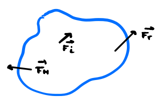
Problema cinemàtic invers ⟿ solució general



Sistema amb parts mòbils amb N graus de llibertat.

Conjunt de forces actuant sobre el sistema

Per exemple

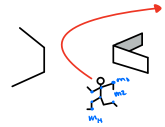
$\vec{R}_{CM}$ ⟿ posició del CM

$$\vec{R}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r_i}}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{R_i}}{M_{tot}}$$

- L'evolució del CM $\vec{R}_{CM}(t)$ significa:

$$M_{tot} \frac{d}{dt^2} \vec{R}_{CM}(t) = \vec{F}_{tot} = \sum \vec{F_i}$$

- La trajectòria del CM $R_{CM}(t)$ és la mateixa que la d'una massa puntual M_{tot} sotmesa a les mateixes forces



$$\vec{R}_{CM} = \frac{\sum^{M} m_i \vec{r_i}}{\sum m_i} = \frac{\sum^{M} m_i \vec{R_i}}{M_{tot}}$$

Forces que hi poden actuar

- Gravetat
- Forces al sistema
- Força fregament de l'aire

Equacions:

$$M_{tot} \cdot \vec{V}_{cm}(t) = M_{tot} \cdot \frac{d\vec{R}_{CM}}{dt} \equiv \vec{P} \text{ moment lineal}$$

$$\Rightarrow^{*} \frac{d\vec{P}(t)}{dt} = \vec{F}_{res}(t)$$

$\vec{F}_{res}(t) \Rightarrow \vec{P}(t)$ (càlcul directe de *)

↪ $\frac{\Delta P}{\Delta t} = \vec{F}_{res}(t)$ (amb $\Delta t \to 0$)

Llavors: $\frac{P(t+\Delta t) - P(t)}{\Delta t} = \vec{F}_{res}(t)$

$$\boxed{P(t+\Delta t) = P(t) + \vec{F}_{res}(t)\,\Delta t}$$ $t = t_0$

mesures que agafem $a = 1, 2, \dots \Rightarrow x_a$

$${}^{Lab}_{\ i}T \equiv T(i)_a$$

$$\sum_{i=1}^{\#masses} m_i \cdot ({}^{Lab}_{m_i}T)_a$$ ← Equivalent però amb masses fora.

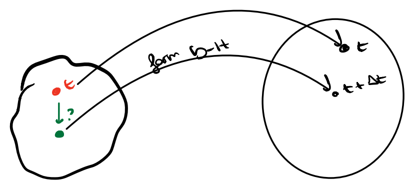
$$x_a(CM) = \sum_{i=1}^{\#masses} m_i \cdot \left[{}^{Lab}_{m_i}T\right]_a$$

θ_j = DADES ⟿ x_i = valor actual del conjunt de vars. externes

Formalisme D-H ⟿ ${}^{Lab}_{\ i}T(\theta_j) \to x_a$

→ conclusió: trobes angles.

$x_j(\theta_j(t+\Delta t)) = x_j(t+\Delta t)$ precalc



(1) coneixem $x_a \equiv x_a(\theta_j)$

coneixem en t: θ_j $x_j(\theta)$

coneixem en $t+\Delta t$: $x_j(t+\Delta t)$

} Δx_a (~~c~~ti

(2) Δx_a = DADES ⟿ (3) $\Delta x_a = \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{\partial x_a}{\partial \theta_j}\right) \cdot \theta_j$

$$\begin{array}{ccc} \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} & = \begin{bmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \\ \Delta x_a & n \times m & \Delta \theta_j \\ 1..M & & 1..N \end{array}$$

$\to \mathcal{J}_{a,j} = \frac{\partial x_a}{\partial \theta_j} \to \frac{\Delta x_a}{\Delta \theta_j}$ jacobià

* si $\Delta\theta_j \to 0$ ⟿ $\mathcal{J}$acobià constant

* El valor $\Delta\theta_j$ representa un canvi VIRTUAL (a un mov. ARBITRARI)

$$\Delta x = \mathcal{J} \cdot \Delta\theta$$

$$\Delta\theta_{proporcional} = [\mathcal{J}^T](\Delta x)$$

$$\boxed{\Delta\theta_{proporcional} = [\mathcal{J}^T] \underset{M \times M}{B} (\Delta x)}$$

$$\theta_j(t+\Delta t) = \theta_j(t) + \Delta\theta_j$$

$$A \equiv \mathcal{J} \cdot \mathcal{J}^T$$

$$B = A^{-1}$$

$$\Delta\theta = \mathcal{J}^T \cdot B \cdot \Delta x$$

Equacions:

$$M_{tot} \cdot \vec{v}_{cm}(t) = M_{tot} \cdot \frac{d\vec{R}_{cm}}{dt} \equiv \vec{P}\ \text{moment lineal}$$

$$\Rightarrow^{*} \frac{d\vec{P}(t)}{dt} = \vec{F}_{res}(t)$$

$\vec{F}_{res}(t) \Rightarrow \vec{P}(t)$ (càlcul directe de *)

$\hookrightarrow \quad \frac{\Delta P}{\Delta t} = \vec{F}_{res}(t)$ (amb $\Delta t \to 0$)

Llavors: $\frac{P(t+\Delta t) - P(t)}{\Delta t} = \vec{F}_{res}(t)$

$$\boxed{P(t+\Delta t) = \overset{t=t_0}{P(t)} + \vec{F}_{res}(t)\,\Delta t}$$