

Отчет по лабораторной работе

“Резонанс токов в параллельном контуре”

Выполнила Прохорова Ю.А.

Б04-906

Долгопрудный, МФТИ 2020

Цель работы:

Изучение параллельной цепи переменного тока, наблюдение резонанса токов.

Оборудование:

Лабораторный автотрансформатор (ЛАТР), разделительный понижающий трансформатор, ёмкость, дроссель с переменной индуктивностью, три амперметра, вольтметр, реостат, электронный осциллограф, омметр, мост переменного тока.

Теоретическая часть:

Рассмотрим вынужденные колебания в параллельном контуре, одна из ветвей которого содержит индуктивность L , а другая ёмкость C . Обозначим через r_l активное сопротивление катушки. Активным сопротивлением ёмкостной ветви контура обычно можно пренебречь. Рассмотрим установившиеся колебания в контуре, когда напряжение на нём меняется по гармоническому закону:

$$U = U_0 \cos \Omega t, \quad (1)$$

Введём обозначения для комплексных сопротивлений (импедансов) индуктивной и ёмкостной ветвей контура:

$$Z_L = r_l + i\Omega L, \quad (2) \text{ и } Z_C = \frac{1}{i\Omega C}, \quad (3)$$

Тогда полный импеданс контура может быть найден по правилу сложения параллельных сопротивлений:

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{r_l + i\Omega L} + i\Omega C = \frac{1 - (\Omega/\omega_0)^2 + ir_l\Omega C}{r_l + i\Omega L}, \quad (4)$$

Реактивные сопротивления обеих ветвей контура при резонансе равны, введем обозначение

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (5)$$

Учитывая, что добротность контура Q может быть выражена через активное и реактивное сопротивления получаем:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{r_l} = \frac{1}{\omega_0 r_l C} = \frac{\rho}{r_l}, \quad (6)$$

получим ещё одну удобную для расчётов резонансного сопротивления формулу:

$$R_{\text{рез}} = Q\rho, \quad (7)$$

При резонансе значения токов $I_{\text{рез}C}$, $I_{\text{рез}L}$ и полного тока в контуре $I_{\text{рез}}$ связаны с напряжением на контуре простыми соотношениями

$$I_{\text{рез}C} = U\omega_0 C = \frac{U}{\rho}, \quad (8)$$

$$I_{\text{рез}L} = \frac{U}{\omega_0 L} = \frac{U}{\rho}, \quad (9)$$

$$I_{\text{рез}} = \frac{U}{Q\rho}, \quad (10)$$

Из этих выражений видно, что при резонансе токи в индуктивной и емкостной ветвях контура одинаковы и в Q раз больше тока в общей цепи:

$$Q = \frac{I_{\text{рез}C}}{I_{\text{рез}}} = \frac{I_{\text{рез}L}}{I_{\text{рез}}}, \quad (11)$$

В данной работе изучается параллельный контур, одна из ветвей которого содержит индуктивность L , другая — ёмкость C . Через r_L обозначено активное сопротивление катушки, которое включает в себя как чисто омическое сопротивление витков катушки, так и сопротивление, связанное с потерями энергии при перемагничивании сердечника катушки. Активным сопротивлением ёмкостной ветви контура можно пренебречь, т. к. используемый в работе конденсатор обладает малыми потерями.

Экспериментальная установка:

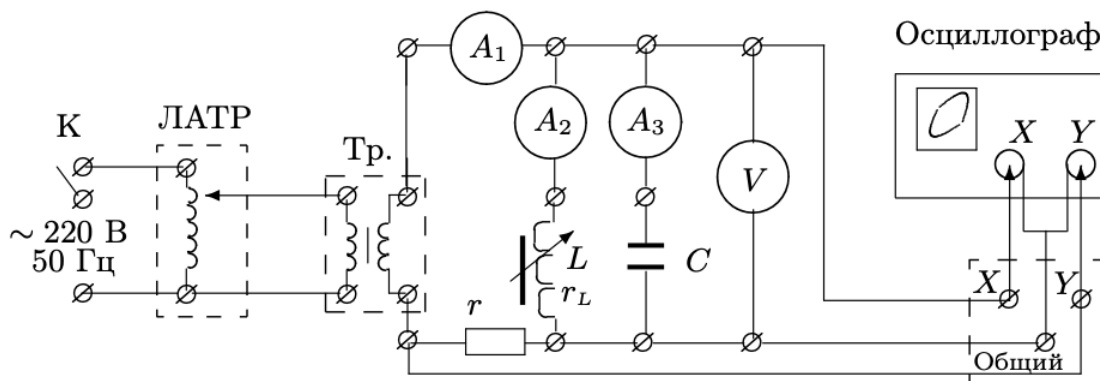


Рис. 1. Схема для исследования резонанса токов

Напряжение от сети (220 В, 50 Гц) с помощью ЛАТРа через понижающий трансформатор (Тр.) подаётся на параллельный контур, содержащий конденсатор ($C = 120$ мкФ) и катушку, индуктивность которой зависит от глубины погружения сердечника. Полный ток в цепи измеряется с помощью многопредельного амперметра A_1 ; для измерения токов в L - и C -ветвях используются два одинаковых амперметра A_2 и A_3 ; напряжение на контуре контролируется электронным вольтметром V . Последовательно с контуром включён резистор r — реостат с полным сопротивлением ≈ 100 Ом.

Ход работы:

1. Соберем схему согласно рисунку 1. Для 2 и 3 амперметров установим предел измерения 1А, для первого 0,5 А. Установим сердечник на минимальную отметку. На протяжении всего эксперимента будем сохранять напряжение постоянным, $U=10\text{В}$. Снимем зависимости токов на катушке, конденсаторе и общий ток цепи.

№	h, см	I, A	I_L , A	I_C , A
1	11,4	0,500	0,660	0,38
2	10,5	0,370	0,735	0,38
3	10,1	0,318	0,685	0,38
4	9,7	0,273	0,645	0,38
5	9,3	0,225	0,595	0,38
6	8,8	0,178	0,545	0,38
7	8,2	0,124	0,495	0,39
8	7,9	0,100	0,470	0,39
9	7,5	0,065	0,440	0,39
10	7,2	0,048	0,425	0,39
11	6,9	0,025	0,400	0,39
12	6,0	0,050	0,350	0,39
13	5,5	0,075	0,320	0,39
14	5,1	0,100	0,310	0,40
15	4,7	0,115	0,280	0,39
16	4,2	0,136	0,255	0,39
17	3,5	0,165	0,221	0,39
18	2,7	0,195	0,190	0,38
19	2,2	0,218	0,170	0,39
20	1,6	0,255	0,140	0,39

Таблица 1. Зависимости общего тока цепи, токов на катушке и конденсаторе.

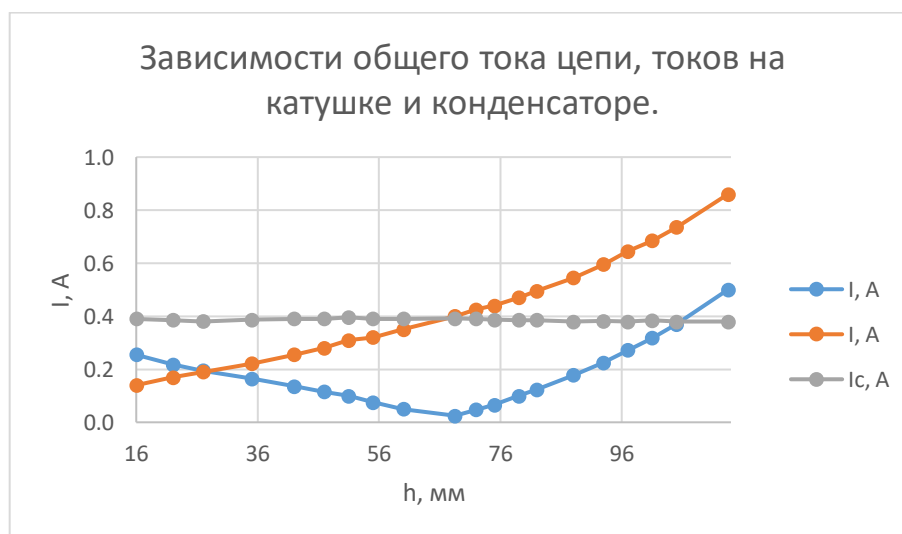


Рис.2 Зависимости общего тока цепи, токов на катушке и конденсаторе от положения сердечника катушки индуктивности.

2. С помощью моста и мультиметра измерим резонансную индуктивность катушки и активное сопротивление катушки соответственно при частоте 50Гц и 1кГц.

ν , Гц	r_L , Ом	L, мГн
50	4,1	69,4
1000	34,8	61,7

3. Оценим добротность контура через отношение токов:

$$Q = Q_C = \frac{I_{\text{срез}}}{I_{\text{рез}}} = \frac{0,4}{0,025} = 16 \approx Q_L = \frac{I_{L\text{рез}}}{I_{\text{рез}}} = \frac{0,391}{0,025} = 15,64$$

4. Оценим резонансное сопротивление контура:

$$R_{\text{рез}} = \frac{U_0}{I_{\text{рез}}} = \frac{10}{0,025} = 400 \text{ Ом}$$

5. Оценим $R_{\text{рез}}$ через L, C, r_L :

$$R_{\text{рез}} = \frac{L}{Cr_L}$$

$$\text{при } \nu = 50 \text{ Гц } R_{\text{рез}} = \frac{61,15 \cdot 10^{-3}}{120 \cdot 10^{-6} \cdot 35,9} = 14,2 \text{ Ом}$$

$$\text{при } \nu = 1 \text{ кГц } R_{\text{рез}} = \frac{254 \cdot 10^{-6}}{120 \cdot 10^{-6} \cdot 1,84} = 1,15 \text{ Ом}$$

6. Рассчитаем $L_{\text{рез}}$ через C и ω_0 при $\nu_0 = 50$ Гц:

$$L_{\text{рез}} = \frac{1}{C \cdot \omega_0^2} = \frac{1}{120 \cdot 10^{-6} \cdot 4\pi^2 \cdot 2500} = 84,3 \text{ мГн.}$$

7. Рассчитаем r_L через C и Q при $\nu_0 = 50$ Гц:

$$r_L = \frac{1}{Q\omega_0 C} = \frac{1}{16 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 120 \cdot 10^{-6}}$$

8. Рассчитаем $L_{\text{рез}}$ через U и $I_{L\text{рез}}$:

$$L_{\text{рез}} = \frac{U_0}{\omega_0 I_{L\text{рез}}} = \frac{10}{2\pi \cdot 50 \cdot 0,4} = 79,6 \text{ мГн}$$

9. Построим векторную диаграмму и рассчитаем r_L и $L_{\text{рез}}$:

$$r_L = \frac{U_{L\text{акт}}}{I_{L\text{рез}}} = 1,6 \text{ Ом}$$

$$L_{\text{рез}} = \frac{U_{L\text{реак}}}{\Omega \cdot I}$$

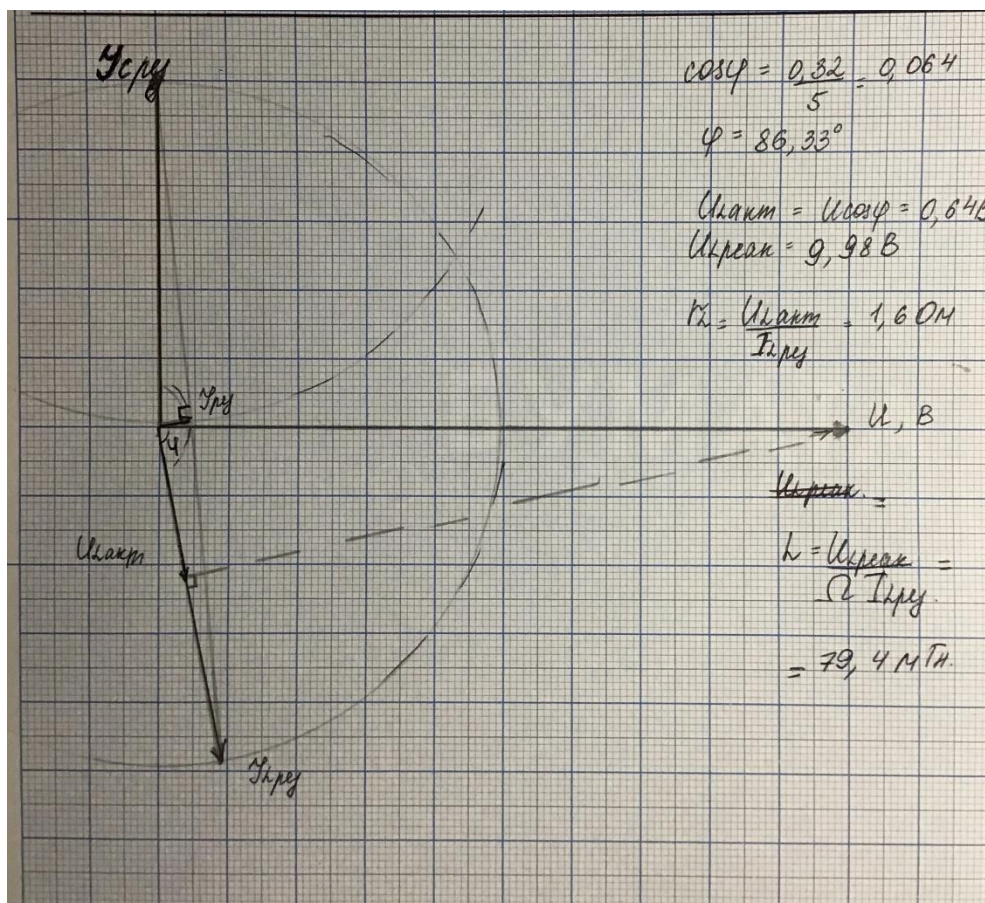


Рис. 3 Векторная диаграмма токов при резонансе

10. Сведем результаты в таблицу:

Q	$R_{рез}, Ом$		Оммет p	Мост E7-8	$f(\omega_0; C; Q)$	$f(U; I_L)_{рез}$	Векторная диаграмм а
16 ± 2	$14,2 \pm 0,3$	$r_L, Ом$	$2,5 \pm 0,1$	$4,84 \pm 0,01$	$1,7 \pm 0,2$	-	1,6
		$L_{рез}, мГн$	-	$69,4 \pm 0,1$	84 ± 2	80 ± 8	79,4

11. Для расчетов погрешностей:

$$\sigma_{parametr} = \sqrt{\sum_{1}^n \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2}$$

$$\sigma_{parametr} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{1}^n (x - \langle x \rangle)^2}$$

Вывод:

резонанс токов происходит, когда собственная частота совпадает с частотой переменного тока. В резонансе сопротивление контура становится максимальным, ток генератора соответственно минимальным. Если бы контур был идеальным, то начавшиеся колебания продолжались бы непрерывно без затухания и не требовалось бы энергии от генератора на их поддержание.

Мост переменного тока измеряет импеданс, который складывается из реактивного и активного сопротивлений, а омметром мы измерили только активное. Отсюда расхождение значений.

Для добротности имеет значение потери энергии, которые происходят из-за активного сопротивления.

При расчёте ёмкости через $f(U_{\text{рез}}, I_{L,\text{рез}})$ считается, что напряжение генератора совпадает с напряжением контура, что может быть неверно при большом внутреннем сопротивлении генератора. Также индуктивность меняется зависимо от частоты сигнала, поэтому различны результаты между добротностью и показаниями с моста переменного тока.

Метод векторных диаграмм также даёт ошибку из-за приближённости во время вычислений в нём.