

# Taller Fourier

Juan David Lopez Rios

February 2025

## 1 Pregunta 2.1

Explique las semejanzas y diferencias entre la serie de Fourier (exponencial, trigonométrica y compacta) y la transformada de Fourier, transformada de Fourier en tiempo discreto-(DTFT) y transformada discreta de Fourier-(DFT). Considere las diferentes combinaciones entre: espectro continuo y discreto y señal en tiempo continuo y discreto. Además, consulte en que consiste el algoritmo Fast Fourier Transform-(FFT) y su utilidad para el calculo de la transformada discreta de Fourier. Explique en detalle el algoritmo FFT y su costo computacional vs el de la transformada discreta. Ver cuaderno Serie y transformada de Fourier.

### 1.1 serie de fourier

La serie de Fourier describe un procedimiento matemático, por el cual se descompone una señal periódica compleja en ondas básicas para su transformación y reconstruction de manera clara. Los cambios entre la Exponencial y trigonométrica compacta, cada una cuenta con base matematica, forma de la serie, coeficientes, simetria e interpretacion fisica

### 1.2 Exponencial

En la serie exponencial tiene como base los exponenciales complejos, su coeficientes también son complejos por ende su simetría igual, utiliza el teorema de Euler, a su vez de tener frecuencias negativas y su uso en la interpretación física esta dado por y para análisis matemáticos y sistemas complejos

### 1.3 trigonométrica y compacta

Por otro lado la trigonométrica utiliza una base matemática de senos y cosenos sus coeficientes perteneces a los reales, no llegan a términos negativos explícitamente y su interpretación física es mas útil en para la visualización de oscilaciones. La compacta mantiene sus bases de la trigonométrica fuera de su expresión en serie y en vez de senos y cosenos utiliza cosenos desfasados

## 1.4 Transformado de Fourier

	TF	DTFT	DFT
Def	convertir señales en el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, utilizada en señales continuas y discretas y no necesariamente <u>periodicas</u>	se aplica a señales discretas, generando un espectro continuo en el dominio de la frecuencia. Permite analizar secuencias temporales discretas	Una versión computacionalmente eficiente de la DTFT, que convierte una secuencia finita de datos en un conjunto discreto de frecuencias.
tipo de señal	no necesariamente <u>periodicas</u>	discreta	discreta
Dom <u>frec</u>	continuo	continuo	discreto
Dom tiempo	continuo	discreto	discreto

## 1.5 FT

El algoritmo FFT es una técnica eficiente para calcular la DFT, reduciendo su complejidad computacional. La DFT tiene un costo computacional  $O(N^2)$  donde  $N$  es el número de puntos en la señal. En contraste, el FFT puede reducir este costo a  $O(N * \log N)$ , lo que lo hace significativamente más rápido para grandes conjuntos de datos, se basa en la propiedad de la periodicidad y simetría en las transformadas. Divide la señal original en partes más pequeñas, calcula las DFTs de estas partes y luego combina los resultados para obtener la DFT completa. Este enfoque divide y conquista permite una reducción considerable en el número total de cálculos necesarios.

## 2 Pregunta 2.4

Aplicación en circuitos electricos-potencia. Consulte en que consiste la distorsión total de armónicos (Total Harmonic Distortion-(THD)) y el factor de potencia en un circuito eléctrico. Como puede calcularse el THD desde la FFT?. Como puede calcularse la distorsión del factor de potencia con base al THD?. Genere un ejemplo ilustrativo para el calculo del THD y la distorsión del factor de potencia para un rectificador de onda completa con carga: 1. netamente resistiva y 2. carga RC en serie. Establezca las condiciones necesarias para las simulaciones y pruebe con diferentes valores de R y C. Discuta los resultados obtenidos. Ver cuaderno Rectificador RC y THD

## 2.1 Que es el THD?

El THD también conocido como Total harmonic distortion o en español distorsión total de armónicos es en parametros dentro de las señales, el cual representa la tasa de ruido o en su defecto distorsión que hay dentro de los armónicos de una señal que puede ser de tension o intensidad, se le conoce como tasa ya que es la razón entre el valor eficaz del residuo del armónico y respecto a su componente fundamental dada por la ecuacion:

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^N U_h^2}}{U_1}$$

Donde  $U_h$  representa el valor eficaz de cada armónico y  $U_1$  es la componente fundamental

## 2.2 Factor de potencia de un circuito

El factor de potencia de un circuito esta definido en base a la expresiones de potencia activa, reactiva y aparente, en este caso solo tomaremos en cuenta la potencia activa con la potencia causada por los armónicos y la potencia aparente se puede expresa como el modulo de las tres potencias ya mencionadas, relacionando con la intensidad rms obtenemos

$$P \approx P_1 \approx U_1 I_1 \cos\phi; I_{rms} = I_1 \sqrt{1 + THD_I^2}$$

en base a esto obtenemos la siguiente relacion del factor de potencia total PF

$$PF \approx \frac{\cos\phi_1}{\sqrt{1 + THD_I^2}}$$

Por lo tanto cuanto mas alta es THD menor sera el factor de potencia y cuando no hay armónicos  $PF = \cos\phi$

## 2.3 Como puede calcularse el THD desde la FFT?

Como se explico anteriormente el THD se calcula con la frecuencia fundamental y sus armónicos, en este caso tenemos una señal  $x(t)$ , al aplicar la transformada rápida de Fourier se descompone la señal, del cual obtendremos su frecuencia fundamental la cual en señales sinusoidales tiende a ser la mas baja y con ella sus armónicos, los cuales son múltiplos de esta frecuencia fundamental.

## 2.4 Como puede calcularse la distorsión del factor de potencia con base al THD?

Como se expandió en el factor de potencia, este tiene dos componentes su numerador que seria debido al ángulo de fase y su denominador que es respecto a la distorsión o DPF, con esto obtenemos PF como factor de potencia total

relacionada con el THD, por lo tanto con el ángulo de fase y el THD de la corriente podemos calcular la distorsión del factor de potencia.

## 2.5 Ejemplo:

Rectificador de Onda Completa con Carga Resistiva y Carga RC Consideramos un rectificador de onda completa con dos tipos de carga: 1. Carga Resistiva: La corriente está en fase con el voltaje, lo que da un factor de potencia de 1 y un THD bajo. 2. Carga RC en Serie: La carga reactiva genera un desfase entre corriente y voltaje, lo que disminuye el factor de potencia y aumenta el THD. Condiciones para las simulaciones:

1. Fuente AC con frecuencia de 50 Hz.
2. Carga Resistiva de  $R=100\ \Omega$
3. Carga RC en Serie con  $R=100\ \Omega$  y  $C=100\ \mu\text{F}$

## 3 Pregunta 2.5

Aplicacion en comunicaciones - modulacion AM. Consulte en que consiste la modulacion por amplitud por deteccion coherente y sus aplicaciones. Genere un ejemplo ilustrativo sobre Python en el que se grafique las senales en el tiempo y en frecuencia (utilizando la 'rfft') para: senal mensaje tipo pulso rectangular y senal mensaje tipo coseno. El usuario podra definir el indice de modulacion de interes. Ver cuaderno Modulacion AM.

La modulación por amplitud (AM) es un proceso en el que la amplitud de una señal portadora varía en función de la señal de mensaje. Esta técnica se usa ampliamente en comunicaciones como la radiodifusión y las transmisiones satelitales. Modulación AM por Detección Coherente La detección coherente en AM implica recuperar la señal del mensaje original usando una referencia de fase sincronizada con la portadora, asegurando una correcta recuperación de la señal. Esta técnica es esencial para la transmisión eficiente de señales moduladas. Aplicaciones de la Modulación AM La modulación AM se utiliza principalmente en la radiodifusión AM, comunicaciones de ondas cortas y en sistemas de radio y televisión para transmitir audio y video.

### 3.1 Ejemplo de Modulación AM en Python

En este ejemplo, se genera y gráfica una señal AM modulada utilizando diferentes tipos de señales mensaje: un pulso rectangular y un coseno. El código permite al usuario definir el índice de modulación. El proceso incluye:

1. Generar una señal/mensaje (pulso rectangular o coseno).
2. Modificar la amplitud de la portadora en función de la señal del mensaje.
3. Graficar las señales en los dominios del tiempo y frecuencia.

4. Utilizar la Transformada Rápida de Fourier (FFT) para obtener el espectro de frecuencia.

El código en Python permite ajustar el índice de modulación y observar cómo afecta a la señal AM, generando gráficos del dominio temporal y espectral.