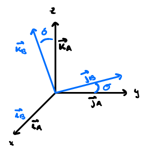
3 casos pràctics elementals

1) Rotació x

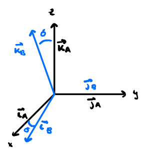


Apliquem una rotació σ en l'eix x : ${}^{A}_{B}R(x,\sigma)$

$$ {}^{A}_{B}R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\sigma & -\sin\sigma \\ 0 & \sin\sigma & \cos\sigma \end{bmatrix} \rightarrow \text{Rotació en l'eix } x $$

$\vec{i}_A = \vec{i}_B$

2) Rotació y

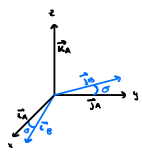


Apliquem una rotació σ en l'eix y : ${}^{A}_{B}R(y,\sigma)$

$$ {}^{A}_{B}R = \begin{bmatrix} \cos\sigma & 0 & \sin\sigma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\sigma & 0 & \cos\sigma \end{bmatrix} \rightarrow \text{Rotació en l'eix } y $$

$\vec{j}_A = \vec{j}_B$

3) Rotació z



Apliquem una rotació σ en l'eix z : ${}^{A}_{B}R(z,\sigma)$

$$ {}^{A}_{B}R = \begin{bmatrix} \cos\sigma & -\sin\sigma & 0 \\ -\sin\sigma & \cos\sigma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{Rotació en l'eix } y $$

$\vec{j}_A = \vec{j}_B$

Verifiquem si hem construït bé les matrius

1) col i x col j = δ_{ij} $\begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases}$

e.g. $R(x,\sigma)$

$1^a \times 2^a = 0$

$2^a \times 3^a = -\cos\sigma \sin\sigma + \cos\sigma \sin\sigma = 0$

$1^a \times 1^a = 1$

Apliquem les 3 regles i veiem que està ben fet :

Per verificar la 3a regla : $R \cdot R^{-1} = \mathbb{I} \rightsquigarrow R \cdot \text{inv}(R) = \text{id}$

$R^{-1} = R^T$

$$ {}^{A}_{B}R = \text{matriu de rotació } 3\times3 = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} $$

a) la descripció de {B} (wtr {A})

b) tota la informació necessària per a relacionar observacions fetes independentment des de A o des de B.

→ Rotació d'objectes (en imatges generades per computador)

- Objecte: col·lecció de punts $P(x,y,z)$ ⇒ les coordenades x,y,z depenen de quin sistema utilitzo.

Generació d'una matriu generica R arbitraria a partir de dades parcials de la matriu.

```
Table[r[i, j], {i, 1, 3}, {j, 1, 3}] // MatrixForm
```

$$\begin{pmatrix} r[1,1] & r[1,2] & r[1,3] \\ r[2,1] & r[2,2] & r[2,3] \\ r[3,1] & r[3,2] & r[3,3] \end{pmatrix}$$

Exemple : DNI = 41489762 ⇝ 49 643 229

$x \to 0.49$ $y \to 0.643$ $z \to 0.229$

data = {$x \to 0.41$, $y \to 0.489$, $z \to 0.762$}

{$x \to 0.41$, $y \to 0.489$, $z \to 0.762$}

$$R = \begin{pmatrix} r[1,1] & r[1,2] & r[1,3] \\ r[2,1] & r[2,2] & r[2,3] \\ r[3,1] & r[3,2] & r[3,3] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ y & \blacksquare & z \end{pmatrix}$$

Completeu la matriu de tal forma que R sigui una matriu de rotació

Primer pas :

$$\begin{pmatrix} x & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ y & \blacksquare & z \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x & \blacksquare & \blacksquare \\ a & \blacksquare & \blacksquare \\ y & b & z \end{pmatrix}$$

→ Pràctica

Completeu la matriu de tal forma que R sigui una matriu de rotació

això és :

a) que la matriu resultant verifiqui que col1.col1 = 1, col1.col2 = 0, ... etc

b) que la matriu resultant verifiqui que Det[R] = 1