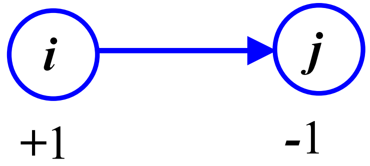
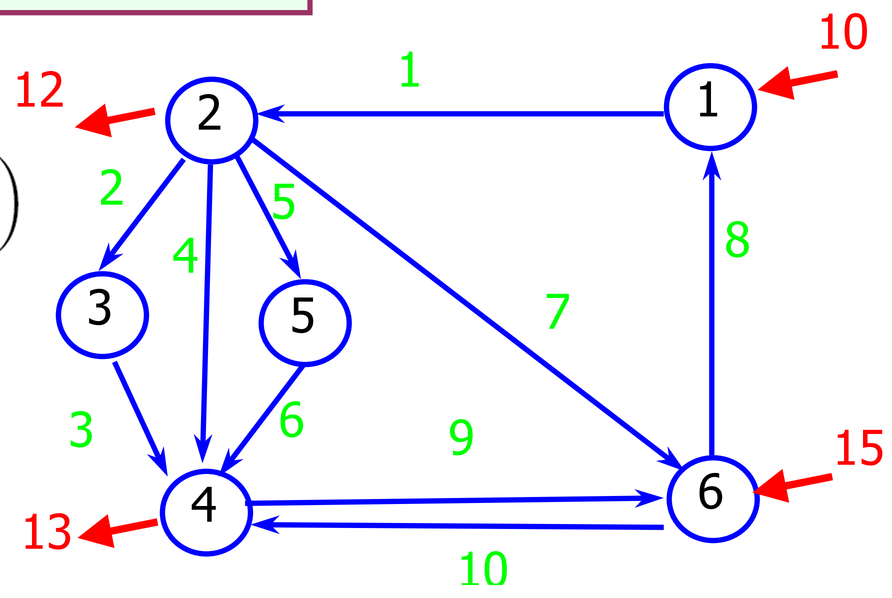
FLUJOS SOBRE REDES

$$c^\top = (2, 1, 1, 2, 1, 20, 1, 5, 2, 3)$$

...





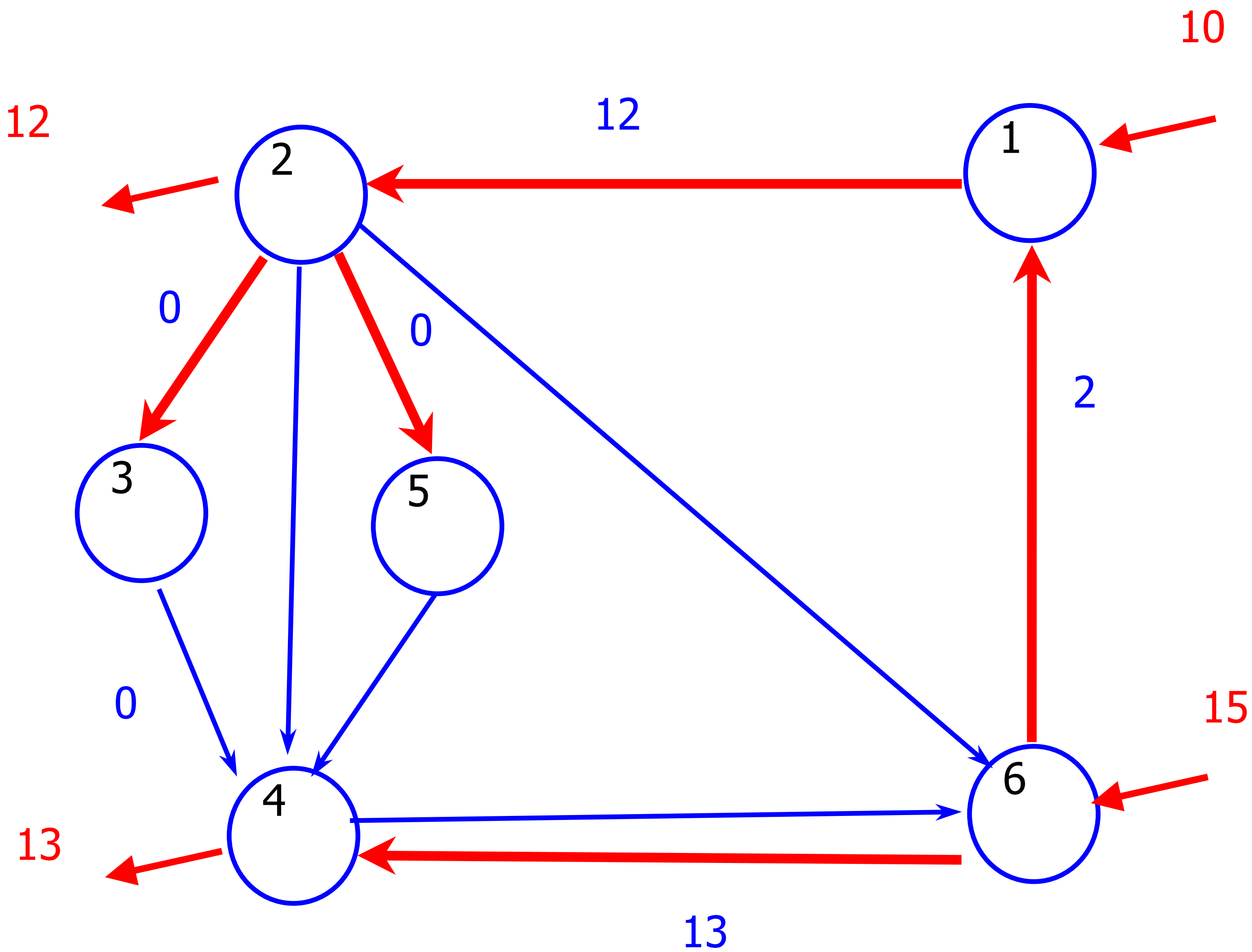
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_9 \\ x_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -12 \\ 0 \\ -13 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix}$$

MATRIZ DE INCIDENCIAS *A*

VECTOR DE FLUJOS *x*

INYECCIONES *b*

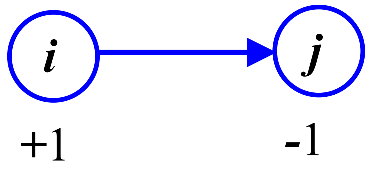
$$x_i \geq 0, \; i = 1, \ldots, 10$$

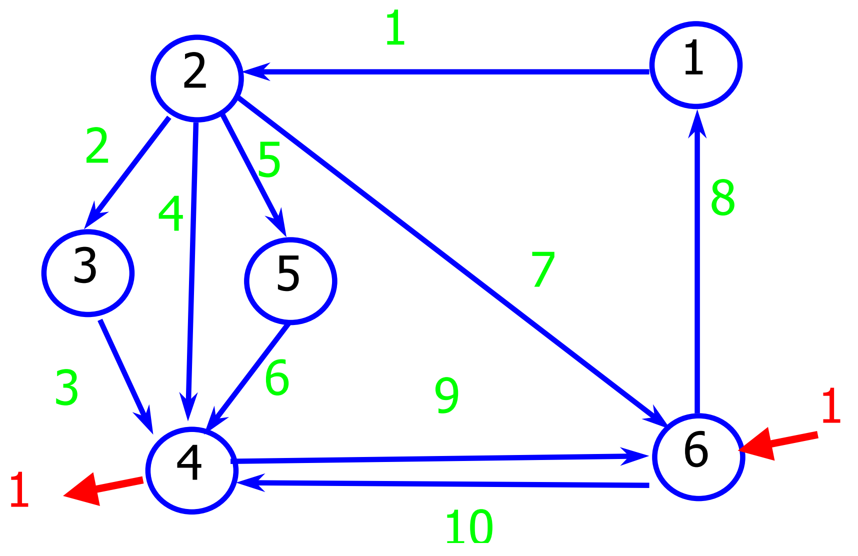


SOLUCIÓN BÁSICA ÓPTIMA

RELACIÓ ENTRE EL PROBLEMA DE CAMÍ MÍNIM I Min-Cost

$$Min \quad \sum c_i x_i$$





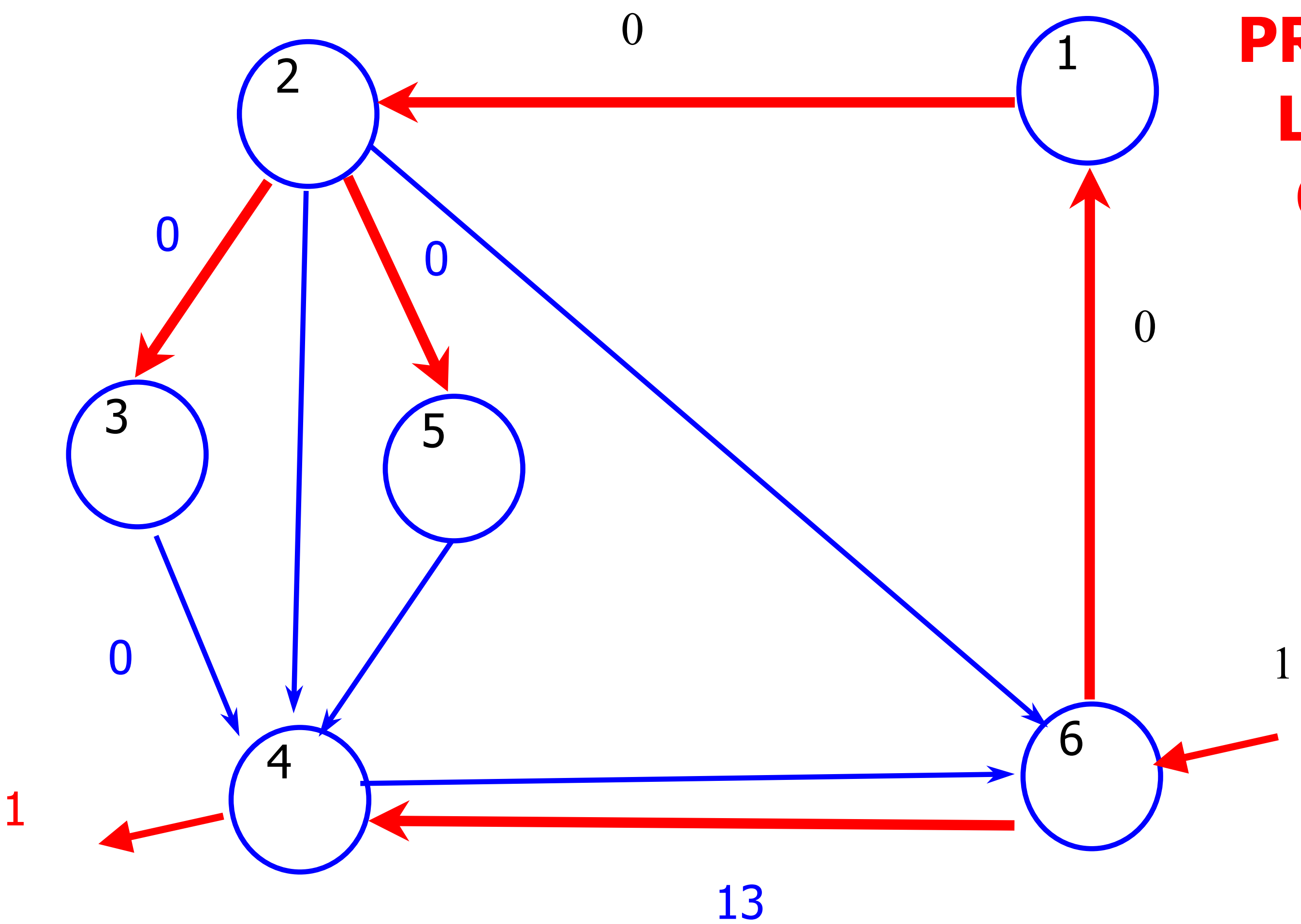
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_9 \\ x_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

MATRIU DE INCIDENCIAS *A*

VECTOR DE FLUXES *x*

INJECCIONS *b*

$$x_i \geq 0, \; i = 1, \ldots, 10$$



TAMBÉ □ PROPORCIONARIA LA SOLUCIÓ PEL □ CAMÍ 6->5 etc.

SOLUCIÓ BÀSICA ÒPTIMA PEL CAMÍ 6->4

ALGORISME GENÈRIC DE CAMINS MÍNIMS

Es cerca una solució de forma que si $d(i) = -\lambda_i$ (variable dual) es verifiqui la nonegativitat dels costs reduïts pel problema de Min-Cost corresponent:

$$\forall\ (i,j) \in A, \quad r_{ij} = c_{ij} - (\lambda_i - \lambda_j) \geq 0 \quad \Rightarrow \quad d(j) \leq d(i) + c_{ij}$$

Inicialització

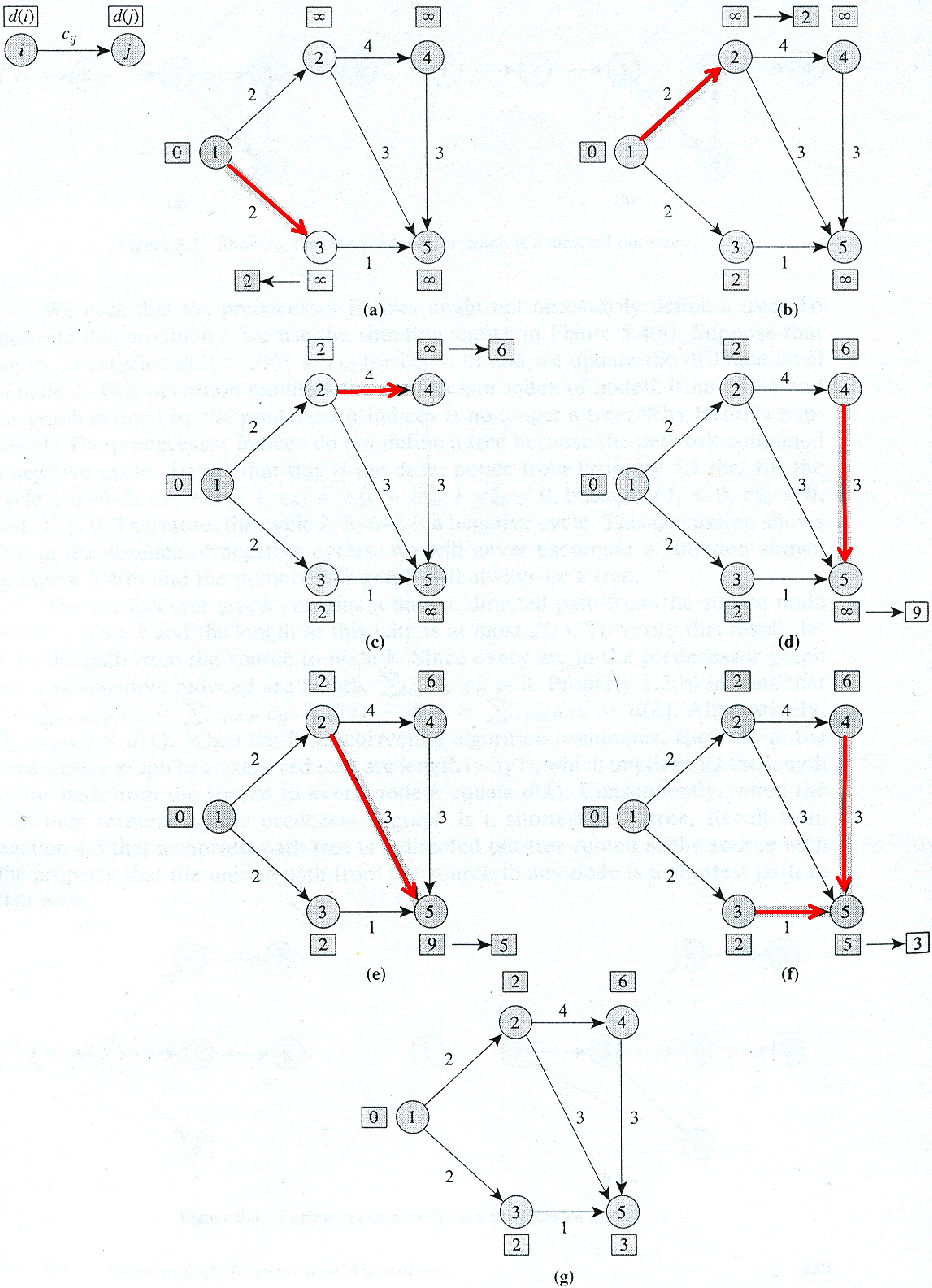
$\forall\, i \in N - \{s\}; \quad d(i) = \infty; \quad d(s) = 0; \quad p(i) = s; \quad p(s) = 0;$

Mentre $\exists (i,j) \in A$ t.q. $d(j) > d(i) + c_{ij}$ **fer:**

$$p(j) = i; \qquad d(j) = d(i) + c_{ij}$$

Fi Mentre

Complexitat: (costs $c_{ij} \in \mathbb{R}$) $\mathcal{O}(2^n)$


d(i)
d(j)
i
j
c_ij
(a)
(b)
(c)
(d)
(e)
(f)
(g)

ALGORISME GENÈRIC DE CAMINS MÍNIMS

S = conjunt de nusos candidats

Inicialització

$\forall\, i \in N - \{s\}; \quad d(i) = \infty; \quad d(s) = 0; \quad p(i) = s; \quad p(s) = 0; \quad S = \{s\}$

Mentre $S \neq \emptyset$

Seleccionar $i \in S; \quad S = S - \{i\}$

$\forall\, j \in E[i]$:

Si $d(i) + c_{ij} < d(j)$ **llavors**

$p(j) = i; \quad d(j) = d(i) + c_{ij}; \quad S = S \cup \{j\}$

Fi Si

Fi Mentre

ALGORISME CAMINS MÍNIMS Label-setting (Dijkstra)

Inicialització

$\forall\, i \in N - \{s\}; \quad d(i) = \infty; \quad d(s) = 0; \quad p(s) = 0$

$\bar{S} = \emptyset; \qquad S = N$

Mentre $S \neq \emptyset$

Seleccionar $i \in S; \quad t.q. \quad d(i) = Min\{\, d(j) \mid j \in S \,\}$

$\bar{S} = \bar{S} \cup \{i\}; \quad S = S - \{i\}$

$\forall\, j \in E[i]$:

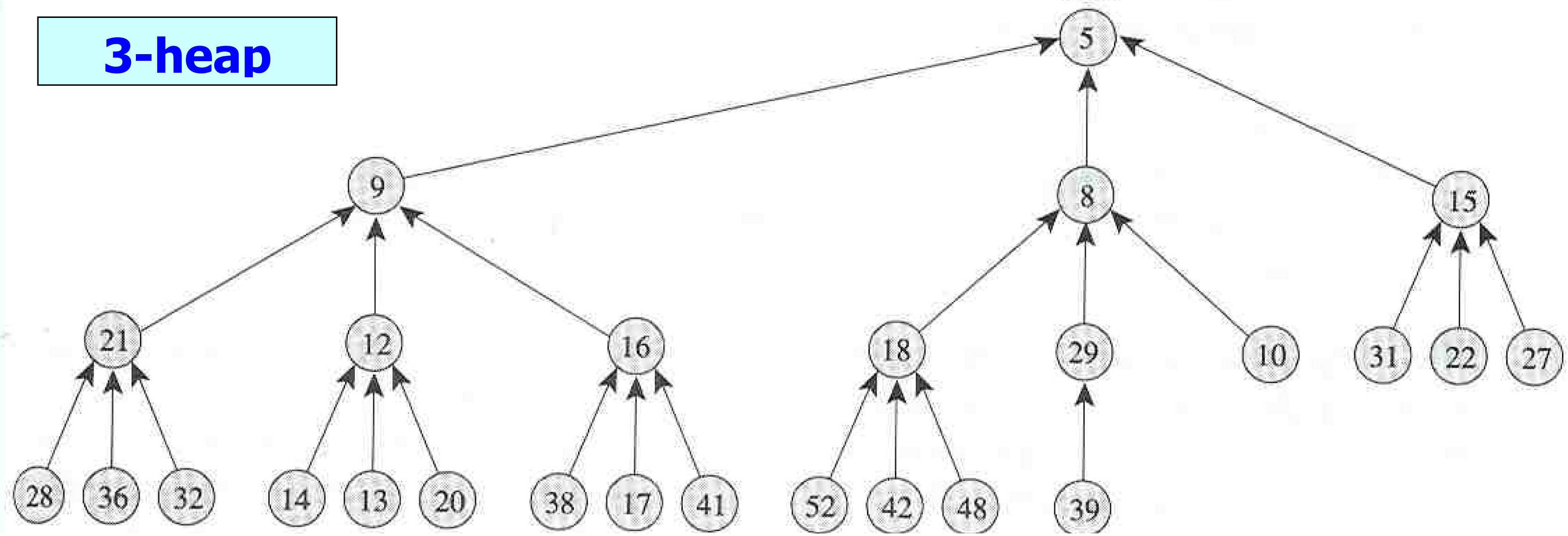
Si $\quad d(i) + c_{ij} < d(j) \quad$ **llavors**

$p(j) = i; \qquad d(j) = d(i) + c_{ij}$

Fi Si

Fi Mentre

3-heap



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	...
h	5	9	8	15	21	12	16	18	29	10	31	22	27	28	36	32	14	13	20	38	17	41	52	42	48	X	X	39	X	...

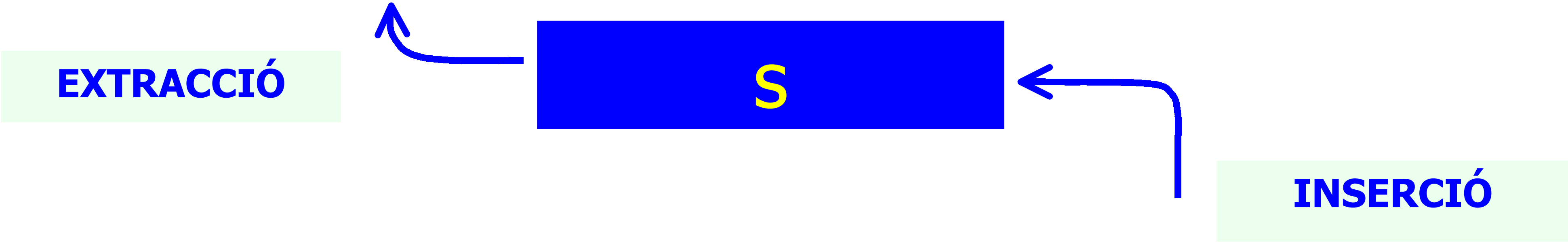
$$pred(i) = h(\left\lceil \frac{pos(i)-1}{d} \right\rceil)$$

$$pred(12) = 9 = h(\left\lceil \frac{pos(12)-1}{3} \right\rceil) = h(\left\lceil \frac{6-1}{3} \right\rceil) = h(2)$$

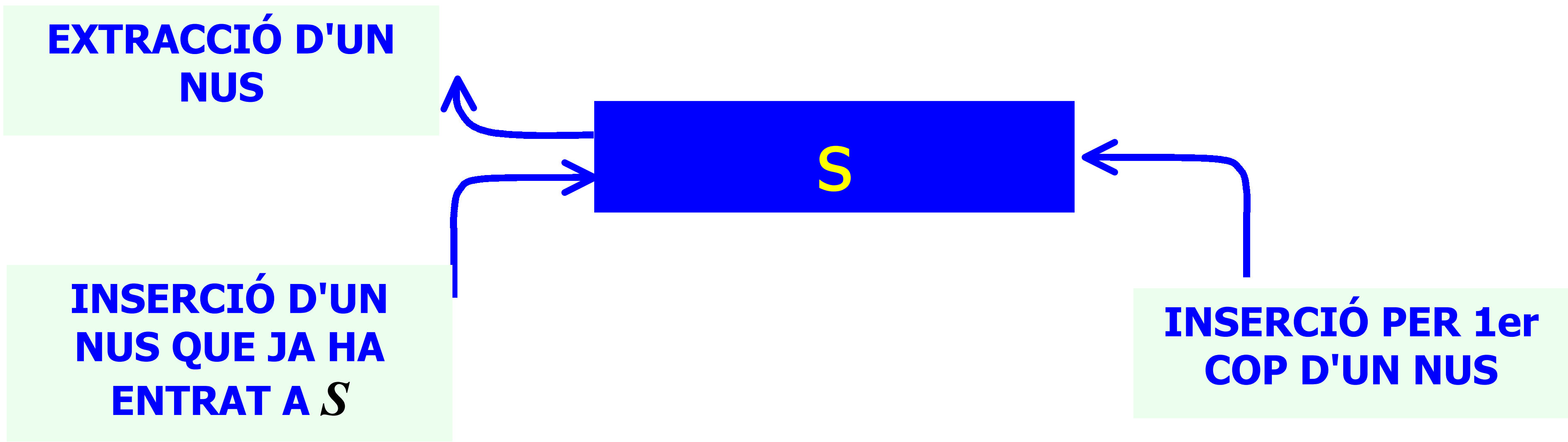
$$succ(i) = h\{(pos(i)-1)d+2, \ldots, d \cdot pos(i)+1\}$$

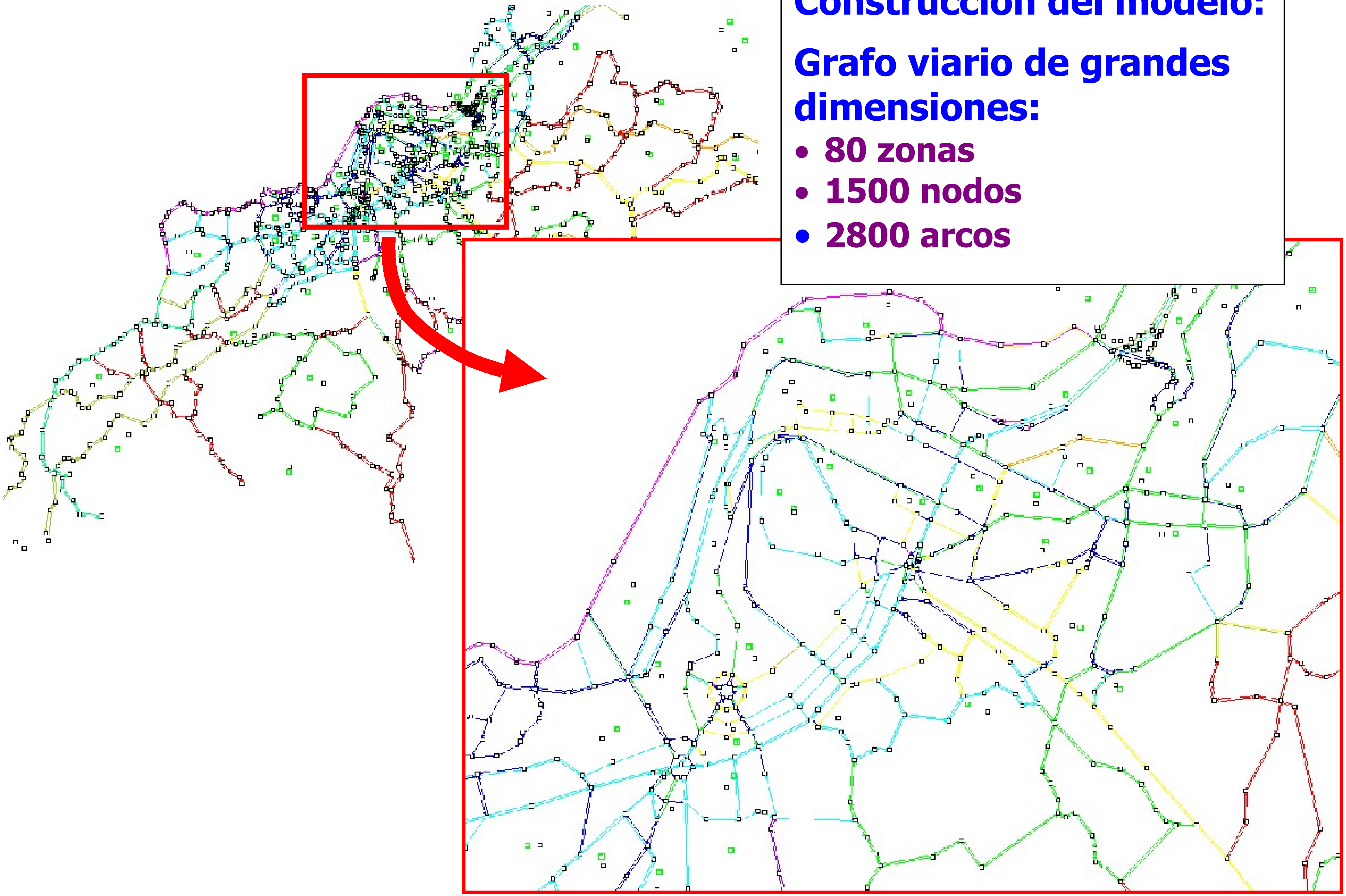
$$succ(21) = h\{(5-1)3+2, \ldots, 3 \cdot 5+1\} = h\{14, 15, 16\} = \{28, 36, 32\}$$

BELLMAN-FORD (QUEUE) $\mathcal{O}(mn)$



D'ESOPO-PAPE (DEQUE) $\mathcal{O}(n2^n)$





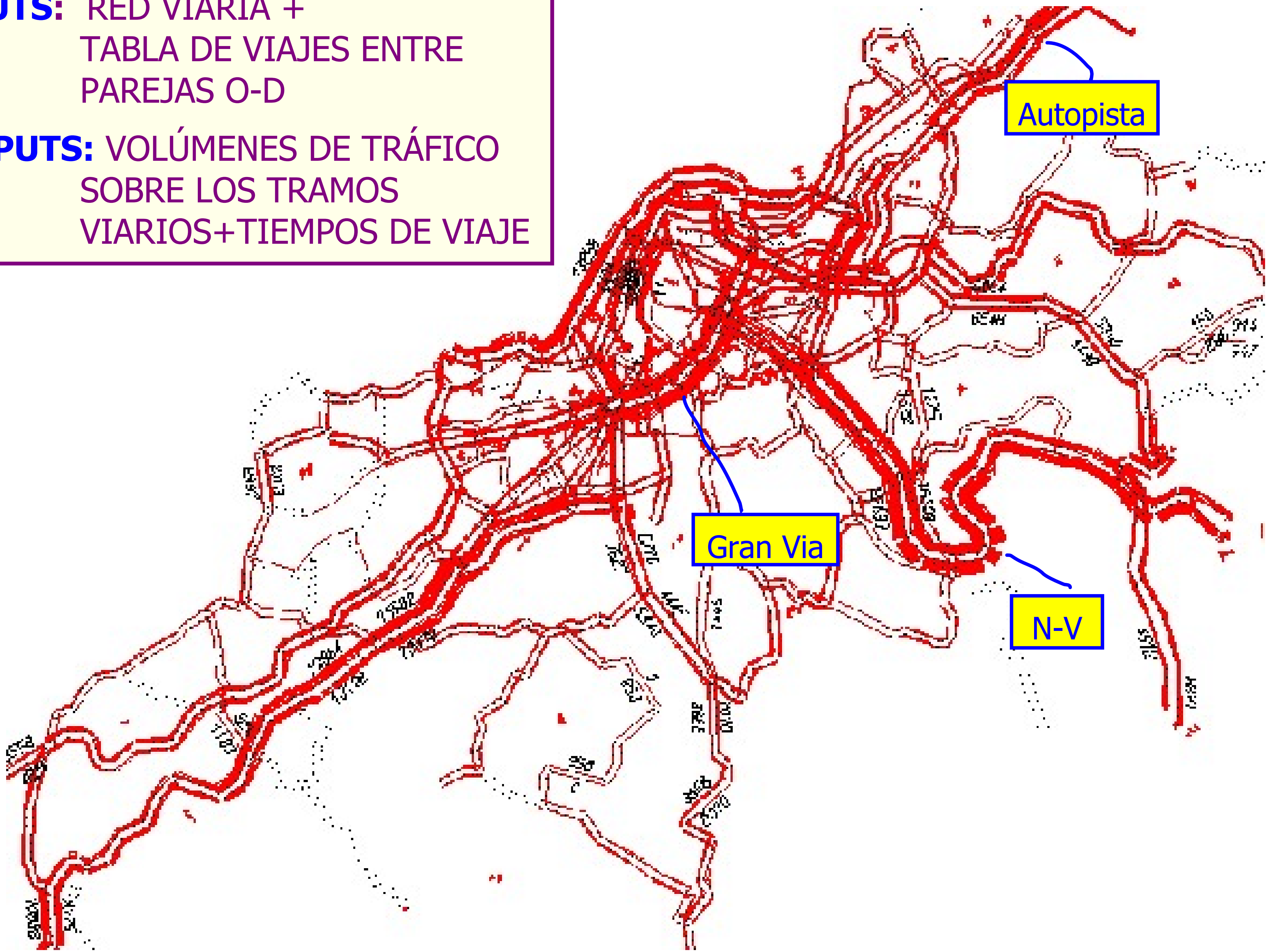
Construcción del modelo:

Grafo viario de grandes dimensiones:

- **80 zonas**
- **1500 nodos**
- **2800 arcos**

INPUTS: RED VIARIA +
TABLA DE VIAJES ENTRE
PAREJAS O-D

OUTPUTS: VOLÚMENES DE TRÁFICO
SOBRE LOS TRAMOS
VIARIOS+TIEMPOS DE VIAJE

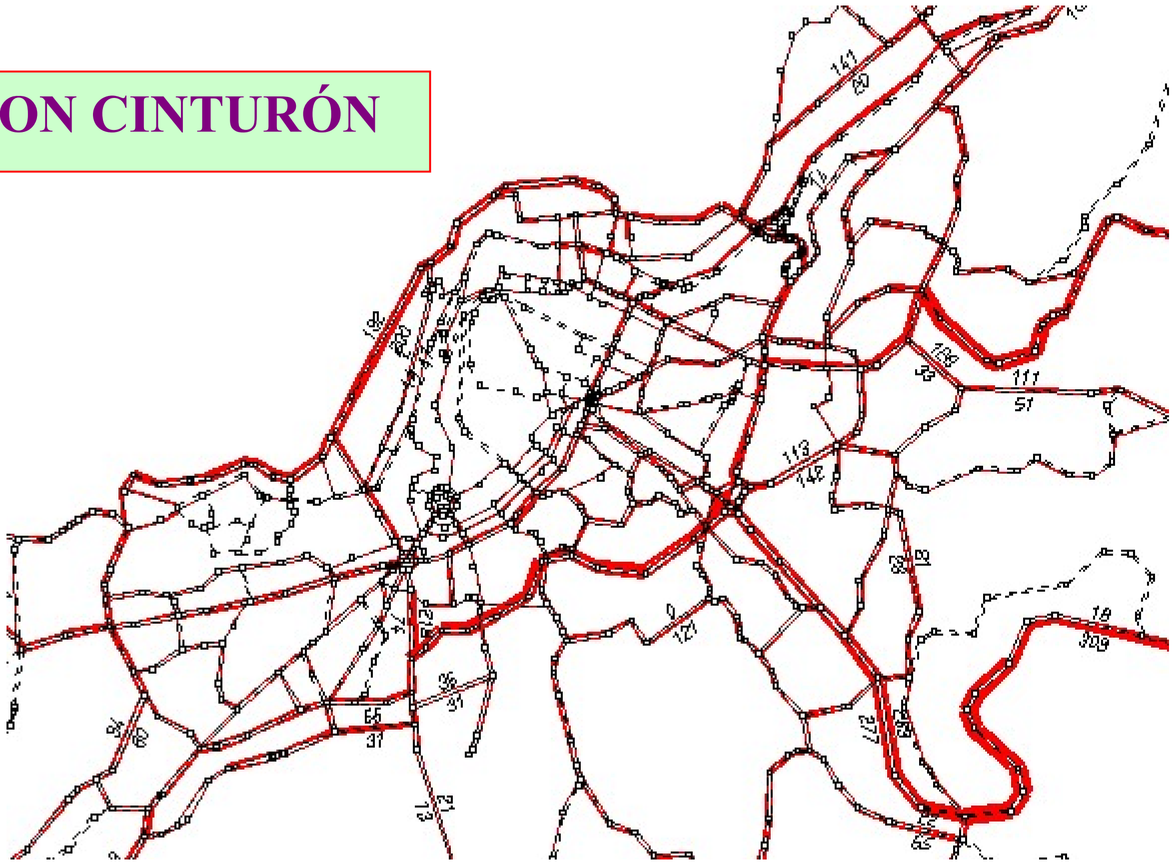


ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL MODELO (Explotación):

REDUCCIÓN DEL TRÁFICO DE V. PESADOS EN EL CENTRO

SIN CINTURÓN

CON CINTURÓN



	Zonas	Nodos	Arcos	nOD
SIO	24	24	76	538
BCN	110	930	2522	7922
WIN	154	1017	2976	4345
CMB	90	2253	5171	8004
MAD	490	2776	6871	185000

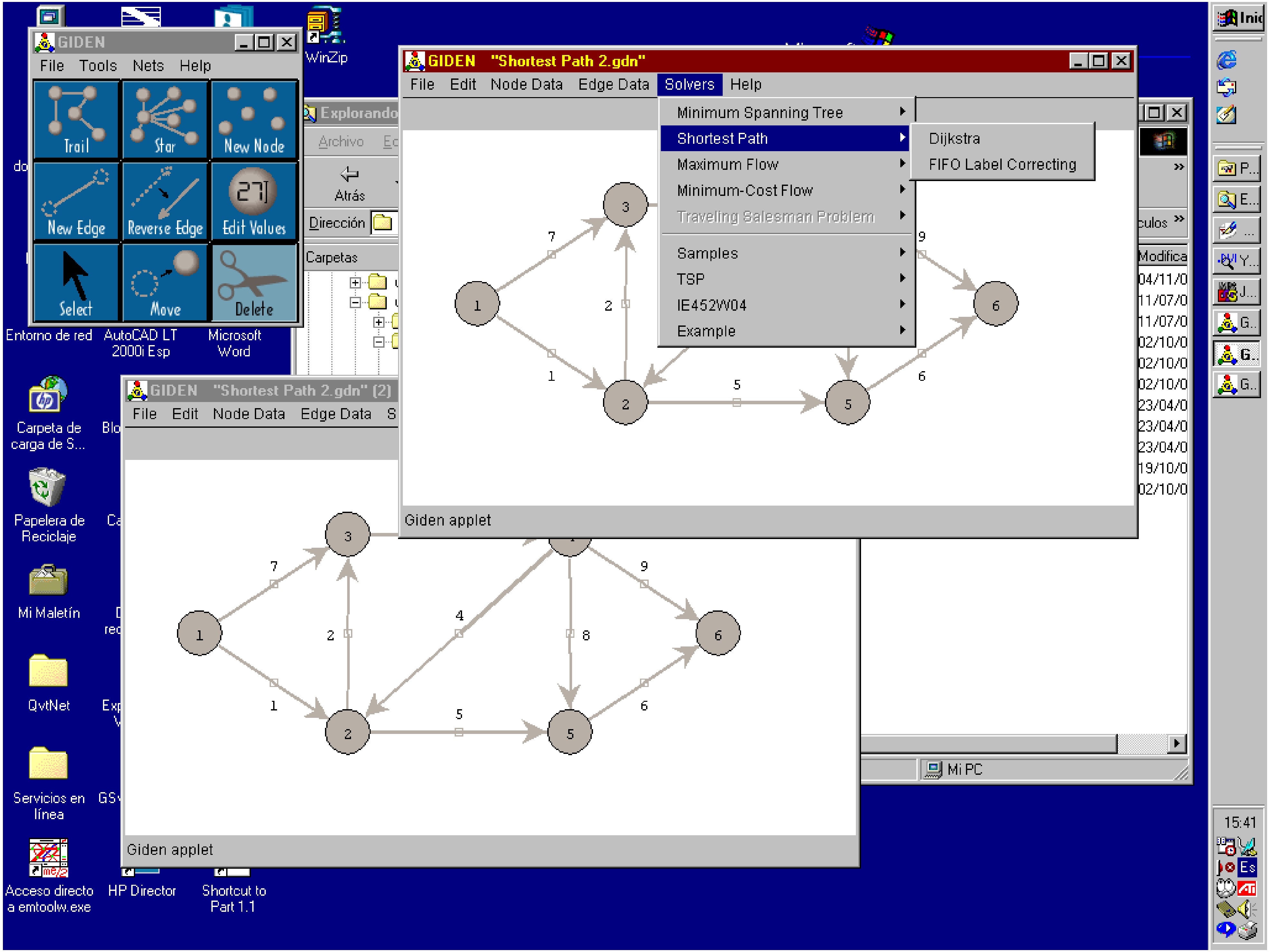
E.Codina, L.Montero, J.Barceló

"A Computational Comparison of two Simplicial Decomposition Approaches for the Separable Traffic Assignment Problem: RSDTA and RSDVI."

DR 1996/05 EIO

RSDTA Computational Results (STOPPING GAP 1%)
NO INTERACTION TESTS

NET WORK	Maxver	Low Congestion			High Congestion		
		CPUTotal	*CPUMp(%)*	*Niter*	*CPUTotal*	*CPUMp(%)*	*Niter*
SIO	4	0.969	50.65	6	3.212	63.57	21
SIO	8	0.911	54.43	(4) 6	2.747	67.64	15
SIO	12	0.913	54.77	(4) 6	2.731	67.68	(8) 15
SIO	15	0.906	54.20	(4) 6	2.735	67.65	(8) 15
SIO	20	0.908	54.36	(4) 6	2.729	67.69	(8) 15
SIO	30	0.908	54.36	(4) 6	2.729	67.69	(8) 15
SIO	Unlim.	0.909	54.31	(4) 6	2.732	67.63	(8) 15
BCN	4	366.6	15.99	34	1182.9	17.98	121
BCN	8	277.2	22.89	25	1201.9	26.83	109
BCN	12	274.6	25.12	(10) 24	1087.6	34.69	87
BCN	15	275.0	24.98	(10) 24	1105.4	39.27	82
BCN	20	274.8	25.10	(10) 24	1252.7	49.23	78
BCN	30	275.6	25.16	(10) 24	1156.7	45.29	(23) 78
BCN	Unlim.	275.5	25.15	(10) 24	1156.6	45.29	(23) 78
WIN	4	197.6	19.92	22	1199.9	24.70	156
WIN	8	207.8	28.08	21	1270.5	36.02	140
WIN	12	178.1	26.79	(9) 18	1403.0	45.86	131
WIN	15	178.5	26.85	(9) 18	1556.3	52.51	127
WIN	20	178.2	26.91	(9) 18	1688.1	60.83	113
WIN	30	178.2	26.91	(9) 18	1688.1	60.83	113
WIN	Unlim.	178.2	26.93	(9) 18	1805.5	63.09	(28)114
CMB	4	1033.8	28.35	82	3644.1	29.24	284
CMB	8	1188.7	40.02	80	4570.8	40.64	295
CMB	12	1421.7	49.62	80	4999.9	51.43	269
CMB	15	1609.4	55.63	79	5809.8	58.13	273
CMB	20	1849.5	62.80	76	7279.7	66.75	271
CMB	30						
CMB	Unlim.	2063.9	67.47	(30) 74	15377.0	86.07	(49)239
MAD	4	1492.5	3.22	12	9843.9	4.52	96
MAD	8	1609.4	4.28	(9) 13	10492.8	7.49	98
MAD	12	1608.9	4.32	(9) 13	9924.7	10.68	89
MAD	15	1607.9	4.30	(9) 13	10681.6	13.48	92
MAD	20	1611.4	4.31	(9) 13	10021.5	17.01	82
MAD	30	1609.5	4.32	(9) 13	9794.8	17.86	(25) 81
MAD	Unlim.	1609.5	4.32	(9) 13	9794.8	17.86	(25) 81


GIDEN
File Tools Nets Help
Trail
Star
New Node
New Edge
Reverse Edge
Edit Values
Select
Move
Delete
WinZip
GIDEN "Shortest Path 2.gdn"
File Edit Node Data Edge Data Solvers Help
Minimum Spanning Tree
Shortest Path
Maximum Flow
Minimum-Cost Flow
Traveling Salesman Problem
Samples
TSP
IE452W04
Example
Dijkstra
FIFO Label Correcting
Giden applet
Explorando
Archivo
Atrás
Dirección
Carpetas
Entorno de red
AutoCAD LT 2000i Esp
Microsoft Word
Carpeta de carga de S...
Papelera de Reciclaje
Mi Maletín
QvtNet
Servicios en línea
Acceso directo a emtoolw.exe
HP Director
Shortcut to Part 1.1
GIDEN "Shortest Path 2.gdn" (2)
File Edit Node Data Edge Data
Giden applet
Mi PC
Modifica
15:41

ALGORISME de CAMINS MÍNIMS TOTS AMB TOTS (Floyd-Warshall)

Permet treballar amb costs < 0; detecta cicles < 0

Necessita espai d'emmagatzament $|N|^2$.

Sigui $D = (d_{ij}); d_{ij} = \begin{cases} c_{ij} & (i,j) \in A \\ 0 & i = j \\ \infty & (i,j) \notin A \end{cases}$

d_{ij}^{ℓ} = distància mínima quan només hi estàn als nusos

$\{i, j\} \cup \{1, 2, ..., \ell - 1\} = R^{\ell}$

$d_{ij}^{\ell+1} = Min\,\{\, d_{ij}^{\ell}, d_{i\ell}^{\ell} + d_{\ell j}^{\ell}\}$

S'inicialitza una matriu de predecessors P:

$$P_{ij} = \begin{cases} i & (i,j) \in A \\ 0 & (i,j) \notin A \end{cases}$$

$$P_{ij}^{\ell+1} = \begin{cases} \text{si } d_{ij}^{\ell+1} = d_{ij}^{\ell} & P_{ij}^{\ell+1} = P_{ij}^{\ell} \\ \text{si } d_{ij} = d_{i\ell}^{\ell} + d_{\ell j}^{\ell} & P_{ij}^{\ell+1} = P_{\ell j}^{\ell} \notin A \end{cases}$$

ALGORISME de CAMINS MÍNIMS TOTS AMB TOTS (Floyd-Warshall)

Inicialització:

$$P(i,j) = i, \ \ D(i,j) = c_{i,j} \ \text{ si } \ (i,j) \in A$$
$$D(i,j) = 0 \ \ \text{ si } \ i = j$$
$$P(i,j) = 0 \ \ D(i,j) = \infty \ \text{ si } \ (i,j) \notin A$$

Per $\ell = 1, ..., n$

  Per $i = 1, ..., n$

    Per $j = 1, ..., n$

      Si $D(i,j) > D(i,\ell) + D(\ell,j)$

        $D(i,j) = D(i,\ell) + D(\ell,j)$

        $P(i,j) = P(\ell,j)$

Fi Per

- Al finalitzar $P(i,*)$ és el vector de predecessors de l'arbre originat a $i \in N$.
- Si hi han cicles negatius apareixerà algún $d^{\ell}_{ii} < 0$, essent i el nus de numeració més alta dins del cicle i d^{ℓ}_{ii} el cost del cicle.