Domain Theory / Denotational Semantics

Natürliche und künstliche Sprachen

Frage: Sinn und Bedeutung in Formalen Sprachen Kann bei formalen Sprachen auch zwischen Sinn und Bedeutung unterschieden werden? Wie kann diese Unterscheidung vorgenommen werden? Gibts da einen Standardansatz?

Beispiel 1) 3 + 5, 8 2) irgendwelche Lambdaausdrücke

Frage: Unentscheidbarkeit der Extensionalen Gleichheit von Lambdaausdrücken Wenn mich nicht alles täuscht war das doch das erste erwiesenermaßen unentscheidbare Problem? Ist das im Prinzip nicht das gleiche wie das Halteproblem im Gewand des Lambdakalküls?

Kategorientheorie: Cartesian Closed Categories

Vermutung: Cartesian Closed Categories Alle Kategorien die abgeschlossen sind unter dem kartesischen Produkt, die also sowohl das Diskursuniversum als auch den Funktionenraum enthalten.

Anscheinend ist das einfach typisierte Lambdakalkül die 'interne Sprache' kartesisch geschlossener Kategorien was auch immer das heißen mag...

Vermutung: Undefined

Keine 'Erfindung' von Haskell sondern schon von Scott in seinen Scott-Domänen.

Denotationale Semantik und Modelltheorie

Domänentheorie:

Verständnis bislang:

Künstliche/formale Sprachen können (beliebig) interpretiert werden; für eine Sprache sind auch verschiedene Interpretationen möglich.

Domänentheorie ist die (kompositionale?) Interpretation einer formalen Sprache in eine bestimme mathematische Struktur, um den Ausdrücken einer Sprache eine Bedeutung zu geben. (Damit wohl eine Referenztheorie) Dabei muss es sich denke ich erstmal gar nicht um eine Theorie, also um eine Aussagenmenge handeln deren Sätze wahr oder Falsch werden können.

Ich denke auch dass bei der Domänentheorie erst einmal eine bestimmte Struktur ausgewählt wird und dann eine Interpretationsfunktion definiert.

Fragen

Frage: Kriterium für adäquate Übersetzung An welchen Kriterien kann man ausmachen ob eine bestimmte Übersetzung/Interpretation adäquat oder nicht adäquat ist? Gibt es dafür irgendwelche Kriterien wie Kompositionalität und so weiter?

Frage: implizite Axiome in Programmiersprachen Nach dem Eintrag in SEP über Philosophie der Informatik haben Programmiersprachen (also in gewissem Sinn auch das Lambdakalkül) ihre Axiome impliziet definiert... (nachprüfen) spielen diese implizit definierten Axiome eine Rolle; wenn ist das ja eigentlich ein Fall für die Modelltheorie oder nicht?

Frage: denotationale Semantik imperativer Programmiersprachen Können objektorientierte/imperative Programmiersprachen eine denotationale Semantik haben?

Frage: Heytingalgebra und einfach typisiertes Lambdakalkül Warum ist nicht allein schon die Heytingalgebra eine adäquate Algebra für das einfach typisierte Lambdakalkül.

Modelltheorie

Verständnis bislang:

Die Modelltheorie beschftigt sich mit ganzen Klassen von Strukturen die einen Satz oder eine Theorie erfüllen (Mod(S) bzw. Mod(T)).

Dabei geht es nicht nur um eine reine (konsistente) Bedeutungszuweisung für die Terme einer Sprache in einer Struktur sondern auch explizit darum, dass die Sätze/Theorien in dieser Struktur erfüllt werden.

Da kommt dann wohl die Tarskische Wahrheitskonzeption mit in Spiel, in der das Wahrheitsprädikat in der Metasprache formuliert wird und so weiter. Eine Interpretationsfunktion brauch man denke ich auch hier.

Fragen

Frage: Nachweis, dass eine Struktur Modell einer Theorie ist? Wie kann nachgewiesen werden, dass eine Struktur Modell einer Theorie ist? In der Logik: Nachweis der Extensionalitätsgleichheit, also vollständigkeit und Korrektheit des deduktiven Systems/der gültigen Formel formalen Sprache mit den Formeln der Metasprache. Wie genau funktioniert das, wie wird denn dieses Wahrheitsprädikat definiert; vor diesem Hintergrund müsste man noch einmal die logikunterlagen durcharbeiten Brauchten wir da die Wahrheitstafeln als entscheidungsverfahren in der Metasprache?

Frage: Was hat das mit den boolschen/heyting Algebren zu tun? In der AL haben wir ja am Anfang nicht in irgendeine algebraische Struktur übersetzt (oder doch)? War das dann eigentlich überhaupt eine Modelltheoretische sich oder nicht? Das Wahrheitskriterium haben wir ja auf jeden fall verwedent.

Wenn mit nicht alles täuscht sind doch boolsche Algebren Modelle der KAL und Heytingalgebren Modelle der Intuitionistischen Aussagenlogik. Wie lautet den die Theorie der KAL? Was haben die denn für eine Signatur? Wie wird denn der Nachweis geführt, dass das in den Strukturen so funktioniert?

Frage: Was ist der unterschied zwischen denotationaler Semantik und Modelltheorie Beide weisen doch einer formalen Sprachen eine Bedeutung zu? Ne nicht ganz … Modelltheorie ist ein bißchen anders? Modelle sind eine mögliche Interpretation. Denotationale Semantik legt sich auf ein Modell fest. Bedeutet das, das denotationale Semantik in ein bestimmtes Modell abbilden? Sozusagen eine Interpretationsfunktion/Compiler von Ausdrücken ins Modell?

oder eher das Modelltheorie die (möglichen) Modelle einer Sprache beschreibt und denotationale Semantiken der Sprache eine Bedeutung gibt?

Frage: was sind den Kategorieale Modelle? Ich dachte, dass die Kategorientheorie an die Mengenlehre gebunden ist … ich habe aber gehört, dass es auch Mengentheoretische Formulierungen der Kategorientheorie gibt #### Vermutungen Vermutung: Denotationale Semantik & Modelltheorie Denotationale Semantik funktioniert bei funktionalen Programmiersprachen auf jeden Fall nur mit Kategorien, da in Mengen deren Funktionenraum nicht enthalten sein kann. (Ich dachte dass auch Kategorien mengentheoretisch formuliert werden können).

Algebraische Methoden der Logik

Fragen

Frage: Algebraisierung/Die Algebra der …

Algebraisierung unterstreicht zumindest bei der Logik die ihre duale Natur (welche duale Natur genau? Die als mathematisches Teilgebiet (algebraische Logik vs die alsmathematisches Grundgerüst (symbolische Logik?).

In dem Buch geht es um die Algebraisierung verschiedener Logiken; (wie es bei der Domänentheorie vrm. um die Algebraisierung von Programmiersprachen geht (Die Mathematik der Programmiersprachen). Was genau ist mit einer Algebraisierung gemeint? (Idee: Menge mit aufgrprägter Operationaler und Relationaler Struktur; siehe SEP Algebra) Un welche Vorteile bringt eine Algebraisierung? (Idee: Man kann ‘rechnend’ zu neuen Gesetzen/Axiomen kommen die dann auch auf der Seite des Kalküls gelten müssen; man bekommt eine neue Perspektive auf die Sprache und den Gegenstand Die Möglichkeit neue Äquivalenzklassen/Äquivlanezrelationen zu bilden besteht; also bei syntaktischen Konstrukten einfacher sagen zu können ob sie die gleiche Proposition bedeuten. Dazu muss aber nicht zwingend algebraisiert werden; siehe Tarskis semantische Äquivalenz bzgl. Wertverlaufsgleichheit.)

Mit ist irgendwie klar warum Algebra nützlich ist wenn man ein intendiertes Standardmodell als vorlage hat; warum man bei künstlichen Sprachen eins sucht ist mir irgendwie nicht so klar.

Anmerkung: In dem Buch geht es um die Algebraisierung der klassischen Aussagenlogik; aber auch eine Algebraisierung der Prädikatenlogik wurde schon mit Erfolg untersucht (Tarski, Halmos, ...).

Frage: Was? Was haben wir da eigentlich genau gemacht? Haben wir eine Art Denotationelle Semantik für verschiedene Logiken, unter anderem Aussagenlogik und Intensionale Logiken gesucht? Also KAL in einen Boolsche Algebra übersetzt und IAL in eine Heytingalgebra?

Frage: Warum? Wenn ja was hat das ganze unternehmen gebracht? Was kann man mit der Semantik/Domäne eigentlich anfangen? Zwei seiten der Logik beleuchtet?

Handelt es sich dabei um einen Isomorphismus, sind also aus der Domäne/mathematischen Struktur in die Intperpretiert wurde Rückschlüsse auf unsere Sprache zu treffen? (Ich meine da stand sowas im Semantik-kapitel ...)

Frage: Adäquatheit der Interpretation Wie konnten wir denn wissen, dass unsere Interpretation in diese Strukturen adäquat war? Gibts da im Allgemeinen ein Kriterium? Homomorphismus, Kompositionalität, Isomorphie? ...

Frage: Axiomatisierung Axiome in der Modelltheorie müssen nicht immer Indentitäten sein? ich denke mal nicht ... Unsere ganzen logischen Symbole entsprechen dann doch Ordnungsrelationen (Implikation) und Operationen auf diesen Mengen, oder? z.B. durch Axiome wie beim Hilberkalkül festgelegt werden? Nein, da es sich um ein Kalkül mit Schlussregeln handelt.

Frage: Sind das jetzt Modelle? Sind die Strukturen in die da reininterpretiert wurde jetzt Modelle der KAL und IAL? Wenn ja warum ... Wenn nein welche Verbindung zur Modelltheorie.

Frage: Verbindung zur Modelltheorie Welche Rolle spielt denn die Modelltheorie bei der ganzen Sache? Gibt es da überscheidungen und wenn ja wo? Bei der Übersetzung muss doch eigentlich auch das Kriterium T und die Tarskische Wahrheitskonzeption zum Tragen gekommen sein...

Frage: Verbindung mit der "alten" Semantik Warum war unsere alte Semantik modelltheoretisch? ich seh da iwi nirgends ein Wahrheitsprädikat ... haben wir mit unserem Adäquatheitsbeweis, also vollständigkeit und Korrektheit die von Tarski gestellten Kriterien erfüllt?

Und gibt es eine Verbindung zwischen der 'neuen' Semantik also den Algebren und den 'alten' Semantiken (Wahrheitsfunktionen un möglichen Welten).

Frage: Natur unserer alten Semantiken Was für eine Struktur sind eigentlich unsere Belegungsfunktionen? das ist doch im Prinzip nur eine unstrukturierte Menge...

Frage: Kategoriale Modelle Gibts sowas? Die Heytingalgebra ist eine Cartesian Closed Category; Das Typisierte Lambdakalkül das sogar syntaktische gleich zur IAL ist ist die 'interne Sprache' der CCC und wird in die CCC interpretiert. Müssten dann CCC nicht allgemein auch Domänen für die IAL sein?

Curry-Howard Isomorphismus

Fragen

Frage: Variable Interpretation? Angenommen die Vermutung stimmt und Heytingalgebren sind ein Modell der Intuitionistischen Logik.

In der Domänentheorie: Andererseits ist das typsierte Lambdakalkül anscheinend die 'interne Sprache' der kartesisch geschlossenen Kategorien und wird in diese Domäne interpretiert. Was heißt das eigentlich genau?

Müsste dann die Heytingalgebra nicht eigentlich auch ein Modell des einfach typisierten Lambdakalküls sein? Wenn nein warum, und wenn ja wie passt das mit den kartesisch geschlossenen Kategorien zusammen? oder ist die Heytingalgebra eine kartesisch geschlossene Kategorie?

Antwort: Laut Wiki ist das so! https://en.wikipedia.org/wiki/Cartesian_closed_category Ist dann jede kartesisch geschlossene Kategorie Modell des einfach typisierten Lamdakaklüls? Was bedeutet es überhaupt ein Modell von einem Lambdakalkül zu sein? Gibts für sowas Kriterien/Definitionen?

Frage: Warum funktioniert das trotz anderer Interpretation? Wie kann es sein, dass manche Ergebnisse aus dem Curry-Howard isomorphismus beispielsweise die Programmimplementierung mit einem Kalkül funktionieren, wo doch auch undefined und die Domänentheorie der kartesisch geschlossenen kategorien ihr unwesen treiben? Ist das da iwi eingebettet?

MISC

Fragen

Frage: Zusammenhang zwischen Typentheorie und Modelltheorie Wie ist eigentlich der generelle Zusammenhang zwischen Typen und Modelltheorie?

Frage: Gebrauch von Klasses im Englischen Meint man damit imme Klassen oder auch Mengen?

Anmerkungen

Schau mal noch bei Wiki: Definitions da wird auch zwischen intensionalen und extensionalen Definitionen unterschieden. Beschreibgung des Inhalts und nicht der Extension (Umfang)