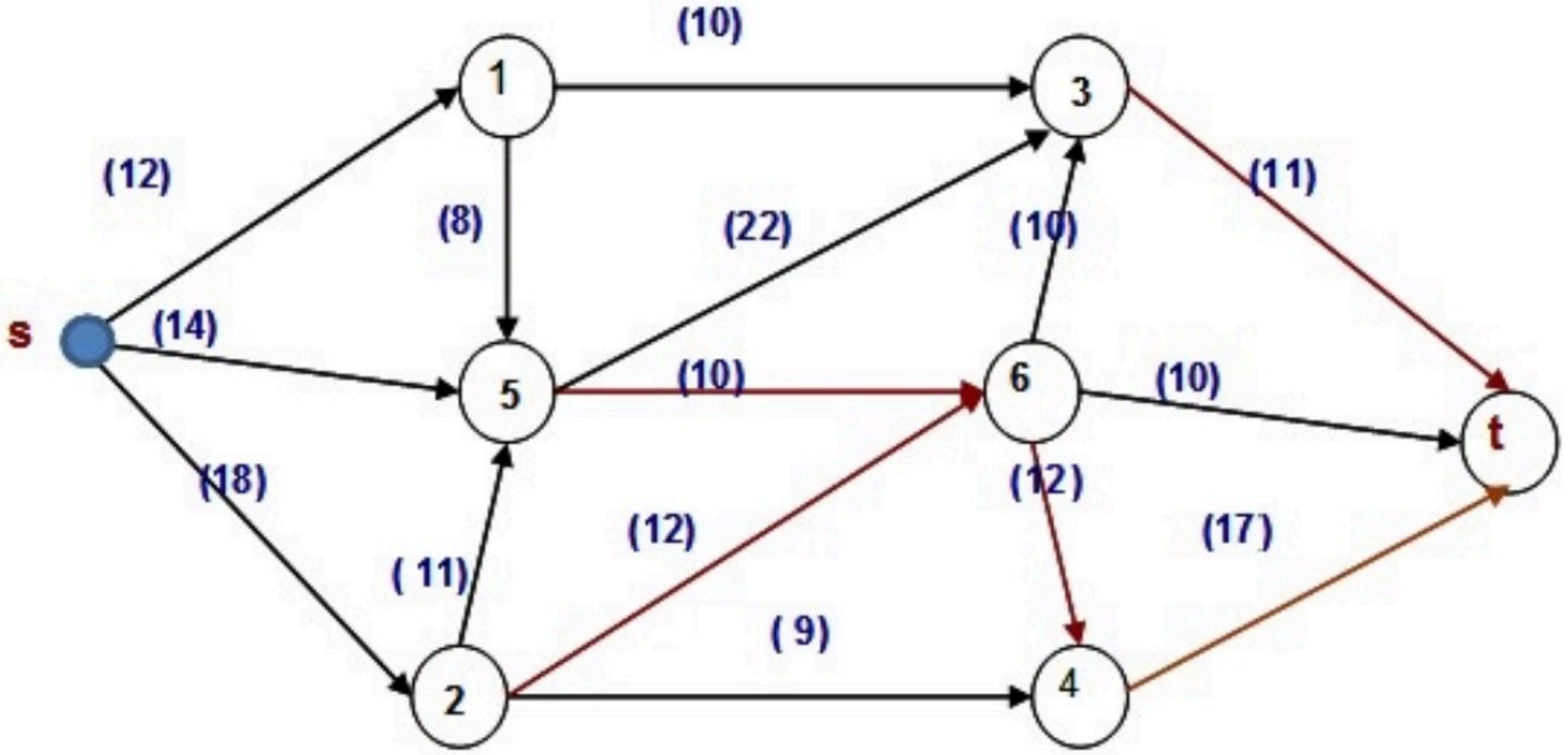
Выделите дуги минимального разреза данной сети.

- [ ] Дуги минимального разреза: (s, 5), (s, 2), (3, t), (s, 1), (4, t), (6, t).
- [ ] Дуги минимального разреза: (s, 5), (s, 2), (s, 1).
- [ ] Дуги минимального разреза: (3, t), (4, t), (6, t).

Выберите все верные ответы (может быть несколько или один).

7

После пропускания потока в транспортной сети (см. рисунок) насыщенными оказались дуги: U = (s, 1), (s, 5), (s, 2), (3, t), (2, 6), (6, t), (4, t).



Выделите дуги минимального разреза данной сети.

- ☐ Дуги минимального разреза: (s, 1), (s, 5), (s, 2), (3, t), (2, 6), (6, t), (4, t).
- ☐ Дуги минимального разреза: (s, 1), (s, 5), (s, 2).
- ☐ Дуги минимального разреза: (s, 1), (s, 5), (s, 2), (3, t), (6, t), (4, t).

8

Выполните рёберную правильную раскраску графа $G\,(X,\ U)$, где
$U = \left\{ \left(u_1 = \overline{x_1 x_2}\right), \left(u_4 = \overline{x_3 x_4}\right), \left(u_2 = \overline{x_1 x_3}\right), \left(u_3 = \overline{x_2 x_4}\right), \left(u_5 = \overline{x_2 x_3}\right) \right\}$. Для решения данной задачи методом Магу–Вейсмана постройте граф $G'\ (U,\ V)$, для которого составьте минимальное выражение Π.

- [ ] $\Pi = u_1 u_2 + u_1 u_2 u_4 + u_2 u_3$
- [ ] $\Pi = u_1 u_4 u_5 + u_2 u_3 u_5 + u_1 u_2 u_3 u_4$
- [ ] $\Pi = u_1 u_2 + u_2 u_3 u_4$

Выберите все верные ответы (может быть несколько или один)

9

На карту Карно (см. рисунок) нанесены значения булевой функции f(x, y).

	x	
y	1	1
	0	0

Запишите сокращённую дизъюнктивную нормальную форму булевой функции f(x, y) с помощью карты Карно.

- [ ] $f(x, y) = (\neg x \vee y)(x \vee \neg y)$
- [ ] $f(x, y) = xy \vee \neg yx \vee \neg x \neg y$
- [ ] $f(x, y) = xy \vee \neg xy$
- [ ] $f(x, y) = y$

10

Укажите рёбра, которые нужно удалить из графа $G = (X,\ U)$, где $U = \left\{ \left(\overline{x_1 x_2}\right), \left(\overline{x_3 x_2}\right), \left(\overline{x_2 x_3}\right), \left(\overline{x_1 x_3}\right), \left(\overline{x_1 x_4}\right), \left(\overline{x_4 x_2}\right), \left(\overline{x_3 x_3}\right), \left(\overline{x_4 x_3}\right), \left(\overline{x_3 x_4}\right), \left(\overline{x_3 x_4}\right) \right\}$, чтобы он стал относиться к классу обыкновенных графов.

- ☐ $\left(\overline{x_3 x_2}\right), \left(\overline{x_4 x_3}\right), \left(\overline{x_3 x_4}\right), \left(\overline{x_3 x_4}\right)$
- ☐ $\left(\overline{x_2 x_3}\right), \left(\overline{x_1 x_3}\right), \left(\overline{x_1 x_4}\right), \left(\overline{x_4 x_2}\right), \left(\overline{x_3 x_3}\right), \left(\overline{x_3 x_4}\right)$
- ☐ $\left(\overline{x_3 x_2}\right), \left(\overline{x_3 x_3}\right), \left(\overline{x_4 x_3}\right), \left(\overline{x_3 x_4}\right)$

11

Граф G = (X, U) задан матрицей смежности B.

B	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	0	1	0
2	1	0	0	0	1	1
3	1	0	0	1	0	0
4	0	0	1	0	1	0
5	1	1	0	1	0	0
6	0	1	0	0	0	0

Если граф G содержит эйлерову цепь, то укажите её концевые вершины.

- ☐ 1; 6
- ☐ 5; 2
- ☐ 4; 3
- ☐ Таких вершин нет, т.к. данный граф не содержит эйлерову цепь

12

Для графа $G\,(X,\ U)$, где $U = \left\{\left(\overline{x_1 x_2}\right), \left(\overline{x_3 x_4}\right), \left(\overline{x_3 x_2}\right), \left(\overline{x_1 x_3}\right), \left(\overline{x_1 x_4}\right)\right\}$, по графу его дополнения напишите минимальное выражение произведения Π логических переменных $x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4$, позволяющее выделить подмножества вершин в графе G, образующие все его максимальные полные подграфы.

- ☐ $\Pi = x_4 + x_2$
- ☐ $\Pi = x_1 + x_4$
- ☐ $\Pi = x_2 + x_3$

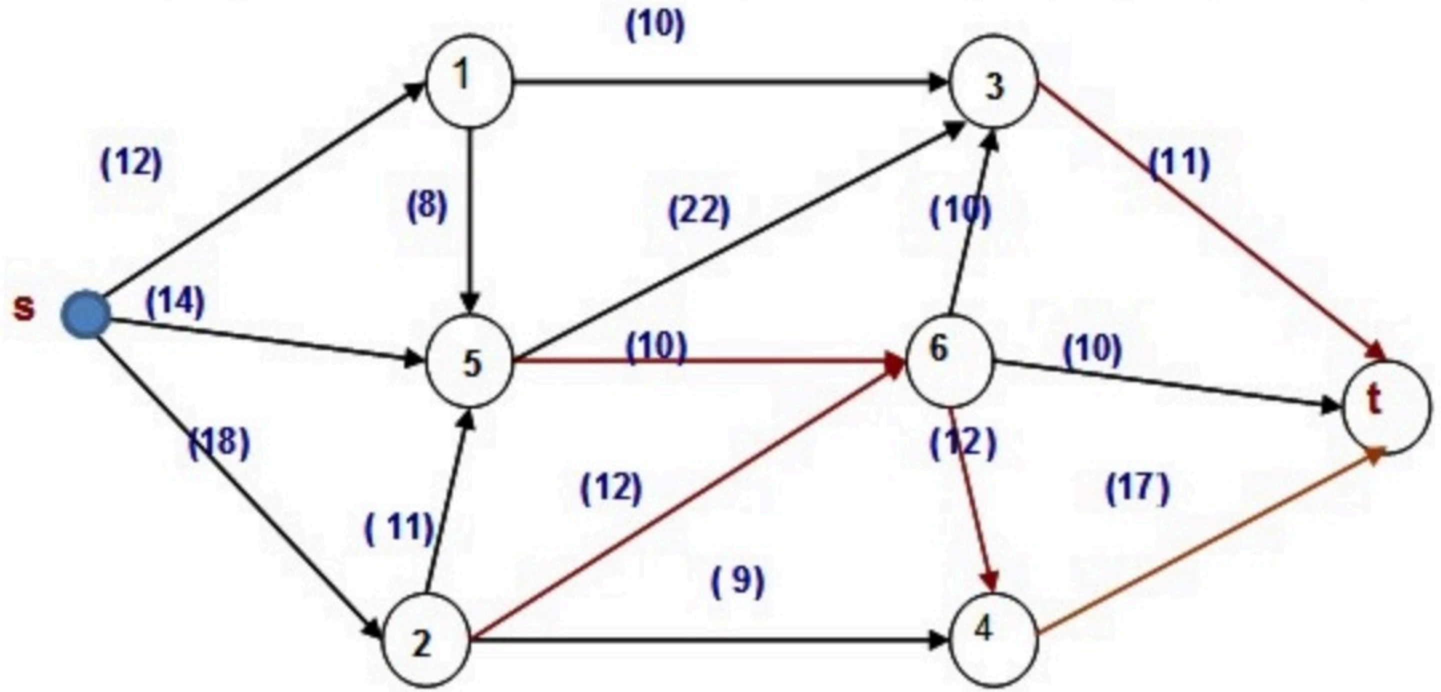
13

Для графа $G\left(X,\ \underset{..}{U}\right)$, где $\underset{..}{U} = \left\{\left(\overline{x_1 x_2}\right), \left(\overline{x_3 x_4}\right), \left(\overline{x_1 x_3}\right), \left(\overline{x_2 x_4}\right), \left(\overline{x_1 x_4}\right), \left(\overline{x_3 x_2}\right)\right\}$, постройте дополнительный граф $\overline{G} = \left(X',\ \underset{..}{U}'\right)$ и запишите его матрицу смежности A, перечислив её элементы и их значения по строкам.

- [ ] Граф $\overline{G} = \left(X',\ \underset{..}{U}'\right)$ есть нуль-граф
- [ ] $a_{11} = 0,\ a_{12} = 0,\ a_{13} = 0,\ a_{14} = 0,\ a_{21} = 0,\ a_{22} = 0,\ a_{23} = 0,\ a_{24} = 0,\ a_{31} = 0,\ a_{32} = 0,\ a_{33} = 0,\ a_{34} = 0,\ a_{41} = 0,\ a_{42} = 0,\ a_{43} = 0,\ a_{44} = 0$
- [ ] $a_{11} = 0,\ a_{12} = 1,\ a_{13} = 0,\ a_{14} = 0,\ a_{21} = 0,\ a_{22} = 0,\ a_{23} = 2,\ a_{24} = 0,\ a_{31} = 1,\ a_{32} = 2,\ a_{33} = 0,\ a_{34} = 0,\ a_{41} = 1$

14

После пропускания потока в транспортной сети (см. рисунок) насыщенными оказались дуги: U = (s, 1), (s, 5), (5, 6), (3, t), (6, 3).



Определите, возможно ли увеличить поток в данной сети.

- [ ] Сеть ненасыщенная, следовательно, поток в сети можно увеличить.
- [ ] Поток в сети увеличить нельзя, т.к. сеть насыщенная.
- [ ] Поток в сети увеличить нельзя, т.к. отсутствуют ненасыщенные пути, связывающие исток s и сток t.

15

Граф G = (X, U) задан матрицей смежности B.

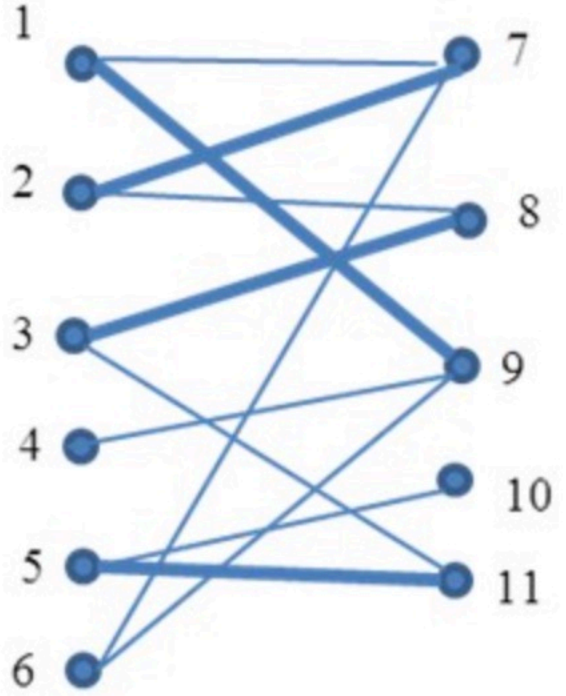
B	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	0	1	0
2	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0
4	0	0	1	0	1	0
5	1	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Если граф G содержит эйлерову цепь, то укажите её концевые вершины.

- ☐ 1; 5
- ☐ 2; 3
- ☐ Таких вершин нет, т.к. данный граф не связен
- ☐ 4; 3

16

В графе (см. рисунок) задано паросочетание, выделенное «жирными рёбрами».



Определите, возможно ли увеличить паросочетание.

- ☐ Паросочетание нельзя увеличить, т.к. в графе есть только две ненасыщенные вершины.
- ☐ Паросочетание можно увеличить, т.к. в графе есть две ненасыщенные вершины 4, 10.
- ☐ Паросочетание можно увеличить, если «жирные» рёбра сделать «тонкими», а «тонкие» сделать «жирными».

17

На карту Карно (см. рисунок) нанесены значения булевой функции f(x, y).

	x	
y	0	1
	0	0

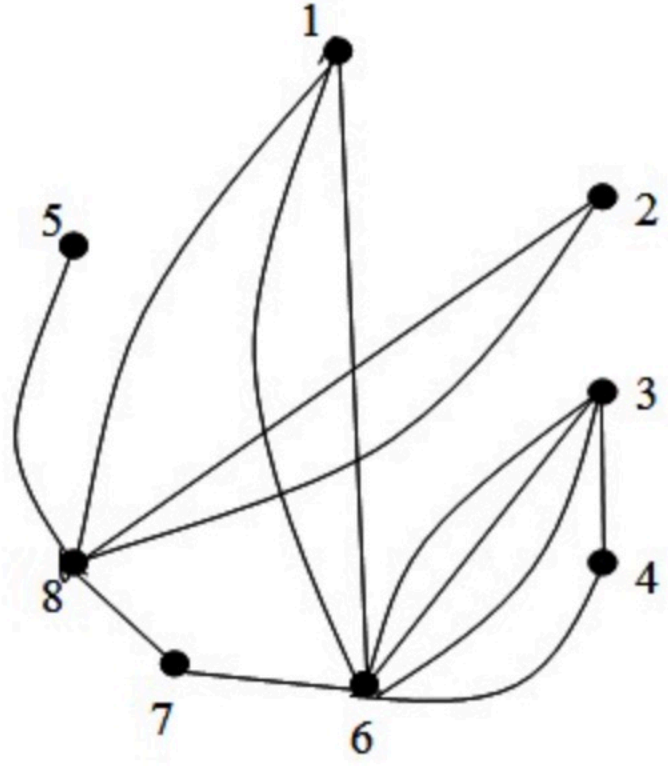
Приведите функцию f(x, y) к минимальной ДНФ.

- [ ] f(x, y) = x ∨ y
- [ ] f(x, y) = ¬yx ∨ ¬x¬y
- [ ] f(x, y) = (x ∨ y)(x ∨ y)(¬x ∨ y)
- [ ] f(x, y) = ¬xy

Выберите все верные ответы (может быть несколько или один)

18

Определите, содержит ли граф G, представленный на рисунке, эйлерову цепь.



- [ ] Не содержит эйлерову цепь, т.к. вершины 1, 5, 8, 6 имеют нечётные степени
- [ ] Содержит эйлерову цепь, т.к. данный граф связный
- [ ] Не содержит эйлерову цепь, т.к. является неор. графом
- [ ] Не содержит эйлерову цепь, т.к. вершина 3 имеет чётную валентность

19

Неор. граф G задан матрицей смежности R. Элементы r_{ij} матрицы смежности R неор. графа G имеют следующие значения:
$r_{12} = 3$; $r_{27} = 2$; $r_{75} = 1$; $r_{34} = 1$; $r_{56} = 3$; $r_{76} = 1$; $r_{35} = 3$.
Укажите концевые вершины эйлеровой цепи в графе G.

- [ ] 2; 4
- [ ] 4; 6
- [ ] 3; 6
- [ ] Таких вершин нет, т.к. данный граф не содержит эйлерову цепь

20

Для графа $G = \left(X,\ \underset{\cdot\cdot}{U}\right)$, где $\underset{\cdot\cdot}{U} = \left\{\left(\overline{x_1 x_2}\right), \left(\overline{x_3 x_4}\right), \left(\overline{x_1 x_3}\right), \left(\overline{x_2 x_4}\right), \left(\overline{x_1 x_4}\right), \left(\overline{x_3 x_2}\right)\right\}$, постройте дополнительный граф $\overline{G} = \left(X',\ \underset{\cdot\cdot}{U}'\right)$.
Ответ запишите в виде последовательности рёбер множества $\underset{\cdot\cdot}{U}'$.

- [ ] $\underset{\cdot\cdot}{U}' = \left(\overline{x_1 x_2}\right), \left(\overline{x_3 x_4}\right), \left(\overline{x_1 x_3}\right), \left(\overline{x_2 x_4}\right), \left(\overline{x_2 x_4}\right), \left(\overline{x_1 x_4}\right)$
- [ ] $\underset{\cdot\cdot}{U}' = \left(\overline{x_1 x_2}\right), \left(\overline{x_3 x_4}\right), \left(\overline{x_1 x_3}\right), \left(\overline{x_2 x_4}\right)$
- [ ] $\underset{\cdot\cdot}{U}' = \emptyset$