1. Физический смысл волновой функции $\psi(\mathbf{r})$

$\psi(\mathbf{r})$ - описывает состояние системы, $|\psi(\mathbf{r})|^2$ - плотность вероятности обнаружения частицы в точке пространства

2. Как определяется скалярное произведение двух волновых функций $\psi(\mathbf{r})$ и $\varphi(\mathbf{r})$?

$$< \psi(\mathbf{r}) \,|\, \phi(\mathbf{r}) > = \int \psi^*(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r})\mathrm{d}^3\mathbf{r}$$

3. Как определяется среднее значение наблюдаемой $\hat{f}$ в состоянии с волновой функцией $\psi(\mathbf{r})$?

$$< f > = < \psi \,|\, \hat{f} \,|\, \psi > = \int \psi^* \hat{f} \psi d^3\mathbf{r}$$

4. Каким свойством должен обладать оператор наблюдаемой $\hat{f}$?

Линейность - $\hat{f}(c_1\psi + c_2\phi) = c_1\hat{f}\psi + c_2\hat{f}\phi$

5. Как определяется действие операторов координаты $\hat{\mathbf{r}}$ и импульса $\hat{\mathbf{p}}$ на волновую функцию $\psi(\mathbf{r})$?

$$\hat{r}\psi(\mathbf{r}) = \mathbf{r}\psi(\mathbf{r}) \rightarrow \hat{\mathrm{r}} = \mathbf{r}$$

$$\hat{p}\psi(\mathbf{r}) = -\mathbf{i}\hbar\nabla\psi(\mathbf{r}) \rightarrow \hat{\mathrm{p}} = -\mathbf{i}\hbar\nabla$$

6. Записать гамильтониан для частицы в потенциале $V(\mathbf{r})$

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\mathbf{r})$$

7. Записать нестационарное (временное) уравнение Шредингера для волновой функции частицы.

$$ih\frac{\partial\psi(\mathbf{r},\mathrm{t})}{\partial t} = \hat{H}\psi(\mathbf{r},\mathrm{t})$$

8. Чему равна плотность потока вероятности в состоянии с ВФ $\psi(\mathbf{r},\mathrm{t})$?

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},t) = \frac{i\hbar}{2m}(\psi(\mathbf{r},t)\nabla\psi^*(\mathbf{r},t) - \psi^*(\mathbf{r},t)\nabla\psi(\mathbf{r},t))$$

9. Записать уравнение непрерывности

$$\frac{\partial\rho(\mathbf{r},t)}{\partial t} + div\mathbf{j}(\mathbf{r},t) = 0$$

10. Как определяется оператор производной налюдаемой по времени?

$\widehat{\frac{df}{dt}} = \hat{\dot{f}}$

11. Выразить оператор производной наблюдаемой по времени через оператор самой наблюдаемой.

$\widehat{\frac{df}{dt}} = \frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{f}] + \frac{\partial \hat{f}}{\partial t}$

12. Пусть оператор $\hat{f}$ не зависит явно от времени ($\frac{\partial \hat{f}}{\partial t} = 0$). Когда представляемая этим оператором наблюдаемая является интегралом движения?

$[\hat{H}, \hat{f}] = 0$

13. Чему равен коммутатор операторов $\hat{p}_x$ и $\hat{x}$?

$[\widehat{p_x}, \hat{x}] = -i\hbar$

14. Записать стационарное уравнение Шредингера

$\hat{H}\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r})$

15. Как найти коэффициенты ψ_n в разложении волновой функции по базису $\psi(\mathbf{r}) = \sum_n \psi_n u_n(\mathbf{r})$?

$\psi_n = < u_n | \psi >$ (если ψ_n - рассматривается как коэффициент)

16. Система находится в состоянии $|\psi\rangle$. Какова вероятность найти ее в состоянии $|\varphi\rangle$?

$| < \phi | \psi > |^2$

17. Как связаны векторы $\langle\psi|$ и $|\psi\rangle$?

$| \psi >^{+} = < \psi |$

$< \psi | \psi > = 1$

18. Каким свойством обладают матричные элементы f_{nm} наблюдаемой?

$f_{nm}(t) = < \psi_n(t) | \hat{f} | \psi_m(t) >$

19. Записать условие ортонормирвки для дискретного спектра оператора $\hat{f}$.

$< \psi_n | \psi_m > = \delta_{nm}$

20. Записать условие ортонормирвки для непрерывного спектра оператора $\hat{f}$.

$$< \psi_{f'} | \psi_f > = \int \psi^*_{f'}(\xi) \psi_f(\xi) d\xi = \delta(f' - f)$$

21. Записать разложение вектора $|\psi\rangle$ по системе собственных векторов оператора $\hat{f}$.

$$|\psi > = \sum_n c_n | f_n >$$

22. Как найти коэффициенты в этом разложении?

$$c_n = < f_n | \psi >$$

23. Как связаны волновая функция $\psi(\mathbf{r})$ и вектор состояния $|\psi\rangle$?

$$< \mathbf{r} | \psi > = \psi(\mathbf{r})$$

24. Чему равно $\langle \mathbf{r} | \mathbf{p} \rangle$?

$$< \mathbf{r} | \mathbf{p} > = \frac{e^{i\mathbf{pr}/\hbar}}{(2\pi\hbar)^{3/2}}$$

25. Выразить $\psi(\mathbf{r})$ через $\psi(\mathbf{p})$?

$\psi(\mathbf{r}) = \int \psi_p(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{p}) d\mathbf{p}$, где $\psi_p(\mathbf{r}) = const \cdot e^{i\frac{\mathbf{pr}}{\hbar}}$

26. Записать операторы $\hat{\mathbf{r}}$ и $\hat{\mathbf{p}}$ в координатном и импульсном представлении.

$$\hat{\mathrm{r}} = \mathbf{r}$$

$$\hat{\mathrm{p}} = -i\hbar\nabla$$

27. Записать стационарное уравнение Шредингера в импульсном представлении.

$\dfrac{p^2}{2m}\psi(p) + \int \dfrac{d\tilde{p}}{2\pi\hbar} V(p - \tilde{p})\psi(\tilde{p}) = E\psi(p)$, где $V(p - \tilde{p}) = \int dx e^{-ix(p-\tilde{p})} V(x)$

28. Как связаны векторы состояния в представлении Шредингера $|\psi_S(t)\rangle$ и Гейзенберга $|\psi_H\rangle$?

$$|\psi_H(t) > = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_s t} | \psi_s(t) >$$

29. Как связаны операторы в представлениях Шредингера $\hat{f}_S$ и Гейзенберга $\hat{f}_H(t)$?

$$\hat{f}_H(t) = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_s t} \hat{f}_S e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_s t}$$

30. Условие одновременной измеримости величин $\hat{f}$ и $\hat{g}$

$[\hat{f}, \hat{g}] = 0$

31. Как определяется среднеквадратичное отклонение величины $\hat{A}$ в состоянии $|\psi\rangle$?

$$< (\Delta A)^2 > = < (A - < A >)^2 > = < \hat{A}^2 > - < \hat{A} >^2$$

32. Записать соотношение неопределенностей для операторов $\hat{f}$ и $\hat{g}$, если $\left[\hat{f}, \hat{g}\right] = i\hat{C}$?

$$< (\hat{f} - < f >)^2 > < (\hat{g} - < g >)^2 > \geq \frac{< \hat{C} >^2}{4}$$

33. Записать гамильтониан гармонического осциллятора в координатном представлении

$$\hat{H} = -\frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2\hat{x}^2}{2}$$

34. Осцилляторные единицы координаты и импульса

$$x = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

$$p = \sqrt{\hbar m\omega}$$

35. Как определяются операторы $\hat{a}$ и $\hat{a}^+$?

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x} + i\hat{p})$$

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x} - i\hat{p})$$

36. Вычислить $\left[\hat{a}, \hat{a}^+\right]$

$[\hat{a}, \hat{a}^+] = 1$

37. Записать гамильтониан гармонического осциллятора в представлении вторичного квантования

$$\hat{H} = \hbar\omega(\hat{a}^+\hat{a} + \frac{1}{2})$$

38. Спектр гармонического осциллятора.

$$E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})$$